۱

بنور ظهور خود روشن و ح … ا بر بیان ذاتی خویش واضح
و مبرهن گردانید عقل کل … و نفس کل را صنعت کثرت در
استفهام خلاصهٔ تقریرش … نول الی یوم النشور متمم و
انتماء جوهر فوقیتش بعالم امر … مربع نشین کرسی حساب
و مرقع نوین دیباچه ام الک … ان را اهلیلجی و لایش رحمة
للعالمین و صنوبری النفس ذا … شلجمی اهتدایش و دیشف
صد درقم مؤمنین ذکر ج … ی از قلم پرکار قدرت سبحانی
معین و ضلالت بد بختی … ن با آیات فرقانی مبین
عروس نیکبخت عقبی که مثلث … مجانش و خواهر عروس کبره
زال دنیاست انکل جان … ترت در لوح محفوظ جان بکرد
قرار حفظ صد هزار کتاب … ل الاسفار بی پشت کرد
شفاعتش از افسردگی روز … بدون استمالت هوادارش
از تصرف هواهای نفسانی … بر تمثال بیمثال واحد
المنوال شرکه دبیر کارگاه … در دیوان خانهٔ سلطان لم یزل
جمله مشکلات را حلال … بحلال بناء مبانی عالم را
شاقول وجود عقول … تیغ صارم قطاع بالغدا
از نیام قهر عزم قطع … ود وجود کائنات اثر توهم تجاوز

۱

بنور ظهور خود روشن و حقایق عالم انفس و آفاق را بر بیان وافی خویش واضح
و مبرهن کردانید عقل کل ابجد خوان تجلی تحریرش و نفس کل با سنت کرش در
استفهام خلاصه تقریرش منشور بنوکش بخاتم قبول الی یوم النشور منتم و
انتمامش جوهر فتوکش بعالم امر و خلق هم مجرد و هم مجسم مربع نشین کرسی حساب
و مرقع نوذیع بیاجرام الکتاب تره نجات العصیان را اهلیلج و لاائش رحمة
للعالمین و صیق النفس ذات الصدر طغیان را شلجم اهتدائش و دیشف
صد درقم مؤمنین ذکر جمیل و ثناء مستطیلش از قلم پرکار قدرت سبحانی
معین و ضلالت بد بختی منحرف از جاده شریعتش با آیات فرقانی مبین
عرهن بکجت عقوی که مثلث ها در نزاد معظم عجائبش و جواهر عروس کبری
زاد و نبات انکل جان دشمنانش را فاخلو الا اثر در لوح محفوظ جان نکرده
قرار حفظ صد هزار کتاب در دیوان مکتل الحمار یحمل الاسفار در پشت کری
شفاعتش از افزدکی روز جزا احدی غافل نه و بدون استمالت هوادارش
از تصرف هواهای نفسانی هیچ فردی مصون نه و بر تمثال یمثال واحد
[illegible]
از بنیام و تهر عزم قطع قطعه از کشور ایجاد نماید وجود کائنات از توهم
تجاوز

بنور ظهور خود روشن وحقایق عالم انفس وآفاق را به بیان وافی خویش واضح
و مبرهن گردانید عقل کل ابجد خوان تحریرش ونفس کل باصنت کش در
استفهام خلاصه تقریرش منشور بنوکش بختام قبول الی یوم النشور متمم و
انتما جوهر قوتش بعالم امر وخلق هم مجرد وهم مجسم مربع نشین کرسی حساب
ومرقع نوزین دیباچه ام الکتاب غره جمال التعصیان را اهلیلجی ولایش رحمة
للعالمین وضیق النفس ذات الصدر طغیان را شلجم اهتدایش و دیشف
صد در قوم مؤمنین ذکر جمیل وثنا مستطیلش از قلم پرکار قدرت سبحانی
معین وضلالت بدبختی منحرف از جاده شریعتش بآیات فرقانی مبین
عروس نیکبخت عقبی که مثلش مادر نزاده مخطوبه محبانش وخواهر عروس کبیره
زال دنیاست انکل جان دشمنانش تا فانخلوا الانثی در لوح محفوظ جان نکرده
قرار حفظ صد هزار کتاب دیوان کمثل الحمار یحمل الاسفار بی [illegible] کرده
شفاعتش از افسردگی روز جزا احدی ایمن نه وبدون استمالت هواداریش
از تصرف هواهای نفسانی هیچ فردی مصون نه وبر تمثال بیمثال واحد
المنوال کرد بیر کارکاه صنع ازلی ووزیر بی نظیر دیوانخانه سلطان لم یزلی
جمله مشکلات را حلال وقاطبه معضلات را بحلال بناء مبانی عالم را
شاقول وجود عقول ونفوس را فراول اکرفی الحقیقه صارم قطاع بالغدا
ازنیام قهر عزم قطع قطعه از کشور ایجاد نماید وجود کائنات را توهم تجازی

چه جای تماس از سطح مستوی عظیم هستی بخط مستقیم در زاویهٔ حادهٔ عدم
گریزان گردد و اگر عمود مخروط غضبش از حیز انتقام ببر پنجهٔ قوی برای شتات
نسب منتظمه و مولفهٔ چرخ مضطرب از زوایای قائمهٔ قوت قاهره ارتفاع غایت
اسطوانهٔ بنیان موجودات چون مخروط در اعماق کرهٔ زمین پنهان شود و
محیات متوالیهٔ اولاد و اجدادشان که ترکیب نسبتشان از وجه ابدال
و تفصیل مبری و از شایبهٔ عکس و قلب تبدیل معری بنجوم آسمان هدایت
و بروج فلک کرامت‌اند و منکرشان بکسور قصور مکسور و اصم و ناقص و ابکم
دورهٔ عظمای سپهر دوار نظر بحلقهٔ ذکرشان صغیره ایست بی ادوار و اوج ملاء
اعلی در پیش پرواز جبرئیل فکرشان عرصه ایست ناطیاد و بی استقرار صلی
الله علیهم ما حلت الاشکال بالارصاد والرتب لبا المرصاد و ما حوت
المعدودات الاعداد و ما نصب السموات بلا عماد و بسط الارض و الجبال
لها اوتادا اما بعد خامهٔ شکسته تراب اقدام طالبان معرفت حقایق اشیا
مهدی ابن ابی ذر نراقی وفقه الله لاکتساب ما یتمناه بر صفحهٔ گفتار چنین
نگارش مینماید که از جملهٔ اصول موضوعهٔ طوایف انام و علوم متعارفه بین
الخاص و العام آنست که عروج نوع انسان از حضیض جسمانیت باوج روحانیت
بدون اکتساب معارف حقیقیه خیالی است در حیز محال و ترقی او از مضیق
حیوانیت بفضای کثیر الضیای انسانیت بی تحصیل علوم یقینیه امریست

در معرض

در معرض زوال بلی بی واسطهٔ تخلیهٔ نفس از کثافت جهالات بزمرهٔ نفوس
قادسه نتوان رسید و بی وسیلهٔ تحلیهٔ قلب بحلی کمالات مندرج در سلک
عقول مقدسه نشاید گردید عروس سعادت دو جهانی در کوی صداقت
دانش و بینش است و سرمایهٔ متاع لذت جاودانی در عهدهٔ مسافرت فکر
در کارخانهٔ آفرینش و شبهه نیست که از جملهٔ علوم یقینیه و معارف حقیقیه
علم هندسه است زیرا که جمیع مبادی و مقدمات آن منسلک در سلک
قطعیات و یقینیات است و همه دلایل و براهین آن منتظم در نظم مشاهدات
و حسیات و مع ذلک منافع آن اهم و فواید آن اتم زیرا که کل مباحث تعلیمیات
مبتنی بر دانستن آنست و جل مطالب ریاضیات موقوف بر یافتن آن
بدون تمسک بآن بحقایق اوضاع اجرام اثیریه نمیتوان رسید و بی تشبث
بآن بدقایق احوال اجسام علویه پی نمیتوان برد بلکه کثیری از فنون طبیعیه و
جم غفیری از مسائل الهیه هم موقوف بر آن است و با وجود این از جهت مرض
اعوجاج سلیقه دوائی است بیمثال و از برای گشودن دیدهٔ بصیرت دارویست
در غایت کمال اذهان سقیمهٔ علیله را معجونی است موافق و اوهام کدره کلیله را
مفرحی است لایق و بالجمله استقامت طبایع بدون آن متعذر است و صحت
قرایح بی پاسطرلان متعذر و از این جهت این فن شریف اول تعالیم قدماء
حکما بود و باین علت افلاطون الهی غیر مهندسین را از دخول مدرس خود

منع میمنود و چون جامع این فن کتابرا که منسوبست باقلیدس صوری و جمعی
از حکماء اسلام اورا از زبان یونانی بزبان عربی نقل نمودند و بعد از ایشان
افضل الحکماء المهندسین و اعلم العقلاء المتبحرین فیلسوف محقق و نحریر
مدقق مکمل فنون اولین و آخرین خواجه نصیر الدین طوسی اعلی الله مقامه فی اعلی
علیین آنرا تحریر و تهذیب نموده و زوایدی چند از اختلاف وقوع و استنباطات
و براهین و تصدیرات از افکار خود و از افکار سایر حکما بان ضم نموده و
باین جهت کتابی شد در نهایت تنقیح و تهذیب لیکن بسیاری از مطالب
و براهین آن فی الجمله اشکالی داشت و محتاج بتوضیح بود و بسیاری از ادله آن
احتیاج ببعضی بیانات داشت و بعضی از مواضع تقریری دیگر الیق بود و
مع ذلک بزبان عربی بود و بسیاری از دقایق و نهان باعتبار عدم ربط در
عربیت از فیض ادراک آن بی نصیب بودند لهذا این بی بضاعت را
بخاطر رسید که آنرا بزبان فارسی نقل نماید و اشکالات آنرا توضیح کند
و بعضی از فواید که از بعضی کتب و حواشی استنباط شده است بان ضم نماید
و هر چند قطب فلک تحقیق ملا قطب الدین معروف بعلامه شیرازی اصل
کتاب اقلیدس را بزبان فارسی ترجمه نموده است اما ترجمه مختصر است بفارسی
نمودن اصل اشکال اقلیدس و مطلقا متعرض بیانات و فواید خواجه و محققین
متعرض توضیح اغلاقات و تبیین اشکالات نشده است و بالجمله بغیر از فارسی

نمودن اصل

نمودن اصل کتاب اقلیدس لفظ بلفظ متعرض امری دیگر نشده است و با وجود این فارسی او
بر طباع اکثر اهل این زمان غریب است و بی عبارات مذکوره فایده تمام از او نتوان یافت و باین سبب
شهرت چندانی در میان طلبه ندارد و طریقه حقیر در این کتاب آنست که اقتصار بر ترجمه کردن
عبارات لفظا بلفظ نمیکنم بلکه اصل دعوی و برهان را از اصل کتاب و هر چه از بیانات
خواجه بنحوی که حق بیان باشد و اغلاقی در آن نباشد مذکور میسازیم و اگرچه بتقدیم و تأخیر
بعضی کلمات یا زیاده نمودن بعضی از فواید و عبارات باشد و آنچه از ادله و براهین مطول تر که
که محتاج الیه است صاحب کتاب و خواجه متعرض آن نشده اند هم را ذکر میکنیم و بعضی از فواید
و براهین بجهت بعضی اعتبارات در حاشیه ذکر مینمائیم و آنچه از الخواجه فرموده است باعتبار
امتیاز او از اصل کتاب اشاره بان میکنیم باین نحو که تحریر کلمات و تغییر کرده ن خواجه تحریر
باعتبار آنست که او کتاب اقلیدس را تحریر نموده است و چون اثبات اشکال موقوفست بر
حدود و اصول موضوعه و علوم متعارفه که در اول ذکر شده است و اشکال هم بعضی موقوف
بر بعضی دیگرند لهذا باید در هر جا در موضع توقف حواله بشود تا هیچ اشتباهی باقی نماند
پس از برای حواله بحدود حد بحمره ثبت میشود و از جهت حواله باصول موضوعه صه
بحمره ثبت میشود و از جهت حواله بعلوم متعارفه ع بحمره ثبت میشود و اما ضابطه
حواله اشکال این بناست که هر گاه شکل موقوف علیه و شکل موقوف هر دو در یک مقاله
باشد همین رقم عدد شکل موقوف علیه بحمره بارقام هندسیه ثبت میشود و دیگر رقم مقاله
ثبت نمیشود و اگر شکل موقوف علیه در مقاله باشد و شکل موقوف در مقاله دیگر باشد

دو واسطه صورت دو رقم بحمره ثبت میشود بفاصله لفظ من یکی از برای عدد شکل موقوف علیه
و دیگری از برای آن مقاله مثل ۴/ا یعنی شکل چهارم از مقاله اول و باقی احوالات برین
قیاس معلوم میشود و مناسب دانستم که او را بتوضیح الاشکال مسمی گردانم والله المستعان و
علیه التکلان محرر خطاب شراه بعد از حمد الهی و درود بر حضرت رسالت پناهی فرموده است
که چونکه من فارغ شدم از تحریر کتاب مجسطی که از مخترعات بطلمیوس قلوذی است مناسب
دانستم که تحریر کنم کتاب اصول هندسه و حساب را که منسوب است باقلیدس صوری باختصار
که اخلال نکند در فهم بنا شد و بنهایت برسانم فکر را در اثبات مقاصد او بتحقیق
که مجرد شود با طنابی که ملال آورنده باشد و نیز مناسب دانستم که اضافه نمایم باو اجزا لا
باو بآنچه از فوایدی که استفاده کرده ام از کتابهای اهل این علم یا استنباط کرده ام
بفکر خود و مناسب دانستم که آنچه اضافه میکنم امتیاز بدهم از آنچه یافت میشود در اصل کتاب اقلیدس
در دو نسخه ثابت و حجاج یا باشاره باین نحو که آنچه را اضافه میکنم مصدر باقول یا نقول میکنم و
یا باختلاف الوان اشکال و ارقام باین نحو که اجزاء اشکال اصل کتاب بحبر نوشته شود و ارقام او
بسیاهی و اجزاء اضافه میشود بعکس این بسرخی و من چنین کردم در حالتی که توکل کننده بودم بر خدا
و او کفایت کننده است مرا و بر اوست اعتماد من بعد از آن محرر فرموده است که من میگویم که کتاب
اقلیدس مشتمل است بر پانزده مقاله با دو مقاله که در آخر او ملحق شده اند و مجموع اشکال پانزده
مقاله چهارصد و هشت شکل است در نسخه حجاج و در نسخه ثابت ده شکل از عدد مذکور
زیادتر است و نیز در بعضی مواضع در میان دو نسخه اختلاف در ترتیب واقع شده است و من در

در صورت اتفاق در میان دو نسخه عدد اشکال بالحمره رقم میکنیم و

صورت اختلاف

صورت اختلاف عدد اشکال نسخه ثابت را بحمره رقم میکنم و عدد اشکال نسخه حجاج را بسواد
رقم میکنم و مخفی نماند که در هیئت نسخه تحریر دو نسخه از اصل کتاب اقلیدس در میان قوم بود یکی نسخه که ثابت
قره او را اصلاح نموده بود و دیگری نسخه که حجاج او را اصلاح نموده بود و چونکه در بعضی مقالات بعض
اشکال در یک نسخه است و در نسخه دیگر نیست و باین جهت عدد اشکال دو نسخه مختلف میشود مثلا
یک شکل در یک نسخه شکل بیستم میشود و در نسخه دیگر بیست و یکم میشود لهذا محرر بیان نموده که در
صورت کذائی رقم عدد اشکال نسخه ثابت را بحمره ثبت میکنم و رقم عدد اشکال نسخه حجاج را بالسواد
ثبت مینمایم مثلا در مقاله اولی شکل مه از نسخه ثابت در نسخه حجاج نیست لهذا محرر
شکل بعد از این را چون بنابر نسخه ثابت شکل مو است رقم عدد او را یعنی مو را بحمره ثبت کرده است
و چون بنابر نسخه حجاج شکل مه است رقم او را یعنی مه را بسواد ثبت کرده است صاحب
کتاب کشف است **المقالة الاولى** و محرر فرموده است که این مقاله مشتمل است بر چهل و هفت
شکل و در نسخه ثابت یک شکل دیگر هم زیاد شده است و آن شکل مه است و بنابرین
این مقاله چهل و هشت شکل خواهد بود و عادت چنان جاری شده است که در صدر این مقاله
پیش از شروع در اشکال بیان حدود و اصول موضوعه و علوم متعارفه بشود زیرا که بیان اشکال
موقوف بر آنهاست و مخفی نماند که آنچه موقوف علیه هر علمی باشد یعنی لازم باشد که پیش از
شروع در مسائل آن علم دانسته شود از امبادی آن علم میگویند و مبادی بر دو قسم است **اول**
مبادی تصوریه که عبارتست از تصور کردن امور چند احتیاج بتصدیق نداشته باشد و این قسم از
مبادی را حدود مینامند که عبارتست از تعریفات اشیائی چند که باید پیش از شروع در علم

تعریفات نهاد شود دوم مبادی تصدیقیه که عبارتست از تصدیق کردن بامور چند و بمجرد
تصور آنها کافی نیست و چون معلوم شد که مبادی تصدیقیه هر علمی در آن علم بدلیل ثابت نشود
بلکه باید قضایا چند باشند که در آن علم با قطع نظر از دلیل قبول نمود لهذا مبادی تصدیقیه
بر سه قسم است اول علوم متعارفه و آنها قضایای چند است که بدیهی باشند و احتیاج
بدلیل نداشته باشند دوم اصول موضوعه و آنها قضایای چندند که بدیهی نباشند و در
علمی دیگر بدلیل اثبات شده باشد لیکن در این علم متعلم از روی حسن ظن از معلم قبول کند
سیم مصادرات و آنها قضایای چندند که باز در علمی دیگر اثبات شده باشند لیکن
در این علم متعلم از معلم قبول کند از روی مسامحه اما با استنکار باشد و گاه هست که یک مقدمه
در پیش شخصی از جمله اصول موضوعه باشد و در پیش دیگری از مصادرات و هرگاه این معلوم
شد بدانکه پیش از شروع در اشکال هندسیه ناچار است از شناختن مبادی هندسیه که عبارت
از حدود و اصول موضوعه و علوم متعارفه است لهذا صاحب کتاب ابتدا نموده است به بیان آنها
و گفته است اما حدود نقطه هر چیزیست که قابل اشاره حسیه باشد و جزوی از برای او نباشد
یعنی قابل قسمت نباشد و خط طولی است بی عرض یعنی باعتبار طول قابل قسمت است و باعتبار
عرض قابل نیست و منتهی میشود بنقطه و انتهای خط بنقطه در هر خطی نیست بلکه در خطوطی است
که انتهائی از برای آنها باشد اما خطی که انتهائی از برای آن نباشد مثل محیط دایره از این حکم
خارج است خط مستقیم هر خطی است که جمیع نقاطی که بر روی آن فرض توان کرد محاذی یکدیگر
باشند و سطح و آنرا بسیط هم میگویند آنست که طول و عرض داشته باشد یعنی در دو جهت
قابل قسمت

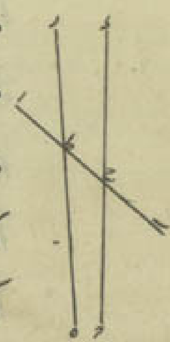
قابل قسمت باشد و در عمق قابل قسمت نباشد و هر سطحی که منتهی شود منتهی میشود بخط
بخلاف سطح کره که از برای او انتهائی نیست و سطح مستوی آن بود که جمیع خطوطی که بر آن فرض
توان کرد محاذی یکدیگر باشند و زاویه کنج را گویند و آن بر دو قسم است مسطحه و مجسمه و زاویه
مجسمه چون در مجسمات مذکور خواهد شد لهذا صاحب کتاب تعریف او را در اینجا نکرده است
و همین تعریف زاویه مسطحه را کرده است و گفته است زاویه مسطحه عبارتست از موضع برآمدگی
از سطحی که از سطح واقع باشد در میان دو خط که از دو خط بر یک نقطه متصل شوند در سطحی که
آن دو خط متحد نشوند و مخفی نماند که قید آخر از برای بیرون کردن دو قوس دایره است که متصل
شوند و هر دو یک خط شوند که اگر قید آخر نمیبود تعریف زاویه برصادق می‌آمد بر سطحی که در داخل آنها
واقع میشود لیکن باعتبار قید آخر سطح مذکور از تعریف زاویه بیرون میرود زیرا که این دو قطعه
هر دو متحد شده اند و یک خط شده اند و دو خطی که زاویه از آنها بهم میرسد باید متحد نشوند
بلکه همین باید در یک نقطه فقط ملاقات کنند و هرگاه خط مستقیمی قائم شود بر خط مستقیمی
دیگر بنحوی که بعد از اخراج از دو خط چهار زاویه متساویه حادث شود هر یک از آن زوایا
را قائمه گویند و هر یک از آن دو خط را عمود گویند و مخفی نیست که زوایای قائمه از خط غیر
مستقیم هم حاصل میشود زیرا که هر دو دایره که بقطب یکدیگر مرور کنند با یکدیگر زوایای
قائمه تقاطع میکنند پس لفظ مستقیم در کلام صاحب کتاب بیفایده بلکه مخل است و زاویه
حاده آنست که از قائمه کوچکتر باشد و منفرجه آنست که از قائمه بزرگتر باشد و هر یک از
حاده و منفرجه از تقاطع دو خط حادث میشود خواه از دو خط مستقیم باشند یا نه

وحد هر چیزی عبارتست از نهایت آن و شکل عبارتست از سطحی که باو یک حد یا زیاده
محیط شود و **دایره** شکلی است مسطح که خطی منحنی باو محیط شود بنحوی که در آن سطح نقطه
فرض توان کرد که خطهای مستقیم که از آن نقطه بآن خط بکشند همه مساوی باشند و
آن خط منحنی را محیط دایره خوانند و آن نقطه را مرکز دایره گویند و خط مستقیمی که بمرکز
بگذرد و هر دو طرف آن بمحیط دایره منتهی شود آنرا قطر دایره گویند و آن دایره را تنصیف
میکند و آنرا با هر دو نصف محیط دایره بدو نصف دایره محیط میشوند و خط مستقیمی که
هر دو طرف او بمحیط دائره منتهی شود اما بر مرکز نگذرد او را وتر خوانند و آن محیط دایره را
بدو قسم مختلف قسمت میکند و با آن دو قسم محیط احاطه میکند بدو قطعه مختلف از
سطح دایره که یکی کوچکتر از نصف دایره و دیگری بزرگتر از نصف است و اشکال مستقیمة
الاضلاع آن بود که چند خط مستقیم بآنها محیط شود و اول این اشکال مثلث است
و مثلث آن بود که سه خط بآن محیط شود و مثلث باعتبار اضلاع بر سه قسم است **اول**
آنکه همه اضلاع او برابر باشند و او را مثلث متساوی الاضلاع میگویند **دویم**
آنکه هر دو ساق او برابر باشند و او را مثلث متساوی الساقین میگویند **سیم**
آنکه هر سه اضلاع او با یکدیگر مختلف باشند و او را مثلث مختلف الاضلاع میگویند
و باعتبار زوایا نیز بر سه قسم است زیرا که گفته شد در یک مثلث دو زاویه منفرجه
یا دو قائمه یا یک منفرجه و یک قائمه واقع شود باعتبار اینکه هر سه زاویه مثلث برابر دو
قائمه است هم چنانکه بعد از این مذکور خواهد شد پس یا یک زاویه او قائمه است و آنرا

قائم الزاویه

قائم الزاویه میگویند و یا یک زاویه آن منفرجه است و آنرا منفرج الزاویه میگویند
یا هیچیک از زوایای آن قائمه و منفرجه نیستند بلکه همه حاده اند و او را حاد
الزوایا میگویند و بعد از مثلث از جمله اشکال مستقیمة الاضلاع ذوات اربعة اضلاع است
و ذوات اربعة اضلاع آنست که چهار خط باو محیط شود و آن بر پنج قسم است **اول** مربع و مربع
آنست که همه اضلاع آن متساوی باشند و همه زوایای آن قائمه باشند **دویم** مستطیل
و مستطیل آنست که همه زوایای آن قائمه باشند اما همه اضلاع آن با یکدیگر متساوی
نباشند بلکه همین دو ضلع مقابل با یکدیگر متساوی باشند **سیم** معین و معین آنست
که همه اضلاع او متساوی باشند اما زوایای او قائمه نباشند **چهارم** شبیه معین
و شبیه معین آن بود که اضلاع آن متساوی نباشند و زوایای آن هم قائمه نباشند بلکه
همین دو ضلع مقابل متساوی باشند و دو زاویه مقابل هم متساوی باشند **پنجم**
منحرف و منحرف هر ذوات اربعة اضلاع است که غیر از چهار قسمی باشد که مذکور شد و هر شکلی
که زیاده از چهار خط باو محیط شود آنرا کثیر الاضلاع گویند و خطوط متوازیه خطهای
مستقیم اند که بر سطح مستوی بکشند بنحوی که با یکدیگر ملاقات نکنند و اگر چه الی غیر النهایة
اخراج شوند و **اما اصول موضوعه** چند مقدمه است که بعضی از محرر کتاب نزد او زیاد کرده است
بعضی در اصل کتاب اقلیدس بوده است اما آنچه محرر خود بیان کرده است آنست که
گفته است که لازم است که تسلیم کرده شود که هر یک از نقطه و خط مطلق و سطح مطلق
و خط مستقیم و سطح مستوی و دایره موجودند و هم چنین باید تسلیم کرده شود که ملاقی تواند

بر هر خطی و هر سطحی نقطه فرض کنیم و میتوانیم بر هر سطحی خطی را فرض کنیم و هر نقطه بر هر سطحی
باشد میتوانیم فرض کرد که خطی برو بگذرد و هم چنین باید قبول کرده شود که هر یک از نقطه
و خط مستقیم و سطح مستوی میتواند شد که بر مثل خود منطبق شود و فصل مشترک میان
دو خط نقطه است و میان دو سطح خط است اما مقدماتی که در اصل کتاب اقلیدس بوده است
آنست که ما میتوانیم در میان هر دو نقطه خط مستقیم بکشیم و هر گاه خط مستقیم متناهی داشته
باشیم میتوانیم او را بر استقامتی که دارد اخراج کنیم و بر هر نقطه بهر بعدی که خواسته باشیم
میتوانیم دایره بکشیم و زوایای قائمه همه با یکدیگر متساوی اند و دو خط مستقیم بر یک سطح
محیط نمیشوند و هر گاه خطی مستقیم واقع شود بر دو خط مستقیم بنحوی که دو زاویه داخله در یک
جهت کمتر از دو قائمه باشند پس اگر آن دو خط مستقیم را اخراج کنند در آن جهت با یکدیگر
ملاقات میکنند مثلا فرض میکنیم که اب خطی است مستقیم و واقع شده است بر دو خط
مستقیم دیگر که یکی جد و دیگری زه است و از تقاطع اب با آن دو خط در جهت جه
دو زاویه داخله حاصل شده است که یکی ححط و دیگری هطح است و این هر دو بفرض
کمتر از دو قائمه اند لهذا باید دو خط جد زه بعد از اخراج در جهت ده با هم ملاقات
کنند این است مقدماتی که در اصل کتاب اقلیدس مذکور است و محرر گفته است که قضیه
اخیره از علوم متعارفه نیست زیرا که بدیهی نیست و در غیر علم هندسه هم ثابت نشده است که
در هندسه از جمله اصول موضوعه یا مصادرات باشد پس اولی آنست که مرتب در مسائل باشد
نه در مصادرات لهذا من او را در موضعی که لایق باشد بدلیل بیان خواهم کرد و مخفی نیست که این قضیه



اخیره را محرر

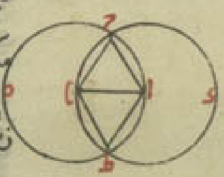
اخیره را محرر بعد از شکل کح از این مقاله بیکمرتبه هفت شکل و بیکمرتبه هشت شکل اثبات
خواهد نمود و بعد از آن گفته است و بدل آن قضیه اخیره از مقدمه دیگر را که واضح است از
جمله اصول موضوعه قرار میدهیم و آن مقدمه اینست که خطهای مستقیمی که در یک سطح مستوی
باشند هر گاه در یک جهت موضوع بر تباعد باشند یعنی در آن جهت هر چند کشیده
شوند از هم دور تر شوند نمیتواند شد که در همین جهت بعینها موضوع بر تقارب باشند
یعنی در این جهت بوضعی برسند که هر گاه اخراج شوند بیکدیگر نزدیک تر شوند و بالعکس
یعنی اگر در یک جهت موضوع بر تقارب باشند نمیتواند شد که در همین جهت موضوع
بر تباعد باشند بلکه هر چند در این جهت اخراج شوند بیکدیگر نزدیک تر میشوند تا
اینکه با یکدیگر تقاطع کنند و در بیان قضیه اخیره مقدمه استعمال میکنیم که آن را اقلیدس
در مقاله دهم و در غیر مقاله دهم هم استعمال کرده است یعنی اثبات قضیه اخیره موقوف
بر این مقدمه نیز زیرا که یکمرتبه اثبات آن هفت شکل میشود و شکل ششم از این هفت شکل
موقوف بر این مقدمه است و این مقدمه آنست که هر دو مقداری که متناهی باشند و هر دو
از یک جنس باشند یعنی هر دو یا خط باشند یا سطح و یکی کمتر از دیگری باشد پس هر گاه
این کمتر را مکرر تضعیف کنیم بالاخره بجائی میرسد که از بزرگتر از مقدار بزرگتر شود
و واجب است که تسلیم کرده شود که یک خط مستقیم با چند خط مستقیم که غیر متسامت باشند
یعنی در یک سمت نباشند بر استقامت متصل نمیشود بلکه همین با یکی از آنها بر استقامت
متصل میشود بلی یک خط مستقیم با چند خط مستقیم که در یک سمت باشند بر استقامت

متصل میشود مثلا هرگاه خط اب ج غیر متناهی باشند باین نحو ا ب ج د نمیتوانند شد
که خط ج د با هر سه خط یا با دو خط از انها بر استقامت متصل شود بلکه همین میتوانند
شد که با یکی از انها متصل شود بر استقامت اما هرگاه این سه خط در یک سمت باشند باین
نحو ا ب ج د ه ز میتوانند شد که خط ج د با هر سه بر سبیل استقامت متصل
شود و باید نیز تسلیم نمود که هر زاویه که مساوی زاویه قائمه باشد انهم قائمه است
مخفی نماند که باید تسلیم نمود که زاویه قبول قسمت میکند و این مقدمه را هر چند محرر
ذکر نکرده است اما در بعضی مواضع احتیاج باو میشود لهذا ما اورا ذکر کردیم اما
علوم متعارفه هرگاه چند چیز داشته باشیم که هر یک با چیز معینی مساوی باشند
باید همه ان چیزها هم با یکدیگر مساوی باشند و هرگاه چند چیز مساوی داشته باشیم
و از هر یک بقدر مساوی نقصان کنیم یا بر هر یک بقدر مساوی زیاد کنیم انچه باقی میماند
یا حاصل میشود باز با یکدیگر مساویند و هرگاه چند چیز غیر مساوی داشته باشیم و بر
هر یک بقدر مساوی زیاد کنیم یا از هر یک بقدر مساوی نقصان کنیم انچه حاصل میشود
یا باقی میماند باز غیر مساویند و هرگاه چند چیز مساوی داشته باشیم و بر هر یک
بقدر غیر مساوی زیاد کنیم یا از هر یک بقدر غیر مساوی نقصان کنیم انچه حاصل شود
یا باقی میماند با یکدیگر مساوی نیستند و هرگاه چند چیز داشته باشیم که اگر بر هر یک
بقدر مساوی زیاد کنیم یا از هر یک بقدر مساوی کم کنیم انچه حاصل شود یا باقی میماند
باهم مساوی باشند دیگر باهم باید ان چیزها با یکدیگر مساوی باشند و اگر باهم
مساوی نباشند

و اگر باهم مساوی نباشند ان چیزها هم با یکدیگر مساوی نیستند و مقدمه اخرا
با مقدمه چهارم محرر ذکر نکرده است بلی مقدمه چهارم در بعضی از نسخ تحریر بعنوان
نسخه مذکورات و هرگاه چند چیز داشته باشیم که هر یک از انها چند ضعف چیز معینی
باشند بعدد اضعاف هم با یکدیگر مساوی باشند باید ان چیزها با یکدیگر مساوی باشند
مثل اینکه هرگاه صد خط داشته باشیم و هر یک از انها ده برابر خطی دیگر باشد باید
ان صد خط با یکدیگر مساوی باشند و همچنین است حکم در سطح و عدد و همچنین اگر
چند چیز باشد که هر یک جزو معین چیزی دیگر باشند باید همه ان چیزها باهم مساوی
باشند مثل اینکه هرگاه ده خط داشته باشیم که هر یک ثلث خط معینی باشند باید
ان ده خط با یکدیگر مساوی باشند و همچنین است حکم در سطح و عدد و غیرهما و چیزهائی
که بر یکدیگر منطبق شوند بنحوی که در یک کدام زیادتی نباشد باید باهم مساوی باشند
و کل از جزو خود بزرگتر است اینست اموری که لازم بود که ما در صدر این مقاله ذکر کنیم
و بعضی دیگر از تعریفات و مصادرات در مواضعی که لایق باشد مذکور خواهد شد باید
دانسته شود که از اینجا تا اخر مقاله دهم نقاط و خطوطی که مذکور میشود مراد نقاط و
خطوطی است که همه بر یک سطح مستوی باشند نه اینکه بر سطح منحنی فرض شوند یا بعضی بر یک
سطح مستوی فرض شوند و بعضی بر سطح مستوی دیگر مثل اینکه مذکور خواهد شد که هرگاه ما از
خط بزرگتر مثل خط کوچکتر جدا کنیم مراد اینست که این هر دو خط در یک سطح مستوی
باشند نه اینکه در سطح منحنی باشند یا یکی در یک سطح مستوی باشد و دیگری در سطح مستوی

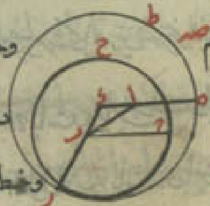
دیگر و هرگاه خطِ مطلق گفته شود مراد از و خط مستقیم است و هرگاه سطح مطلق گفته شود
مراد از و سطح مستوی است و هرگاه زاویهٔ مطلق گفته شود مراد از و زاویه‌ای است که دو خط محیط
باو مستقیم باشند **الاشکال اول** میخواهیم بر خطی متناهی مثل خط اب مثلثی بکشیم
که متساوی الاضلاع باشد یعنی هر سه ضلع او برابر باشند پس نقطهٔ آ را مرکز قرار میدهیم
و ببعد اب دایرهٔ ب ج د میکشیم صه و نقطهٔ ب را مرکز قرار میدهیم صه و از بن دو خط
با خط اب مفروض مثلث ا ج ب حاصل میشود که بر خط اب کشیده شده است پس میگوییم
این مثلث متساوی الاضلاع است زیرا که اب اج چون از مرکز دایرهٔ ب ج د اخراج شده اند
و بمحیط او رسیده اند بایکدیگر مساویند حد و همچنین چون ب ا ب ج از مرکز دایرهٔ
ا ج ه بمحیط او اخراج شده اند باید بایکدیگر مساوی باشند حد پس چون هر یک از
ا ج ب ج مساوی شدند با اب باید بایکدیگر هم مساوی باشند ع پس ثابت شد که
همهٔ اضلاع مثلث ا ب ج که بر خط اب مرسوم است بایکدیگر مساویند و هو المطلوب
و مخفی نماند که بهمین طریق میتوانیم ذو اربعة اضلاعی را بکشیم که همهٔ اضلاع او برابر باشند
زیرا که بر محل تقاطع دو دایرهٔ مذکوره که در مقابل نقطهٔ ج است نقطهٔ ط مثلا فرض
میکنیم و دو خط اط ب ط میکشیم و ثابت میکنیم که سطح ا ج ب ط همهٔ اضلاع او مساویند
زیرا که ثابت شد که ا ج ب ج بایکدیگر مساوی اند و اط چون مساوی اج است حد مساوی
خواهد بود با ب ج که او مساوی اج است ع و ب ط که مساوی است با ب ا مساوی خواهد بود حد
بود با اج که مساوی است با ب ج ع چون هر یک از اط ب ط مساوی اند با اب بر بیانی که مذکور شد

و از بعد آب دایرهٔ آ ح ه را میکشیم صه و بعد از آن دو خط آ ح و ب ح را میکشیم



پس بایکدیگر هم

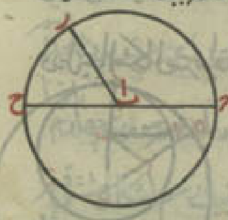
پس بایکدیگر هم مساوی اند ع پس ثابت شد که جمیع اضلاع ا ج ب ط بایکدیگر
مساوی اند و هو المطلوب و مخفی نیست که هرگاه خطی در میان نقطهٔ ج و ط بکشیم دو مثلث
متساوی الساقین حاصل میشود و دلیل تساوی ساقین ظاهر است پس معلوم شد که
ازین شکل سه مطلب میتوان ثابت نمود ب میخواهیم از نقطهٔ مفروضی خطی بکشیم که مساوی
باشد با خط معینی متناهی پس فرض میکنیم که از نقطه نقطهٔ ا است و از خط خط ب ج است
صه پس در ما بین ان نقطه و یک طرف خط مفروض که طرف ب باشد خط اب را میکشیم
و بر این خط اب مثلثی متساوی الاضلاع که مثلث اب د باشد میکشیم ا پس بر نقطهٔ ب
ببعد خط ب ج دایرهٔ ج ح ز را میکشیم صه و خط د ب را در جهت
اخراج میکنیم تا نقطهٔ ز که بر محیط آن دایره است صه و بر
نقطهٔ د دایرهٔ ز ط ه را میکشیم صه و خط د ا را اخراج میکنیم



در جهت ا تا نقطهٔ ه که بر محیط ان دایره است پس میگوییم خط اه که از طرف ا که
نقطهٔ مفروض بود اخراج شده است خطی است که مساوی است با خط ب ج مفروض زیرا
که ب ج ب ز چون از مرکز دایرهٔ ج ح ز بمحیط او اخراج شده اند مساوی اند و همچنین
د ز د ه هم چون از مرکز دایرهٔ ز ط ه بمحیط او اخراج شده اند مساوی اند و چون د ب
د ا مساوی بودند بعمل پس هرگاه انها را از د ه و د ز کم کنیم باز مساویند که باقی میماند
اه ب ز بایکدیگر مساوی ع لیکن ب ز مساوی بود با ب ج پس اه چون مساوی
ب ز است مساوی ب ج هم خواهد بود ع و هو المطلوب و مخفی نماند که بر طرف خط

معروض یعنی خط ب ح بعد همین خط دایره بکشیم نصف قطر این دایره به هر نحوی اتفاق افتد
مساوی آن خط خواهد بود و این در یک صورت است از صور اختلاف وقوع این شکل که مذکور می شود
و آن صورت الخواص است اختلاف وقوع در این شکل باین طریق است که نقطهٔ مفروض یعنی آ یا مباین
خط ب ح مفروض است یا غیر مباین است و هرگاه مباین باشد یا غیر مماس خطات است یا مماس
خطات و هرگاه غیر مباین باشد یا نقطه بر نفس خط واقع میشود یا بر طرف آن از این چهار صورت
بهم میرسد **صورت اول** اینکه نقطه مباین از خط و غیر مماس آن باشد و این صورت از سه قسم
بیرون نیست **قسم اول** آنکه آب اقصر از ب ح باشد و باین سبب مثلث در داخل دایره
ح ر واقع شود و کیفیت رسم شکل در این قسم بنحویست که در اصل کتاب ثبت شده **قسم دوم**
آنکه آب مساوی ب ح باشد و باین جهت دایره ح ر بر دو نقطه ا ی بگذرد و
قسم سیم آنست که آب اطول از ب ح باشد و باین جهت دو ضلع آب ب ... محیط دایره
مذکوره را قطع کنند و کیفیت رسم شکل در این دو قسم باین طریق است **صورت دوم**
آنست که نقطه مباین از خط و مماس آن باشد و در این صورت نیز سه قسمی که در
صورت اول مذکور شد واقع میشود و کیفیت رسم شکل این سه قسم باین طریق است
صورت سیم آنست که نقطه غیر مباین از خط باشد
و بر نفس خط واقع باشد و در این صورت احتیاج نیست
که ما بین نقطه و طرف خط وصل شود زیرا که در این صورت
آب جزئی از ب ح خواهد بود لهذا این صورت منحصر در یک قسم
خواهد بود که

خواهد بود که قسم اول باشد و دو قسم دیگر در آن واقع نمیشود و کیفیت رسم این شکل باین طریق است
و در جمیع اقسام این سه صورت که هفت قسم باشد کیفیت برهان
مختلف نمیشود بلکه بنحویست که در اصل کتاب مذکور است
صورت چهارم آنست که نقطه غیر مباین از خط باشد بر طرف
آن واقع شود و در این صورت نیز احتیاج نیست که ما بین نقطه و طرف خط وصل شود
زیرا که نقطه یعنی آ چون بر طرف خط ب ح باشد واقع شده لهذا نقطه و طرف متحد شده
و با وجود اتحاد وصل معنی ندارد و همچنین احتیاج بعمل مثلث نیست زیرا که بعدی میان
نقطهٔ آ و نقطهٔ ب که طرف خط است نیست تا ما بین آنها بخطی وصل شود و مثلث
رسم شود و همچنین بعمل دو دایره نیست زیرا که چون در این صورت مثلث نیست لهذا راس مثلث
هم که مرکز یک دایره بود نخواهد بود پس احتیاج بآن دایره نیست بلکه کافی است که یک دایره
بر طرف خط مفروض یعنی خط ب ح ببعد همین خط بکشیم بعد از آن خطی دیگر از مرکز این
دایره بر محیط آن بهر نحوی اتفاق افتد اخراج کنیم مثل دایره ح ر که ببعد خط ب ح کشیده شد
و بعد از آن خط ب ح با خط ب ا اخراج شد و طریق برهان
در این صورت ظاهر است زیرا که ا ح با ا ر مساوی ب ح است
که خط مفروض است زیرا که هر یک از مرکز دایره ح ر بمحیط
آن اخراج شده و این وجه حقیقه وجهی دیگر است از برای این شکل و خلی برهان اصل
کتاب نداده چنانکه بآن اشاره شد و از آنچه مذکور شد هشت قسم از اقسام اختلاف



حاصل شد و در غیر قسم اخیر یعنی در هفت قسم اول ممکن است که مثلث ا ب ج در هر یک از دو
طرف خط ا ب واقع شود و بیک جهت اختلاف در اوضاع خطوط حاصل شود و باین اعتبار
اقسام اختلاف پانزده خواهد شد و هفت قسم که اشکال آنها رسم شد یعنی بران بود که
مثلث بر طرف فوق خط رسم شود یعنی در حالت مواجهه خط با ناظر مثلث بر بالای ان
رسم شده و در این صورت محل تماس دو دایره باید در تحت الارض باشد نظر بمواجهه با ناظر یعنی بر
خلاف جهت راس مثلث که د است از ا ب باشد زیرا که با وجود رسم مثلث بر بالای خط ا ب
نظر بمواجهه ناظر هرگاه دو دایره بنحوی کشیده شوند که تماس انها نیز در طرف بالا باشد
نظر بمواجهه بنحوی که نقطه د که راس مثلث است با محل تماس در یک جنب خط واقع شود
ممتنع خواهد بود که نقطه د تواند شد که مرکز دایره کبری یعنی دایره ر ط ه واقع شود پس
اشکال هفت قسم دیگر باین طریق است که مثلث در تحت خط ا ب واقع شود نظر بمواجهه
ناظر و تماس دایرتین در فوق نظر بمواجهه واقع شود تا راس مثلث که د باشد در تحت خط ا ب باشد
و تماس دو دایره در فوق باشد که اگر تماس هم در تحت باشد فقط مذکور لازم خواهد امد
و در اینجا اشکال سه قسم اول از این هفت قسم رسم شد که چهار قسم دیگر هم بران قیاس شود

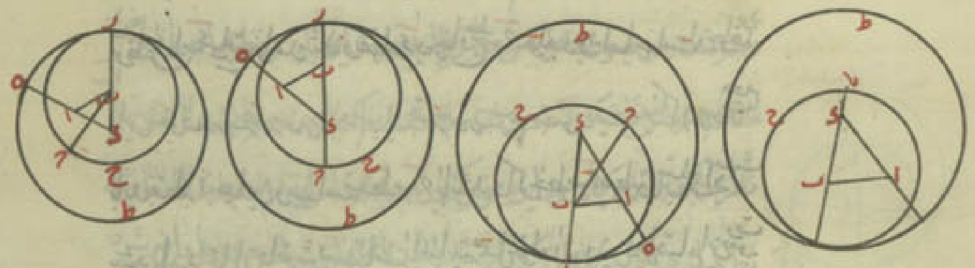
و چون این پانزده قسم معلوم شد بدانکه در هر یک از قسم صورت اول خواه مثلث در

فوق خط واقع

فوق خط واقع شود یا در تحتانی ممکن است که خط ب ج در خارج مثلث واقع شود و ممکن است
که بر ضلعی از مثلث منطبق شود و ممکن است که در داخل مثلث واقع شود و بنابر انطباق در قسم اول
که ا ب اقصر از ا ج است نقطه د بر نفس خط ب ج واقع خواهد شد و در قسم دوم که ا ب
مساوی ا ج است نقطه ء خواهد شد و در قسم سیم که ا ب اطول از ا ج است نقطه ج
بر نفس خط ب ج واقع خواهد شد و نقطه د در خارج خط ب ج خواهد بود اما مماسات ان خواهد بود
و این شقوق در سه قسم صورت دوم و یک قسم صورت سیم متصور نیست زیرا که در صورت دوم
باید نقطه ا مباین و مماس خط ب ج باشد و اگر خط ب ج منطبق بر ضلعی از مثلث
شود یا در داخل ان واقع شود مماسه یا مباینه بعمل نخواهد امد پس در اقسام این صورت
همیشه باید خط در خارج مثلث واقع شود و در صورت سیم باید نقطه غیر مباین از خط
باشد و بر نفس خط ثنین واقع شود و اگر خط در خارج مثلث یا داخل ان واقع شود این شرط
متحقق نخواهد شد لهذا در این صورت همیشه خط ب ج منطبق بر ضلعی از مثلث که ا ب باشد
خواهد بود و چون جریان این شقوق ثلثه مختص باقسام صورت اول شد خواه مثلث در فوق
خط واقع شود یا در تحت لهذا اقسام این صورت که بهر دو اعتبار شش قسم بود هیجده قسم
خواهد شد و چون شش قسم صورت دوم و دو قسم صورت سیم و یک قسم صورت چهارم با انها
ضم شود بیست و هفت قسم حاصل خواهد شد و از هیجده قسم کیفیت رسم اشکال شش قسم
از ان که خط ب ج خارج از مثلث واقع شود معلوم شد و بجهت توضیح این چهار شکل دیگر رسم شد
که باقی را بران قیاس نمایند و دو شکل اول از برای اعتبار اول است یعنی واقع شدن مثلث

یعنی بر نقطه ج

برفوق خط اب و دو شکل اخر از برای اعتبار دوم است یعنی واقع شدن مثلث در تحت آن
و در هر یک از دو شکل اول و دو شکل اخر شکل اول از برای قسم انطباق خط ب ج است
بر ضلعی از مثلث و شکل دوم از برای قسم وقوع انست در داخل مثلث و مجموع چهار شکل
مبنی بر قسم اول است و طریق برهان در مجموع تفاوت نمیکند و اشکال مذکوره این است

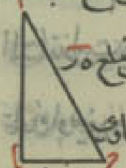


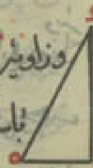
ج میخواهیم از خطی معین بزرگتر بقدر خطی معینی که کوچکتر جدا کنیم پس فرض میکنیم که خط معین
بزرگتر خط اب است و خط معین کوچکتر خط ج است پس اخراج میکنیم از نقطه ا خط
اد را بنحوی که مساوی خط ج باشد ۲ و بر نقطه ا ببعد
اد دایره د ه ز را میکشیم صد پس باین دایره از اب از
جدا میشود و از مساوی اد است حد و اد مساوی خط

ج بود بعمل پس از هم مساوی خط ج خواهد بود ع پس از خط بزرگتر که اب باشد
خط از را جدا کردیم که مساوی است با خط کوچکتر که خط ج باشد و هو المطلوب د
هرگاه دو ضلع و زاویه که در میانه انهاست از مثلثی مساوی باشد با دو ضلع و زاویه
که در میانه انهاست از مثلثی دیگر بر سبیل تناظر یعنی زاویه مساوی زاویه و هر یک

از دو ضلع یکمثلث

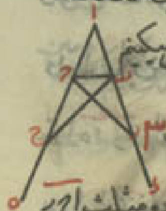
از دو ضلع یکمثلث مساوی باشد با ضلعی که شبیه اوست از مثلث دیگر پس بضرورت
از دو ضلع باقی و زوایای باقیه از دو مثلث با یکدیگر بر سبیل تناظر مساوی
خواهند بود و از دو مثلث هم با یکدیگر مساوی خواهند بود مثلا هرگاه دو مثلث
اب ج د ه ز ضلع اب مساوی ضلع د ه باشد و ضلع اج مساوی ضلع د ز باشد
و زاویه ا مساوی زاویه د باشد باید که ضلع ب ج هم مساوی ضلع ه ز
باشد و زاویه ب مساوی زاویه ه باشد و زاویه ج مساوی





زاویه ز باشد و مجموع مثلث اب ج مساوی مجموع مثلث د ه ز باشد و دلیل بر این
دعوی انست که هرگاه توهم بکنیم انطباق خط اب بر خط د ه باید باعتبار استقامت
و تساوی این دو خط نقطه ا ب منطبق شود بر نقطه ه صح و خط اب منطبق شود بر
خط د ه و نقطه ا منطبق شود بر نقطه د ع و همچنین زاویه ا منطبق خواهد شد
بر زاویه د باعتبار اینکه مفروض این است که این دو زاویه با یکدیگر مساویند ع
و همچنین دو خط اج د ز باعتبار استقامت و تساوی انها بر یکدیگر منطبق خواهند
شد صد و نقطه ج هم بر نقطه ز منطبق خواهد شد ع و هرگاه این انطباقات متحقق شود
یعنی اب بر د ه و نقطه ب بر نقطه ه و زاویه ا بر زاویه د و خط اج بر خط د ز و نقطه
ج بر نقطه ز منطبق شود باید البته خط ب ج هم بر خط ه ز منطبق شود و الا لازم می آید
که دو خط مستقیم بیک سطح محیط شوند و این باطل است صد و هرگاه جمیع اضلاع
بر جمیع اضلاع و جمیع زوایا بر جمیع زوایا بر سبیل تناظر بر یکدیگر منطبق شوند باید جمیع اضلاع

با جمیع اضلاع و جمیع زوایا با جمیع زوایا بر تناظر مساوی باشند و هر دو مثلث هم
بایکدیگر مساوی باشند ع و هو المطلوب ه هر مثلثی که متساوی الساقین باشد
دو زاویهٔ قاعدهٔ ان مساوی یکدیگر باشند و هر گاه دو ساق انرا اخراج کنیم دو زاویه که در
تحت قاعدهٔ انها حادث میشوند مساوی یکدیگر باشند پس فرض میکنیم که مثلث ا ب ج متساوی
الساقین است یعنی دو ساق ا ب ا ج بایکدیگر مساوی اند ص پس میگوییم که باید دو زاویهٔ
قاعدهٔ او یعنی دو زاویهٔ ا ب ج ا ج ب بایکدیگر مساوی باشند و اگر ا ب ا ج در دو جهت
ب ج تا د ه اخراج کنیم دو زاویه که در تحت قاعدهٔ ب ج حادث میشوند یعنی دو زاویهٔ
ج ب د ب ج ه هم بایکدیگر مساوی خواهند بود پس در این شکل باید این دو دعوی ثابت



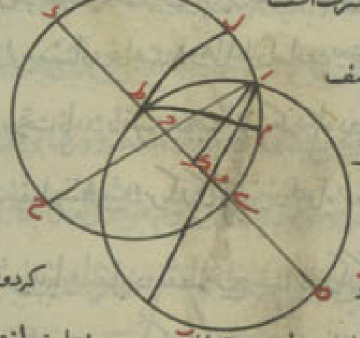
شود و از برای اثبات این دو دعوی بر خط ب د نقطهٔ ز را فرض میکنیم
ص و از خط ا ه خط ا ح را جدا میکنیم بنحوی که مساوی ا ز باشد ٣
و دو خط ب ح ج ز را وصل میکنیم پس بجهت اثبات دعوای اول میگوییم در دو مثلث ا ج ز
ا ب ح دو ضلع ا ب ا ح بایکدیگر مساوی اند بفرض و همچنین ا ز ا ج هم بایکدیگر مساویند
بعمل و زاویهٔ ا در هر دو مثلث مشترک است پس بشکل ۴ دو ضلع ز ج ب ح هم بایکدیگر
مساوی خواهند بود و دو زاویهٔ ا ج ز ا ب ح هم بایکدیگر مساوی خواهند بود و همچنین
دو زاویهٔ ز ح هم بایکدیگر مساوی خواهند بود و ایضا در دو مثلث ح ب ز ب ح ج
دو ضلع ب ز ح ج مساویند بفرض و دو ضلع ز ج ح ب هم بایکدیگر مساویند چنانچه
در دو مثلث اول ثابت شد و دو زاویهٔ ز ح هم بایکدیگر مساویند زیرا که در دو مثلث
اول ثابت شد

اول ثابت شد پس بشکل ۴ دو زاویهٔ ز ح ب ح ب ج مساوی خواهند بود و هر گاه
این دو زاویهٔ مساوی را بیندازیم از دو زاویهٔ ا ح ز ا ب ح که باز مساوی بودند هم چنانکه
در دو مثلث اول ثابت شد باقی میماند دو زاویهٔ ا ح ب ا ب ح قاعده مساوی یکدیگر
پس دعوای اول ثابت شد و اما دلیل بر اثبات دعوای دوم آنست که مذکور شد ع
که در دو مثلث ح ب ز ب ح ج دو ضلع ب ز ح ج مساویند بفرض و دو ضلع
ز ح ج ب هم بایکدیگر مساویند و دو زاویهٔ ز ح هم بایکدیگر مساویند پس بر ۴
جمیع اضلاع و زوایای این دو مثلث بر تناظر مساوی خواهند بود پس دو زاویهٔ
ح ب د ب ح ه که از تحت قاعده حادث شده اند بعد از اخراج ا ب ا ج مساوی خواهند
بود و هو المطلوب و محرر گفته است که این شکل ملقب است بشکل مأمونی و ممکن است اثبات دعوای
اول بدون اخراج دو خط ا ب ا ج باین طریق که نقطهٔ د را بر خط ا ب فرض کنیم ص
و از ا ج ا ه را جدا کنیم بنحوی که مساوی ا د باشد ٣ و سه خط ب ه د ه د ج را
میکشیم پس میگوییم در دو مثلث ا ب ه ا ج د دو خط ا ب ا ج مساویند بفرض

و دو خط ا ه ا د مساویند بعمل و زاویهٔ ا در میان هر دو مشترک است
پس بر ۴ دو زاویهٔ ا ب ه ا ج د مساوی خواهند بود و همچنین دو
ضلع ب ه ج د هم مساوی خواهند بود و بعد از ان میگوییم در دو مثلث ب د ه
ج ه د دو زاویهٔ د ب ه ه ج د مساوی اند چنانچه در دو مثلث اول ثابت شد
و همچنین دو ضلع ب ه ج د هم مساویند هم چنانکه باز در دو مثلث اول ثابت شد

ودو ضلع ب د ح ه هم مساوی‌اند ع پس بر ۴ دو زاویهٔ ب د ه ح ه د با یکدیگر
دو زاویهٔ ه د ب د ه با یکدیگر مساوی خواهند بود و هرگاه دو زاویهٔ اخیر را از دو
زاویهٔ اول نقصان کنیم باقی میماند دو زاویهٔ ب د ح ب ه ح مساوی یکدیگر ع پس
میگوییم این دو زاویه در دو مثلث ب د ح ب ه ح مساوی یکدیگراند و هم چنین در این
دو مثلث دو ضلع ب د ح ه هم با یکدیگر مساوی‌اند ع و دو ضلع د ح ه ب هم با
یکدیگر مساوی‌اند چنانچه ثابت شد پس بر ۴ دو زاویهٔ د ب ح ه ح ب که دو زاویهٔ
قاعدهٔ مثلث ا ب ح متساوی الساقین است مساوی خواهند بود و هو المطلوب
و مخفی نماند که دعوای این شکل را میتوان بمجرد مصادرات این مقاله اثبات نمود بدون انکه
حوالهٔ بشکلی از اشکال شود و کیفیت ان باین طریق است که فرض کنیم که مثلث ا ب ح
دو ساق ان که ا ب ا ح باشند متساوی‌اند و این دو ساق را میکشیم و قاعدهٔ ب ح
را اخراج میکنیم و بر مرکز ب ببعد ب ا دایرهٔ ا ه را میکشیم و بر مرکز ح ببعد
ا ح دایرهٔ ا د ح را میکشیم و در ما بین ب ح نقطهٔ ک را کیف اتفق تعیین میکنیم
و ا ک را وصل میکنیم و میگوییم دو زاویهٔ ا ب ح ا ح ب فوق قاعده متساوی‌اند و همچنین
دو زاویهٔ ح ب ر ب ح ر تحت قاعده نیز متساوی‌اند اما اول بجهت انکه نصف دایرهٔ
ه ا ط مساوی نصف دایرهٔ ب ا د است باعتبار انکه چون دو نصف قطر این دو دایره که
ا ب ا ح باشد بعرض متساوی‌اند پس دو دایره نیز متساوی‌اند پس نصف دایرهٔ اول
که ه ا ط باشد مساوی است با نصف دایرهٔ دوم که ب ا د باشد پس هرگاه از دو نصف مذکور

سطح ب ا ط ک



سطح ب ا ط که مشترک است بیندازیم باقی میماند
سطح ه ا ب از نصف اول مساوی
با سطح د ا ط از نصف دوم
وخط ه ب نیز مساوی خط د ط است
زیرا که ه ط ب د که دو قطر دایره نیز اند متساوی‌اند
وخط ب ط مشترک در ما بین دو قطر است پس چون انرا بیندازیم دو خط مذکور که
ه ب د ط باشند باقی میمانند برابر یکدیگر و بعد از تمهید این مقدمات میگوییم
هرگاه فرض کنیم تطبیق نقطهٔ ا از قطعهٔ ه ا ک بر د از قطعهٔ د ا ک و تطبیق خط
ه ب بر خط د ط باید منطبق شود نقطهٔ ب بر نقطهٔ ط بجهت تساوی دو خط ه ب
ط د و در این هنگام منطبق خواهد شد مرکز ب بر مرکز ح بجهت تساوی دو نصف
قطر پس منطبق خواهد شد قوس ه ا بر قوس د ا بجهت تطابق مرکزین و هرگاه
منطبق شود ه بر د و ب بر ط و قوس ه ا بر قوس د ا البته منطبق خواهد شد نقطهٔ
ا از سطح ه ب ا بر نقطهٔ ا از سطح د ط ا و الا نقطهٔ ا از سطح ه ب ا یا بر نقطهٔ ل
مثلا واقع خواهد شد یا بر نقطهٔ م و بنا بر اول سطح ه ب ا اصغر از سطح د ط ا خواهد بود
و بنا بر ثانی اعظم از ان خواهد بود و حال انکه تساوی انها ثابت شد و هرگاه دو مرکز
بر یکدیگر منطبق شوند و هم چنین دو نقطهٔ ا از دو سطح مذکور بر یکدیگر منطبق شوند باید
خط ب ا بر خط ح ا منطبق شود و الا دو خط مستقیم بیک سطح را احاطه خواهند کرد و این

محال است و هرگاه این دو خط بر یکدیگر منطبق شوند زاویه اب ک منطبق خواهد شد بر زاویه
اح ک پس این دو زاویه متساوی خواهند بود و هو المط و اما دوم یعنی تساوی دو زاویه
ح ب ر ب ح ح که در تحت قاعده واقعند بجهت آنست که هرگاه دو خط که از مبدء واحد
اخراج شده و هر یک بنقطه منتهی شده بر یکدیگر منطبق شوند و این دو خط بر استقامت از
ان دو نقطه اخراج شوند باید اجزا از دو نقطه اخراج شده نیز بر یکدیگر منطبق شوند و
الا لازم اید که دو خط مستقیم بیک خط مستقیم متصل شوند بر استقامت و این محالست
و در اینجا چون ب ا اح بر یکدیگر منطبق شده اند و از دو نقطه ب ح اخراج شده اند
یا رح باید که ب ر ح ح نیز بر یکدیگر منطبق شوند پس دو زاویه ک ح ح ک ب ر
نیز بر یکدیگر منطبق خواهند شد لهذا با یکدیگر متساوی خواهند بود و هو المطلوب و
هرگاه دو زاویه یک مثلث مساوی یکدیگر باشند هر یک از دو ضلعی که موتر ان دو زاویه
اند نیز با یکدیگر مساوی خواهند بود و مراد از ضلع موتر زاویه ان ضلعی است که در مقابل
زاویه باشد مثلا فرض میکنیم که در مثلث اب ح دو زاویه ب و ح مساوی یکدیگرند
پس میگوئیم باید دو ضلع اح اب که موتر این دو زاویه اند نیز با یکدیگر مساوی باشند
زیرا که اگر با وجود تساوی این دو زاویه این دو ضلع با یکدیگر مساوی نباشند فرض میکنیم
که اح اطول از اب باشد و از اح اطول ح د را بقدر اب جدا میکنیم ۳ و خط ب د را
میکشیم پس میگوئیم در دو مثلث اح ب د ب ح دو ضلع اب د ح مساویند بعمل
و ضلع ب ح مشترک است و دو زاویه اب ح د ح ب مساوی اند بفرض پس باید بر ۴

دو مثلث اب ح

دو مثلث اب ح و ب ح د با یکدیگر مساوی باشند و در این صورت جزء مساوی کل
خواهد بود و این محالست ع پس باید دو ضلع موتر با یکدیگر مساوی باشند تا این
محال لازم نیاید و مخفی نماند که انچه مذکور شد در صورتی بود که اح را اطول از اب
فرض کنیم و اگر بعکس فرض کنیم باز محال لازم خواهد امد بدلیل مذکور بعینه و در

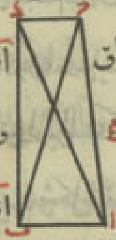
این صورت شکل باین نحو خواهد بود و محرر در این موضع گفته است که در
صورتی که فرض شود که اح اطول از اب باشد هم چنانکه

جایز است از اح د ح را بقدر اب جدا نمود و برهان را تمام

کرد هم چنین جایز است اب اخراج شود تا نقطه د بنحوی که د ب مساوی اح
باشد ۲ و میان نقطه د و ح بخط د ح وصل شود و بعینه برهان را تمام نماید باین نحو
که بگوئیم در دو مثلث د ب ح اب ح دو زاویه ب و ح مساویند بفرض و دو ضلع
ب د اح هم مساویند بعمل و ضلع ب ح مشترک است پس باید بر ۴ هر دو مثلث
با یکدیگر مساوی باشند و در این صورت لازم می اید که جزء مساوی کل باشد و این باطل است
ع و باز محرر گفته است که این دعوی را بنحوی دیگر میتوان اثبات نمود باین طریق که اگر
دو زاویه ب و ح مساوی باشند و دو ضلع اب اح با یکدیگر مساوی نباشند فرض
میکنیم که اح اطول است پس از اح اطول د ح را بقدر اب اقصر جدا میکنیم ۳ و نقطه
ه را بر خط اب فرض میکنیم صه و از خط د ح ح ر را جدا میکنیم بنحوی
که مساوی ب ه باشد ۳ و سه خط د ه ر ب ه ح را میکشیم صه

پس بگوییم در دو مثلث ه ب ح ز ح ب دو ضلع ه ب ز ب با یکدیگر مساویند بجمل
و ضلع ب ح در هر دو مشترک است و دو زاویهٔ ه ب ح ز ح ب مساوی یکدیگرند بفرض
پس بر ۴ دو زاویهٔ ب ح ه ح ب ز نیز با یکدیگر مساوی خواهند بود و همچنین دو ضلع
ه ح ز ب هم با یکدیگر مساوی خواهند بود و مجموع دو مثلث هم با یکدیگر مساوی خواهند بود
و هرگاه ازین دو مثلث مساوی مثلث ب ط ح که در میان هر دو مشترک است بیندازیم
باقی میماند دو مثلث ه ط ح و ز ط ب مساوی یکدیگر ع و نیز در دو مثلث ا ب
ز ا ح ه دو ضلع ا ب ا ح با یکدیگر مساویند بجمل و دو ضلع ب ز ح ه نیز با یکدیگر مساویند
چنانکه ثابت شد و دو زاویهٔ ا ب ز ا ح ه نیز با یکدیگر مساویند باعتبار تساوی
دو مثلث ه ب ح ز ح ب پس بر ۴ مجموع این دو مثلث مساوی یکدیگر خواهند بود و
چون سطح ه ا ز ط مشترک است میان این دو مثلث متساوی پس هرگاه آن سطح مشترک
از آنها بیندازیم باقی خواهد ماند مجموع دو مثلث ا ه ز ه ب ح مساوی با یک مثلث
ز ح ب ع و حال آنکه در پیش ثابت شد که مثلث ه ب ح تنها مساوی ز ح ب بود پس
لازم خواهد آمد که مجموع دو مثلث ا ه ز ه ح ب مساوی باشند با یک مثلث
ه ح ب تنها ع و این باعث تساوی کل و جزو است و این محال است ع پس باید
دو ضلع ا ب ا ح مساوی باشند تا این محال لازم نیاید و مخفی نماند که آنچه مذکور شد
در صورتی بود که ا ح را اطول از ا ب فرض کنیم و اگر بر عکس این فرض کنیم باز مطلوب
بهمین دلیل بعینه ثابت میشود و درین صورت شکل باین نحو خواهد بود و باز تحریر این
مقام گفته است

مقام گفته است که هرگاه صاحب کتاب این شکل در بیجا بیان میکرد و او را بعد
از شکل هجدهم بیان میکرد اثبات او بشکل هجدهم در کمال سهولت میبود
زیرا که در شکل هجدهم ثابت شده است که هرگاه در یک مثلث دو ضلع
باشد که یکی اطول از دیگری باشد باید ضلع اطول موتر زاویه باشد که آن زاویه
بزرگتر است از زاویه که ضلع اقصر موتر اوست پس بر این تقدیر در شکل ششم میگوییم هرگاه
دو ضلع موتر مساوی یکدیگر نباشند باید دو زاویه هم مساوی نباشند و حال آنکه
مفروض اینست که دو زاویه مساوی یکدیگرند پس باید دو ضلع هم مساوی یکدیگر باشند
و مخفی نیست که سبب بیان کردن شکل ششم بعد از شکل هجدهم اختلالی در اشکال
که در مابین شکل ششم و هجدهم اند بهم نمیرسد زیرا که اشکالی که بعد از شکل ششم اند
تا نوزدهم هیچیک موقوف بر شکل ششم نیستند ز هرگاه از دو طرف یک خطی
دو خط اخراج کنیم بنحوی که در یک نقطه ملاقات کنند ممکن نیست که باز از دو طرف
آن خط در همان جهت دو خط دیگر اخراج کنیم که در نقطهٔ که غیر نقطهٔ اول باشد ملاقات
کنند و مع ذلک مساوی دو خط اول باشند و هریک ازین دو خط هم با آن خطی که مساوی
اوست از یک طرف اخراج شده باشند مثلا از دو طرف خط ا ب دو خط ا ح ب ح
اخراج شده اند و بر نقطهٔ ح ملاقات کرده اند پس ممکن نیست که دو خط دیگر
از دو طرف ا ب در جهت ح اخراج شوند و بر غیر نقطهٔ ح ملاقات کنند که اگر
ممکن باشد که دو خط اینچنین اخراج شوند فرض میکنیم که این دو خط ا د و ب د اند

که اد مساوی اه و ب د مساوی ب ه است و از دو طرف اب اخراج شده اند
و بر نقطهٔ د ملاقات کرده اند پس خط ه د را وصل میکنیم و میگوییم در مثلث اه د

چون دو ساق اد اه مساوی‌اند بفرض لهذا دو زاویهٔ اه د اد ه مساوی
خواهند بود ه و زاویهٔ ب ه د اصغر است از زاویهٔ اه د ع پس اصغر
از زاویهٔ اد ه هم خواهد بود ع و زاویهٔ اد ه اصغر است از زاویهٔ
ب د ه ع پس زاویهٔ ب ه د البتّه اصغر از زاویهٔ ب د ه خواهد بود لیکن چون مفروض
است که دو ساق ب ه ب د در مثلث ب د ه مساوی‌اند باید دو زاویهٔ ب ه د
ب د ه با یکدیگر مساوی باشد ه و این مخالف دارد با آنچه ثابت شد و این مخالفت
حاصل شده است که بسبب فرض تساوی ب د با ب ه و تساوی اد با اه و بیرون
آمدن آنها از دو طرف خط اب و ملاقات کردن آنها در نقطهٔ که غیر از نقطهٔ ح است
پس باید بیرون آمدن دو خط باین نحو ممکن نباشد تا این مخالفت لازم نیاید و هو المطلوب
و محرّر کتاب تراه گفته است که درین شکل اختلاف واقع است یعنی بچند نحو میشود که این شکل
رسم شود زیرا که نقطهٔ د یا در بیرون مثلث اب ح واقع میشود و مع ذلک دو خط از
چهار خطی که از دو طرف خط اب اخراج شده اند پیش از ملاقات با یکدیگر تقاطع میکنند
یا نقطهٔ د در بیرون مثلث اب ح واقع میشود اما دو خط پیش از ملاقات با یکدیگر
تقاطع نمیکنند یا نقطهٔ د در داخل مثلث اب ح واقع میشود یا بر یکی از دو ضلع اح
ب ح واقع میشود بدین معنا یکه آن دو ضلع اخراج شوند یا بر یکی از دو ضلع واقع میشود

بعد از اخراج

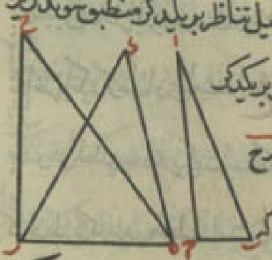
بعد از اخراج شدن آنها پس پنج صورت حاصل میشود صورت اوّل آنکه نقطهٔ د در
بیرون مثلث اب ح واقع شود و دو خط پیش از ملاقات خطوط با یکدیگر تقاطع
کنند و این صورتی است که در اصل کتاب اقلیدس مذکور است زیرا که نقطهٔ د
در بیرون مثلث اب ح واقع شده است و دو خط اد ب ح با یکدیگر تقاطع کرده اند
پیش از آنکه اح ب ح بر نقطهٔ ح و اد ب د بر نقطهٔ د ملاقات کنند و صورت
دوم آنست که نقطهٔ د در بیرون مثلث اب ح واقع شود و پیش از ملاقات
خطوط دو خط با یکدیگر تقاطع نکنند و در این صورت هیئت شکل باین نحو است

و صورت سیم آنست که نقطهٔ د داخل مثلث اب ح واقع شود و در این
صورت شکل باین نحو خواهد بود

و در این دو صورت د ح را
اخراج میکنیم تا ه و ز میکنیم ص و دو ضلع اد اح را
و میگوییم در هر دو صورت در مثلث اد ح چون
دو ساق اد اح مساوی یکدیگر کنند بفرض لهذا دو زاویهٔ ه د ح
ز ح د مساوی یکدیگر کنند ه پس از جهت اثبات مطلوب در صورت اوّل از این
دو صورت که صورت دوم از پنج صورت است میگوییم که چنانچه ثابت شد دو زاویهٔ
ه د ح ز ح د مساوی یکدیگر کنند و چون دو ساق ب ح ب د بفرض مساوی یکدیگر کنند
دو زاویهٔ ب د ح ب ح د نیز مساوی یکدیگر کنند ه و زاویهٔ ب د ح اصغر است
از زاویهٔ ه د ح باعتبار اینکه ب د ح جزء ه د ح است پس باید ب ح د اصغر از

زد د هم باشد زیرا که ثابت شد که زد مساوی ه د است و هرگاه ب د
اصغر از زد باشد باید بطریق اولی اصغر از ب د هم باشد زیرا که زد اصغر از
ب د پس باید ب د بسیار اصغر از ب د هم باشد لیکن ثابت شد در اول
که ب د و ب د با یکدیگر مساویند پس این دو حکم با یکدیگر مخالف دارد و این
مخالفت حاصل نشده است مگر بسبب فرض مذکور پس باید فرض مذکور صحیح نباشد
تا این مخالفت لازم نیاید و هو المطلوب و اما از جهت اثبات مطلوب در
صورت دوم ازین دو صورت که صورت سیم از پنج صورتست بعینه همین دلیل را جاری
میکنیم و فرقی میان او و صورت اول نیست مگر باعتبار تغییر در زاویها و لکن
این ظاهر است و احتیاج ببیان علیحده ندارد صورت چهارم آنست که نقطه د
بر یکی از دو ضلع ا ج ب ج واقع شود پیش از اخراج پس اگر بر خط ب ج واقع شود

خط ب ج و ب د بر یکدیگر منطبق میشوند و صورت شکل این است و درین
صورت برهان ظاهر است زیرا که ب د جزو ب ج است پس نمیتواند
مساوی او باشد و اگر نقطه د بر ا ج واقع شود خط ا ج و ا د بر یکدیگر
منطبق میشوند و دلیل باز بنحویست که مذکور شد و صورت شکل معلوم است و صورت
پنجم آنست که نقطه د بر یکی از دو ضلع ا ج ب ج واقع شود بعد از اخراج پس اگر بر خط
ب ج بعد از اخراج واقع شود باز دو خط ب ج ب د بر یکدیگر منطبق میشوند باین نحو
و دلیل باز بنحویست که مذکور شد یعنی در این صورت ب ج جزو ب د است پس نمیتواند که
بهم مساوی


با آن مساوی باشد و اگر نقطه د بر خط ا ج واقع شود دو خط ا ج ا د بر یکدیگر
منطبق میشوند و دلیل باز بنحویست که مذکور شد و صورت شکل
معلوم است ج هرگاه هر یک از سه ضلع مثلثی مساوی هر یک از
سه ضلع مثلث دیگر باشد باید زوایای آن دو مثلث بر سبیل تناظر مساوی یکدیگر باشند
و هم چنین باید آن دو مثلث هم با یکدیگر مساوی باشند مثلا هرگاه در دو مثلث ا ب ج
د ه ز دو ضلع ا ب د ه مساوی یکدیگر باشند و دو ضلع ا ج د ز نیز مساوی یکدیگر باشند
و هم چنین دو ضلع ب ج ه ز مساوی یکدیگر باشند باید زاویه ا مساوی زاویه د
باشد و زاویه ب مساوی زاویه ه باشد و زاویه ج مساوی زاویه ز باشد و باید
مجموع مثلث ا ب ج مساوی مجموع مثلث د ه ز باشد زیرا که هرگاه مثلا فرض کنیم
انطباق ب ج بر ه ز که مساوی آنست و هم چنین فرض کنیم انطباق هر دو مثلث بر
یکدیگر واجب خواهد بود که جمیع اضلاع و زوایا بر سبیل تناظر بر یکدیگر منطبق شوند زیرا

که هرگاه با وجود انطباق ب ج بر ه ز اضلاع دیگر بر یکدیگر
منطبق نشوند لازم می آید که ا ب ا ج مثل ه ح ز ح
میان د ه د ز واقع شوند و ازین لازم می آید که
دو خط ه ح ز ح که مساوی دو خط ه د ز د اند با ه د ز د از دو طرف خط ه ز از یکجهت
بعینه اخراج شده باشند و در غیر نقطه د که محل ملاقات دو خط ه د ز د است ملاقات
کرده باشند و این محال است به ر پس هرگاه فرض کنیم انطباق خط ب ج بر ه ز و توهم کنیم

انطباق دو مثلث بر یکدیگر باید جمیع اضلاع و زوایا بر سبیل تناظر بر یکدیگر منطبق شوند
و هرگاه جمیع بر یکدیگر منطبق شوند لازم می آید تساوی زوایای دو مثلث با یکدیگر بر سبیل
تناظر و لازم می آید تساوی هر دو مثلث با یکدیگر و هو المطلوب و مخفی نماند که اگر با وجود
فرض انطباق مذکور دو ضلع از یک مثلث منطبق بر دو ضلع از مثلث دیگر شود و لیکن ضلع
منطبق نشود لازم می آید که دو خط مستقیم بیک سطح محیط شوند و این هم محال است
صه پس مطلوب ثابت است ط میخواهیم زاویه مثل زاویه ب اج را تنصیف کنیم بر

خط اب نقطهٔ د را فرض میکنیم صه و از اج اه را جدا میکنیم بنحوی که مساوی اد
باشد ۳ و خط ده را میکشیم صه و بر ان مثلث د ر ه متساوی الاضلاع
رسم میکنیم ۱ و خط ار را میکشیم صه و این خط زاویه ب اج را
تنصیف میکند زیرا که جمیع اضلاع دو مثلث د ا ر ه ا ر
بر سبیل تناظر با یکدیگر مساویند بعمل پس باید جمیع زوایای این دو مثلث هم بر سبیل
تناظر با یکدیگر مساوی باشند ح پس دو زاویه د ا ر ه ا ر هم با یکدیگر مساوی خواهند
بود و هو المطلوب و محرر گفته است که برهان بر این شکل وقتی تمام میشود که اثبات شود
که نقطهٔ ر که طرف خط ار است در ما بین دو خط اب اج واقع شود زیرا اگر هرگاه
نقطهٔ ر بر روی یکی از ان دو خط واقع شود یا خارج از انها واقع شود دیگر خط ار
تنصیف زاویه ب اج را نخواهد کرد و مطلوب ثابت نخواهد شد و دلیل بر اثبات اینکه هرگاه
خط ار را اخراج کنیم نقطهٔ ر در ما بین اب اج واقع میشود ۴ انکه هرگاه در ما بین واقع

نشود یا بر روی

نشود یا بر روی یکی از ان دو خط واقع خواهد شد باین نحو ۴ یا در بیرون از دو خط

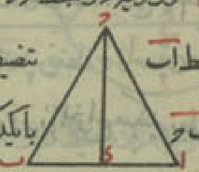
واقع خواهد شد باین نحو و شکی نیست که در هر دو صورت
دو زاویه ر د ه ر ه د مساوی اند ۵ زیرا که
مفروض است که دو ساق ر د ر ه
از مثلث ر د ه مساویند زیرا که
اورا متساوی الاضلاع رسم نمودیم و حال انکه دو زاویه د ه ح ه د ب نامساویند ۵
زیرا که در تحت قاعدهٔ مثلث ا د ه واقع شده اند که دو ساق ان بعمل مساویند پس
در صورت اول لازم می آید که جزء مساوی کل باشد زیرا که زاویه ر ه د که جزء زاویه
د ه ح است مساوی است با ر د ه که او مساوی د ه ح است پس ر ه د هم مساوی
د ه ح خواهد بود که کل اوست و این محال است و در صورت دوم لازم می آید که جزء مساوی باشد
با انچه بزرگتر است از کل ان زیرا که زاویه ر ه د مساوی است با زاویه ه د ر که از ان بزرگتر است
از زاویه ح ه د که از کل است نسبت بر ر ه د و این هم محال است پس باید نقطهٔ ر در ما بین
دو خط اب اج واقع شود تا محالی لازم نیاید و هو المطلوب با انکه محرر گفته است که میتوان
این مطلب را یعنی تنصیف زاویه ب اج را بنحوی دیگر اثبات نمود باین طریق که نقطهٔ ر را
در ما بین د ب فرض کنیم صه و ه ح را بقدر د ر جدا کنیم ۳ و د ح ه ر را اخراج میکنیم
بنحوی که بر نقطهٔ ط تقاطع کنند و خط اط را میکشیم صه پس او تنصیف میکند زاویه
ب اج را زیرا که در دو مثلث اه ر اد ح دو ضلع اد اه مساویند بفرض و دو ضلع ار

آح نیز مساوی‌اند و زاویهٔ آ در هر دو مشترک است پس به ۴ دو زاویهٔ زوح
با یکدیگر و دو ضلع زه ىح با یکدیگر مساوی خواهند بود پس میگوییم که دو
مثلث زىه ىوح دو زاویهٔ زوح با یکدیگر و دو ضلع زه ىح با
یکدیگر مساوی‌اند هم چنانکه ثابت شد و هم چنین دو ضلع زوح ه با یکدیگر مساوی‌اند
بعمل پس به ۴ دو زاویهٔ زه ىح ىه با یکدیگر مساوی خواهند بود پس میگوییم چون این دو
زاویه در مثلث ىطه مساوی‌اند باید به ۶ دو ضلع ىط هط که موتر این دو زاویه اند
مساوی باشند پس میگوییم در دو مثلث ىطا هطا دو ضلع ىط هط مساوی یکدیگرند
هم چنانکه حالا ثابت شد و اى و اه نیز مساوی‌اند و اط مشترک است پس به ح دو زاویهٔ
ىاط هاط با یکدیگر مساوی خواهند بود وهو المطلوب و ممکن است که به وجهی دیگر این مطلب
اثبات شود باین طریق که بر اب نقطهٔ ى را کیفما اتفق تعیین کنیم صه بعد از آن از اح
اه را مثل اى جدا کنیم ۳ اگر اح اطول از اى باشد و اگر متساوی باشد احتیاج

بجدا نمودن نیست و میگوییم اح مثل اى است و اگر اى اطول از اح باشد اح
را اخراج میکنیم تا اطول از اى شود پس جدا میکنیم از آن اه را مثل اى
۳ و ىه را وصل میکنیم صه و بر اى نقطهٔ ز را تعیین میکنیم
و اح را جدا میکنیم مثل از و وصل میکنیم زه ح ى صه بنحوی که
تقاطع کنند بر نقطهٔ که آن مثلا نقطهٔ ط باشد و وصل میکنیم اط را و آن منصف میکند زاویهٔ
ىاه را زیرا که دو زاویهٔ اىه اهى متساوی‌اند ۵ و دو ضلع زى ىه از مثلث زىه متساوی

دو ضلع ح ه ه ى اند از مثلث حىه بر سبیل تناظر بعمل و اشتراک پس باید بنا بر ۴
دو زاویهٔ ىه‌ط هىط متساوی باشند و بنا بر ۶ ىط هط متساوی‌اند پس جمیع اضلاع
مثلث ىطا مساوی جمیع اضلاع هطا است بر تناظر پس جمیع زوایای این دو مثلث نیز
بر تناظر متساوی خواهند بود ۸ لهذا دو زاویهٔ ىاط هاط متساوی‌اند وهو المطلوب
و بوجه دیگر از اح اه را جدا میکنیم مثل اى بتفصیلی که مذکور شد و بر اى تعیین میکنیم نقطهٔ
ح را کیفما اتفق و از را جدا میکنیم مثل اح و وصل میکنیم ىز وح را بنحوی که تقاطع کنند
بر نقطهٔ ط و وصل میکنیم اط را پس در دو مثلث ىاز هاح دو ضلع ىا از و زاویهٔ ا
مساوی‌اند با دو ضلع ها اح و زاویهٔ ا بعمل و اشتراک پس هر دو مثلث با یکدیگر متساوی‌اند
و از تساوی دو مثلث ىطح هطز باعتبار اینکه بعد از اسقاط قدر مشترک از ما بین
دو مثلث اول که متساوی بودند این دو مثلث باقی میمانند پس ىط هط با یکدیگر متساوی
خواهند بود و از این لازم می‌آید که جمیع اضلاع مثلث اطى مساوی جمیع اضلاع اطه
باشد بر تناظر پس بنا بر ۸ جمیع زوایای این دو مثلث نیز بر سبیل تناظر متساوی خواهند

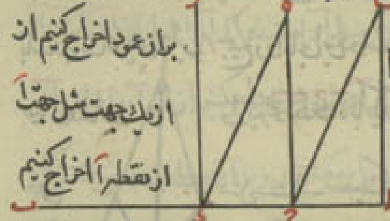
بود لهذا دو زاویهٔ ىاط طاه با یکدیگر متساوی‌اند وهو المطلوب ى میخواهیم
خطی را مثل خط اب تنصیف کنیم پس بر آن خط مثلث احب متساوی
الاضلاع رسم میکنیم ۱ و زاویهٔ ح را بخط حى تنصیف میکنیم ۹
پس همین خط خط اب تنصیف خواهد شد زیرا



که در دو مثلث احى بحى دو ضلع اح بح با یکدیگر مساوی‌اند و ضلع

ج د مشترک است و دو زاویه ا ج د و ج ب نیز با یکدیگر مساویند بعمل پس بر ۴ دو
ضلع ا د و د ب با یکدیگر مساوی خواهند بود و هو المطلوب یا میخواهیم از نقطه که بر خط
غیر محدودی یعنی غیر متناهی باشد عمودی بر آن خط اخراج کنیم مثلا میخواهیم از نقطه ج که
واقع است بر خط ا ب عمودی اخراج کنیم بر خط ا ب پس بر آن خط نقطه د را تعیین
میکنیم صه و میگردانیم ج ه را مثل د ج ۳ و بر خط د ه مثلث د ر ه متساوی الاضلاع
رسم میکنیم و خط ر ج را میکشیم پس این خطی که از نقطه ج که بر خط ا ب

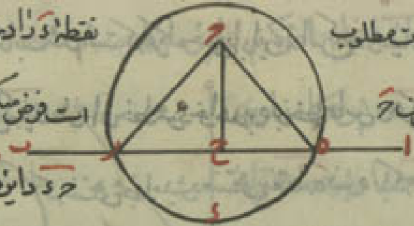
واقع است اخراج شده است و عمود است بر خط ا ب زیرا که اضلاع دو
مثلث ر ج د ر ج ه بر سبیل تناظر متساوی یکدیگر کنند پس بر ۸
دو زاویه ر ج د ر ج ه که از دو طرف خط ر ج حادث شده اند
مساوی یکدیگر خواهند بود و هر گاه این دو زاویه متساوی باشند قائمه خواهند بود حد
و هر گاه قائمه باشند خط ر ج عمود خواهد بود بر خط ا ب حل و هو المطلوب و محرر درین
موضع گفته است که اگر خطی که میخواهیم بر او عمود اخراج کنیم از



هر دو جهت غیر محدود نباشد بلکه از یک جهت مثل جهت ا
محدود باشد و خواسته باشیم عمود را از نقطه ا اخراج کنیم
بدون آنکه خط را از جهت ا اخراج کنیم و اخراج عمود باین نحو در بنا اوقات اهل عمل
احتیاج بآن دارند پس نقطه ج را معین میکنیم و میگردانیم ج د را مثل ا ج و از خط
ج د دو عمود ج ه د ر را اخراج میکنیم بطریقی که سابقا مذکور شد یعنی بطریق رسم

مثلث متساوی الاضلاع

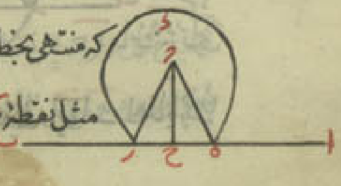
مثلث متساوی الاضلاع و دو زاویه ا ج ه ج د ر را بدو خط ج ح د ه تنصیف میکنیم
۹ پس دو خط ج ه د ه که بیرون آمده اند از دو طرف خط ج د بر یکطرف از دو قائمه
ملاقات خواهند کرد بر نقطه ح بنا بر قضیه اخیره که اقلیدس آنرا از مصادرات قرار
داده و محرر بعد از این اثبات خواهد نمود و میگردانیم خط ح ج را مثل د ه ح و خط
ح ا را میکشیم صه پس این خط عمود است بر ا ب زیرا که در دو مثلث ح ا ج ه ج د
دو ضلع ا ج ج د متساویند بعمل و هم چنین دو ضلع ح ج د ه متساویند بعمل و دو
زاویه ا ج ح ج د ه متساویند زیرا که هر یک نصف قائمه اند همچنانکه مذکور شد
پس بر صو متساوی یکدیگرند پس بر ۴ زاویه ح ا ج مساوی خواهد بود با زاویه
ه ج د قائمه پس ح ا ج هم قائمه خواهد بود صه و هر گاه ح ا ج قائمه باشد خط ح ا
عمود خواهد بود بر طرف خط ا ب از غیر اخراج از طرف حل و هو المطلوب و مخفی نیست
که حوالکردن محرر مطلوب را بقضیه اخیره که باعتقاد او از مصادرات نیست و بعد ازین
اثبات خواهد کرد خالی از غرابت نیست یب میخواهیم از نقطه که بر خط غیر محدودی
نباشد عمودی بر آن خط اخراج کنیم مثلا میخواهیم از نقطه ج عمودی بر خط ا ب اخراج
کنیم و از برای اثبات مطلوب نقطه د را در طرف دیگر



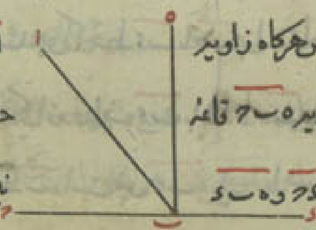
از خط ا ب که غیر طرف ج است فرض میکنیم صه
و بر مرکز ج ببعد ج د دایره ه د ر کشیم
صه و چون معروف است که خط ا ب در ما بین مرکز و محیط دایره است لهذا با یکدیگر

این خط را بر دو نقطه مثل دو نقطه ه و ز قطع کند و خط ه ز را بر ح تنصیف میکنیم
١٠ و ح ح را وصل میکنیم و این خط ح ح عمودی است که از نقطه ح بخط اب
اخراج کرده ایم و دلیل بر عمود بودن خط آنست که هرگاه ح ه ح ز را وصل کنیم در دو مثلث
ح ه ح ح ز ح دو ضلع ه ح ز ح مساوی خواهند بود بحد و دو ضلع ه ح ز ح نیز مساوی اند
بعمل و ضلع ح ح مشترک است پس بر ٨ دو زاویه ح ح ه ح ح ز مساوی یکدیگر
خواهند بود و هرگاه مساوی باشند قائم خواهند بود بحد و هرگاه قائم باشند خط ح ح
عمود خواهد بود بحد و هو المطلوب و محرر طاب ثراه فرموده است که ارباب عمل هرگاه از برای
اثبات مطلوب خواسته باشند که بجهت دیگر از خط تجاوز نکنند یعنی خواسته باشند که
مطلوب را ثابت کنند بنحویکه محتاج نباشند که در غیر جهت ح نقطه ء را فرض کنند
و قوس ه ء ز را بکشند در ینصورت بر خط نقطه ه را تعیین میکنند و ح ه را وصل
میکنند و بعد ح ه دایره ه ء را میکشند تا یکبار دیگر دایره با ن خط منتهی شود
پس اگر دایره در نقطه ه بخط منتهی شود باین نحو

در ینصورت خط
ح ه عمود بر خط اب خواهد بود بنا بر شکل یز از مقاله سیم زیرا
که در آن ثابت شده است که هرگاه خطی با دایره تماس کند و میان نقطه تماس و مرکز
دایره خطی کشیده شود آن خط عمود خواهد بود بر خط تماس و هرگاه دایره در مرتبه دیگر
که منتهی بخط میشود منتهی بنقطه ه نشود بلکه منتهی بنقطه دیگر
مثل نقطه ز شود در ینصورت خط ه ز را تنصیف میکنند بر نقطه



ح و ا ١٠ و ح ح را میکشند و بنحوی که در اصل کتاب مذکور شد بیان میکنند که آن
عمود است بر خط اب و هو المطلوب و مخفی نماند که بنای محرر در شکل یز از مقاله سیم موقوف
بر یه از مقاله سیم و یه از مقاله سیم موقوف بر ب از مقاله اولی پس بنا بر این نحو که در
در اینجا گفته است دور لازم خواهد آمد لیکن چون بنای اقلیدس در شکل یز از مقاله
سیم موقوف بر ب از مقاله اولی نیست بلکه اشکالی که موقوف علیه است آنها هم
موقوف بر ب از مقاله اولی نیستند میتوان کلام محرر را توجیه نمود باین نحو که در
صورتی که شکل ب از این مقاله را باین نحو اثبات کنیم باید شکل یز از مقاله سیم را
بطریق اقلیدس اثبات کرد نه بنحوی که محرر بیان کرده است یح هرگاه خطی
بر خطی دیگر قائم شود بهر نحو که باشد باید از دو طرف آن خط که قائم شده است دو
زاویه حادث شوند که هر یک از آنها قائمه باشند یا هر دو با هم مساوی دو
قائمه باشند مثلا خط اب قائم شده است بر خط ح ء و از دو طرف اب
دو زاویه اب ح اب ء بهم رسیده است پس هرگاه اب عمود بر ء ح باشد باید
هر یک از این دو زاویه قائمه باشد بحد صو و اگر اب عمود بر ء ح نباشد از نقطه
ب عمود ب ه را بر ح ء اخراج میکنیم ١١ پس سه زاویه بهم خواهند رسید یعنی
اب ح و اب ه و ه ب ء پس هرگاه زاویه
کنیم بر زاویه اب ح زاویه ه ب ح قائمه
زیرا که ه ب عمود است بر ء ح و ه ب ء



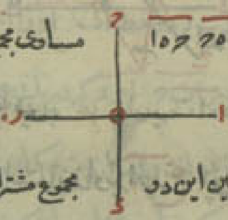
اب ه را اضافه
حاصل خواهد شد
نیز قائمه است

پس هرگاه ا ب ه را بر ا ب ج بیفزاییم دو زاویه ه ب ج ه ب د هر دو قائمه خواهند بود
و هرگاه ا ب ه را بر ه ب د بیفزاییم تا ا ب د حاصل شود هم چنانکه مفروض ماست حد
در این صورت ا ب ج بقدر ا ب ه کمتر از قائمه خواهد بود و زاویه ا ب د بقدر ا ب ه زیاده تر
از قائمه خواهد بود پس دو زاویه ا ب ج ا ب د مساوی دو قائمه خواهند بود چنین ثابت شد
که خطی که بر خطی دیگر قائم میشود اگر عمود بر او باشد هر یک از دو زاویه که از دو طرف او
حادث میشوند قائمه اند و اگر عمود نباشد دو زاویه که حادث میشوند هر دو مساوی
دو قائمه اند و هو المطلوب **ید** هرگاه دو خط متصل شوند بخط دیگر از دو جنبه
آن خط بر یک نقطه که در طرف آن خط باشد و از اتصال آن دو خط با آن یک خط
دو زاویه حادث شود که هر یک قائمه باشند یا هر دو مساوی
دو قائمه باشند باید آن دو خط بر استقامت یک خط باشند
یعنی باید آن دو خط یک خط مستقیم باشد مثلا دو خط

ج ب د ب متصل شده اند بخط ا ب بر نقطه ب و دو زاویه ج ب ا د ب ا اگر از
اتصال دو خط ج ب د ب با ا ب حادث شده اند مساوی دو قائمه اند پس باید خط
ج ب د بر استقامت یک خط باشد یعنی یک خط مستقیم باشد که اگر ج ب د یک خط
مستقیم نباشد یعنی اگر خط د ب با ج ب بر استقامت متصل نشود باید خطی دیگر
غیر از د ب که در یکی از دو طرف د ب باشد با ج ب بر استقامت متصل شود و فرض
میکنیم که آن خط ب ه است پس ج ب ه یک خط مستقیم خواهد بود پس مجموع دو زاویه

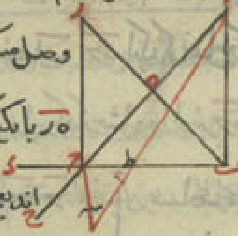
١٠٥١٣

ج ب ا ه ب ا مساوی دو قائمه خواهند بود **١٣** و مجموع دو زاویه ج ب ا د ب ا هم
مساوی دو قائمه اند بفرض پس به **ع** باید مجموع دو زاویه ج ب ا ه ب ا مساوی باشد
با مجموع دو زاویه ج ب ا د ب ا و از این لازم می آید که هرگاه زاویه ج ب ا که مشترک است
بیندازیم باقی بماند دو زاویه ه ب ا د ب ا مساوی یکدیگر و این محال است زیرا که ه ب ا
جزو د ب ا است و جزو مساوی کل نمیتواند شد پس باید خط ج ب د یک خط مستقیم باشد
تا این محال لازم نیاید و هو المطلوب و مخفی نماند که آنچه مذکور شد در صورتی بود که خط
ب ه در فوق خط د ب واقع شود و هرگاه در تحت هم واقع شود همین محال لازم می آید
مگر اینکه در این صورت ا ب د جزو ا ب ه خواهد بود بعکس صورت اول و نیز مخفی نیست
که ممکن است که ب ه را در طرف دیگر از ا ب فرض کنیم در فوق ج ب یا در تحت او بنحوی که
فرض کنیم که د ب ه یک خط شود و باز محال مذکور لازم می آید **یه** هرگاه دو خط
با یکدیگر تقاطع کنند و از تقاطع آن دو خط چهار زاویه حادث شوند هر دو زاویه برابر با
یکدیگر مساویند مثلا دو خط ا ب ج د با یکدیگر تقاطع کرده اند و چهار زاویه حادث
شده است پس هر دو زاویه برابر یکدیگر مثل دو زاویه ج ه ب ا ه د با یکدیگر مساویند
زیرا که مجموع دو زاویه ب ه ج ج ه ا مساوی مجموع دو زاویه ا ه د ج ه ا است
زیرا که هر یک از این دو مجموع مساوی دو قائمه است



١٣ و چون ج ه ا در ما بین این دو مجموع مشترک است پس هرگاه او را بیندازیم
باقی خواهد ماند ج ه ب مساوی ا ه د **ع** و هو المطلوب و از این شکل ثابت میشود که مجموع

چهار زاویه که از تقاطع دو خط حادث شده اند مساوی چهار قائمه اند زیرا که هر گاه
هر دو زاویه که در مقابل یکدیگر نیستند بلکه دو زاویه که در دو طرف یک خط حادث
شده اند مساوی دو قائمه باشند باید چهار زاویه مساوی چهار قائمه باشند و محرر
گفته است که اگر بیشتر از دو خط هم در یک نقطه با هم تقاطع کنند جمیع زوایایی که از
تقاطع آن خطوط حادث میشود مساوی چهار قائمه اند زیرا که جمیع این زوایا فی الحقیقه همان
چهار زاویه اند که مساوی چهار قائمه اند تا هر یک قسمت شده اند ١٦ هر مثلثی که یکی از سه ضلع
آن اخراج شود پس زاویه خارجه که حادث میشود بزرگتر است از هر یک از دو زاویه داخله
که در مقابل آن واقعند مثلا در مثلث ا ب ج ضلع ب ج اخراج شده است تا نقطه
د پس میگوییم زاویه ا ج د که خارجه است بزرگتر است از هر یک از دو زاویه ا و ب که در
داخل مثلث اند و در مقابل ا ج د خارجه واقعند و از برای اثبات مطلب خط ا ج را
تنصیف میکنیم بر ه ١٠ و خط ب ه را وصل میکنیم و او را اخراج میکنیم و میگردانیم ه ز



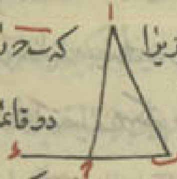
را مثل ب ه ه ز و ج ز را وصل میکنیم ص پس هر دو مثلث
ا ب ه ج ز ه دو ضلع ب ه ه ز با یکدیگر مساوی اند بعلاوه دو ضلع
ا ه ه ج نیز با یکدیگر مساوی اند بعلاوه دو زاویه متقابل ا ه ب
ز ه ج مساوی یکدیگر اند ١٥ پس بر ٤ زاویه ب ا ه مساوی است با زاویه ه ج ز
و زاویه ا ج د خارجه بزرگتر است از زاویه ا ج ز ع پس باید بزرگتر از زاویه ا هم
باشد زیرا که ثابت شد که زاویه ا مساوی زاویه ا ج ز است پس ثابت شد که زاویه

ا ج د خارجه

ا ج د خارجه بزرگتر است از زاویه ا داخله و اما از جهت اثبات اینکه زاویه ا ج د بزرگتر
است از زاویه ب داخله بعینه همین دلیلی که مذکور شد جاری است باین نحو که خط
ب ج را بر نقطه ط تنصیف میکنیم ١٠ و خط ا ط را وصل میکنیم و او را اخراج
میکنیم و میگردانیم ط س را مثل ا ط ٣ و ج س را وصل میکنیم پس هر دو مثلث
ب ا ط ج س ط دو ضلع ا ط ط ب مساوی اند با دو ضلع س ط ج ط بعلاوه دو
زاویه متقابل ط مساوی اند ١٥ پس زاویه ا ب ط مساوی است با زاویه ط ج س
٤ و زاویه ب ج ح که مساوی است با زاویه ا ج د خارجه ١٥ بزرگتر است از زاویه
ب ج س ع پس باید بزرگتر از ا ب ج هم باشد زیرا که ا ب ج مساوی ب ج س بود
و هر چه بزرگتر از احد متساویین باشد بزرگتر از متساوی دیگر هم هست ع و هر گاه
زاویه ب ج ح بزرگتر از زاویه ب باشد زاویه ا ج د خارجه که مساوی ب ج ح بود
نیز بزرگتر از زاویه ب خواهد بود و هو المطلوب و محرر در این موضع گفته است که از این شکل
مبین میشود که هر گاه از نقطه دو خط اخراج کنیم بخط دیگر ممکن نیست که آن دو خط
با آن خط احاطه کنند بدو زاویه که در یک جهت باشند و مساوی یکدیگر باشند
مثلا از نقطه ا بخط ب د دو خط ا ب ا ج را اخراج کرده ایم و آن دو خط

با خط ج د بدو زاویه ا ب ج ا ج د که در یک جهت اند یعنی در
جهت د اند احاطه کرده اند و ممتنع است که این دو زاویه با یکدیگر مساوی باشند
زیرا که یکی داخله است و دیگری خارجه و ثابت شد که خارجه بزرگتر از داخله میباشد پس مطلوب

ثابت است یز هر دو زاویه از یک مثلث البته کمتر از دو قائمه اند مثلا دو زاویه
ب و ج از مثلث ا ب ج کمتر اند از دو قائمه زیرا که ب ج را اخراج میکنیم



تا د صه پس دو زاویه ا ج د ا ج ب مساوی دو قائمه اند یج و زاویه
ا ج د بزرگتر است از زاویه ب یو پس زاویه ب با زاویه ا ج ب کمتر از دو قائمه اند
ع و هو المطلوب و هرگاه خواسته باشیم بیان کنیم که زاویه ب و ا کمتر از دو قائمه اند
باید ب ج را از طرف ب اخراج کنیم به ه مثلا و مطلوب را بدلیل مذکور ثابت
کنیم و اگر خواسته باشیم در ا و ج اثبات کنیم باید ب ا را از طرف ا اخراج کنیم
یح هر ضلعی از مثلث که اطول باشد موتر زاویه بزرگتر است مثلا در مثلث
ا ب ج ضلع ا ب اطول است از ضلع ا ج پس باید زاویه ج که ضلع ا ب اطول
موتر انست اعظم باشد از زاویه ب که ضلع ا ج اقصر موتر انست

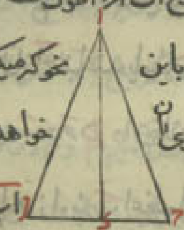
زیرا که هرگاه اثبات ا د را مثل ا ج جدا کنیم ج و ج د را وصل
کنیم صه زاویه ا د ج که اعظم از زاویه ب است یو مساوی
زاویه ا ج د است ه و زاویه ا ج ب اعظم است از زاویه ا ج د پس اعظم از زاویه
ا د ج هم خواهد بود پس زاویه ا ج ب بینا اعظم از زاویه ب خواهد بود و هو المطلوب
و محرر گفته است که هرگاه ا ج را اخراج کنیم تا د و بگردانیم ا د را مثل ا ب و د ب را
وصل کنیم باین نحو ممکن است اثبات مطلب بدلیل مذکور بعینه زیرا که

که زاویه ا د ب که اصغر است از زاویه ج یو مساوی است با زاویه
ا ب د ه پس زاویه

ا ب د ه پس زاویه د ب ا اصغر است از زاویه ج پس زاویه ا ب ج بسیار اصغر است
از زاویه ج و هو المطلوب و باز محرر در این مقام گفته است که میتوان این مطلوب را بوجه
دیگر اثبات نمود باین نحو که بر مرکز ا ببعد ا ب دایره ب د را میکشیم و ب ج را
اخراج میکنیم تا د و ا د را وصل میکنیم پس میگوییم زاویه ا ج ب

خارجه اعظم است از زاویه ا د ب داخله یو و زاویه ا د ب
مساویست با زاویه ا ب د ه پس زاویه ا ج ب اعظم از
زاویه ا ب ج ع و هو المطلوب یط هر زاویه از مثلث که اعظم باشد ضلعی هم که
موتر انست اطول است و این شکل عکس شکل سابق است مثلا در مثلث ا ب ج
زاویه ج اعظم است از زاویه ب پس ضلع ا ب اطول است از ضلع ا ج زیرا که هرگاه
ا ب اطول از ا ج نباشد یا مساوی آن خواهد بود و در این صورت لازم می آید تساوی
دو زاویه ب و ج ه و این خلاف مفروض است و یا اقصر از آن خواهد بود و در این صورت
لازم می آید زاویه ب اعظم از زاویه ج باشد یح و این هم خلاف

مفروض است پس باید ا ب اطول از ا ج باشد و هو المطلوب
ک هر دو ضلع مثلث با هم اطول اند از یک ضلع دیگر مثلا
در مثلث ا ب ج دو ضلع ا ب ا ج با هم اطول اند از ضلع ب ج و از جهت اثبات مطلوب
ضلع ب ا را اخراج میکنیم صه و میگردانیم ا د را مثل ا ج کب و د ج را وصل میکنیم
صه پس میگوییم زاویه ب ج د بزرگتر است از زاویه ا د ج ع و زاویه ا ج د مساویست

باز زاویهٔ ا د ج ۵ پس باید  زاویهٔ ب ج د بزرگتر از زاویهٔ ا د ج هم باشد
ع پس د ب از ب د اطول است از زاویهٔ ب ج د ۱۹ و د ب د مساوی است
با دو ضلع ب ا ا ج زیرا که ب ا مشترک است و ا د بعمل
مساویست با ا ج پس مجموع ب ا ا ج نیز اطول است از ب ج وهو المطلوب و محرر
گفته است که این شکل ملقب است بشکل حماری و میتوان آنرا بوجهی دیگر اثبات نمود
باین نحو که در مثلث ا ب ج زاویهٔ آ را بخط ا د تنصیف میکنیم ۹ پس زاویهٔ ا د ج خارجی
بزرگتر است از زاویهٔ ب ا د داخله ۱۶ و ب ا د مساویست با ج ا د بعمل پس ا د ج
بزرگتر از ج ا د هم خواهد بود پس ا ج اطول است از ج د ۱۹ و بهمین دلیل بعینه
اثبات میکنیم که ا ب اطول است از ب د پس مجموع ا ب ا ج اطول است از ج ب
وهو المطلوب و بوجهی دیگر میتوان اثبات نمود باین  نحو که میگوییم اگر
مجموع ا ب ا ج اطول از ب ج نباشد یا مساوی آن خواهد بود یا اقصر
از آن خواهد بود پس جدا میکنیم ب د را مثل ا ب ۳
د ا را وصل میکنیم پس باقی خواهد ماند ج د مساوی ج ا هرگاه مجموع ا ج
ا ب مساوی ج ب باشد و باقی خواهد ماند ج د اطول از ج ا هرگاه مجموع ا ج
ا ب اقصر از ج ب باشد پس هرگاه ج د مساوی ا ج باشد دو زاویهٔ ج ا د ج د ا
با یکدیگر مساوی خواهند بود ۵ و هم چنین دو زاویهٔ ا د ب ب ا د با یکدیگر
مساوی خواهند بود ۵ پس مجموع دو زاویهٔ ج ا د د ا ب مساوی مجموع دو زاویهٔ

۱۶۵ ... خواهد

ج د ا ب د ا خواهد بود و مجموع دو زاویهٔ ج د ا ا د ب مساوی دو قائمه اند ۱۳ پس
دو زاویهٔ ج ا د د ا ب هم مساوی دو قائمه خواهد بود پس لازم خواهد آمد که دو
خط ج ا ا ب یک خط مستقیم باشد ۱۴ و این باطل است زیرا که لازم می آید
که دو خط مستقیم که یکی ج ا ب باشد و دیگری ج د ب باشد محیط بیک سطح
شوند و اگر ج د اطول از ج ا باشد زاویهٔ ج ا د بزرگتر از زاویهٔ ج د ا خواهد
بود ح پس جمیع زاویهٔ ب ا ج بزرگتر از مجموع دو زاویهٔ ج د ا ا د ب خواهد بود
زیرا که باعتبار تساوی ا ب د ب زاویهٔ ب ا د مساوی ب د ا است و مجموع
ج د ا ا د ب مساوی دو قائمه است ۱۳ پس زاویهٔ ج ا ب اعظم از دو قائمه
خواهد بود پس مجموع ا ج ا ب اطول از ج ب خواهد بود وهو المطلوب و بوجه دیگر
اگر مجموع ا ب ا ج اطول از ب ج نباشد پس مجموع یا مساوی ب ج است یا کمتر
از آن و بر هر دو تقدیر اخراج میکنیم ج ا را در جهت آ الی غیر النهایه و از آن جدا
میکنیم ج د را مثل ج ب و وصل میکنیم د ب را پس میگوییم زاویهٔ ج د ب مثل
زاویهٔ ج ب د است ۵ و ا د مساوی ا ب است بنا بر اول و اطول از آن است بنا
بر دوم پس ا د یا مساوی ا ب است یا اطول از آنست و در هر دو صورت باطل است زیرا
که زاویهٔ ا ب د مساوی زاویهٔ ج ب د است و زاویهٔ ج ب د اعظم است از زاویهٔ
ا ب د پس ا د اقصر است از ا ب ط و ج د بفرض مساوی ب ج است پس مجموع ا ب
ا ج اطول است از ب ج وهو المط  و بوجه دیگر که اضلاع مثلث ا ب ج

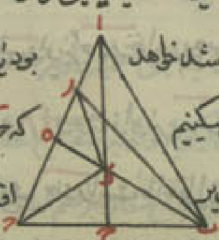
متساوی باشد مطلوب ثابت است و الا فرض میکنیم که ضلع اطول ب ح است و
جدا میکنیم از ان ب د را مثل اب و اد را وصل میکنیم و ب ا را اخراج میکنیم تا ه
پس میکوییم زاویه ح د ا مثل ه ا د است ه و ه اد اعظم است از ح اد پس ح ا
اطول است از ح د نطوب اب د بجعل متساوییند پس مجموع ب ا ا ح اطول
از ح ب که اطول بود از هریک از ب ا ا ح پس ب ح با هریک از ب ا

و ا د بطریق اولی اطول است از ب ا ما ا ح تنها و هو المط
کا هرگاه از دو طرف یک ضلع مثلث دو خط اخراج شوند
و در داخل مثلث با یکدیگر ملاقات کنند البته این دو خط که
اخراج شده اند اقصر باشند از دو ضلع دیگر ان مثلث و زاویه که از ملاقات ان دو خط
حادث شود اعظم است از زاویه دو ضلع دیگر از مثلث مثلا در مثلث ا ب ح از دو
طرف یک ضلع او که ب ح باشد دو خط ب د ح د اخراج شده اند

و بر نقطه د که داخل مثلث است ملاقات کرده اند پس میکوییم این دو
خط ب د ح د با هم اقصر باشند از دو ضلع دیگر مثلث که اب
اح باشد و زاویه ب د ح اعظم است از زاویه ب اح و از جهة اثبات این دو مطلب
خط ب د را اخراج میکنیم تا ه صر و میکوییم دو خط ب ا اه با هم اطول اند
از ب ه ه ح ٢٠ و ه ح مشترک در میان جمیع ب ا اح و جمیع ب ه ه ح پس باید جمیع
ب ا اح اطول باشد از جمیع ب ه ه ح ع و نیز مجموع د ه ه ح اطول است از د ح

٢٠ و د ب مشترک است

٢٠ و د ب مشترک است در میان مجموع ب ه ه ح و مجموع د ب د ح پس ب ه ه ح اطول
است از مجموع ب د د ح ع و مجموع ب ا اح اطول بود از مجموع ب ه ه ح پس مجموع ب ا اح
بتا اطول خواهد بود از مجموع ب د د ح پس مطلب اول ثابت شد و اما از برای اثبات
مطلب دوم که اعظمیه زاویه ب د ح باشد از زاویه ا میکوییم زاویه ب د ح چون زاویه
خارجه است از مثلث ه د ح پس اعظم است از زاویه د ه ح ١٦ او زاویه د ه ح چون زاویه
خارجه است از مثلث ا ب ه اعظم است از زاویه ا ١٦ پس زاویه ب د ح بتا اعظم
خواهد بود از زاویه ا و هو المط و مخفی نماند که اعظمیه زاویه مذکوره را میتوان بوجهی خوش
بیان نمود باین نحو که هرگاه زاویه ب د ح مساوی زاویه ا یا اصغر از ان باشد لازم می اید
سه زاویه مثلث بیشتر از دو قائمه باشد و این باطل است بشکل ٣٢ از این مقاله و اثبات
شکل ٣٢ موقوف بر این شکل نیست تا دور لازم اید و محرر گفته است که دو دعوای
مذکوره را میتوان بوجهی دیگر هم اثبات نمود پس از برای اثبات دعوای اول میکوییم اگر
مجموع ب د د ح اقصر از مجموع ب ا اح نباشد یا مساوی ان خواهد بود یا اطول از ان
خواهد بود و بر هر یک از این دو تقدیر یا یکی از دو خط ب د د ح اقصر از نظیر خود که یکی
از دو خط ب ا اح باشد نخواهد بود یا نه پس اگر یکی از دو خط مذکور اقصر از



نظیر خود باشد فرض میکنیم که ح د اقصر از ح ا است و در این هنگام
ب د اطول ... بر تقدیر اول که مجموع ب د د ح مساوی مجموع
ب ا اح باشد ب د اطول خواهد بود از ب ا بقدر نقصان ح د از ح ا و بر تقدیر دوم که

مجموع ب د د ح اطول از مجموع ب ا ا ح باشد ب د اطول خواهد بود از ب ا بقدر نقصان

ح د از ح ا و بقدر زیادتی مجموع ب د د ح بر مجموع ب ا ا ح و به هر حال میکردانیم ا ر را

بقدر زیادتی ب د بر ب ا ح و نقطه ر نمیتواند شد که بر نقطه ه واقع شود و الا لازم

خواهد آمد که ب ا ا ه با هم مساوی ب د باشند پس باید ب ا ا ه اقصر از ب ه باشد

زیرا که ب د که مساوی ب ا ا ه است جزء ب ه است و اقصر بودن ب ا ا ه از ب ه باطل

است ۲۰ د هم چنین نمیتواند شد که نقطه ر در میانه ه ح واقع شود و الا لازم خواهد آمد

که ب ا ا ه بتمامها اقصر از ب ه باشند زیرا که ب ا ا ه اقصر خواهند بود از ب ا ا ر که ثانی

ب د اند و ب د اقصر است از ب ه پس ب ا ا ه بتمامها اقصر خواهند بود از ب ه و این

باطل است ۲۰ پس باید نقطه ر در میان ا ه واقع شود پس دو خط ر د ر ب را وصل

میکنیم صه پس ب د که مساوی جمیع ب ا ا ر است بفرض باید اطول از ب ر باشد ۲۰

پس زاویه ب ر د اعظم است از زاویه ب د ر ۱۸ و چونکه ب د مساوی است با جمیع ب ا

ا ر باقی خواهد ماند ح د مساوی ح ر بر تقدیر اول که جمیع ب د د ح مساوی

جمیع ب ا ا ح باشد و باقی خواهد ماند اطول از ح ر بر تقدیر دوم که جمیع ب د

د ح اطول از جمیع ب ا ا ح باشد پس زاویه ح د ر خواهد بود بر تقدیر اول ۵ ۱

و اعظم از و خواهد بود بر تقدیر دوم ۱۸ و چون زاویه ب ر د اعظم است از زاویه

ب د ر و زاویه ح ر د یا مساوی ح د ر است یا اعظم از وست باید مجموع زاویه

ب ر ح که اصغر است از دو قائمه اعظم خواهد بود از دو زاویه ب د ر ح د ر که اعظم

از دو قائمه

پس ب د ر ا الخ میکنیم تا ه

ح د ر مساوی زاویه

از دو قائمه و این محال است لج ر و این محال ناشی شده است از فرض مساوی بودن

ب د د ح با ب ا ا ح یا اطول بودن ب د د ح از ب ا ا ح با فرض اقصر بودن د ح

از ا ح پس باید این فرض جایز نباشد تا این محال لازم نیاید و اگر بر فرض یکی از دو

تقدیر هیچیک از دو خط ب د د ح اقصر از نظیر خود از دو خط ب ا ا ح نباشد

بلکه هر یک مساوی نظیر خود باشد بر تقدیر اول یا هر یک اطول از نظیر خود

باشد یا یکی اطول از نظیر خود باشد بر ~~تقدیر اول یا هر یک اطول از نظیر خود~~

~~باشد یا یکی اطول از نظیر خود باشد و دیگری مساوی نظیر خود باشد بر تقدیر~~

دوم در این صورت ا د را وصل میکنیم صه و بهمان دلیل که گذشت بیان میکنیم

که لازم می آید که مجموع یک زاویه ا ح که کمتر از دو قائمه است یا اعظم باشد از

مجموع دو زاویه د ا ح د ا که اعظم از دو قائمه اند یا مساوی انها باشد و این محال است

۱۸ ۱۳ و این محال ناشی نشده است مگر از فرض کردن اینکه مجموع ب د د ح

اطول است از مجموع ب ا ا ح یا مساوی انست پس باید مجموع ب د د ح اقصر باشد

از مجموع ب ا ا ح تا این محال لازم نیاید و هو المطلوب پس دعوای اول ثابت شد و اما

از برای اثبات دعوای دوم یعنی اعظمیت زاویه ب د ح از زاویه ب ا ح ا د را اخراج

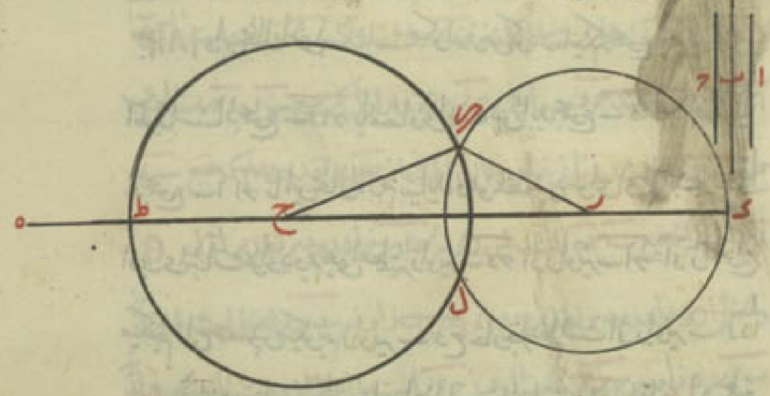
میکنیم تا ح صه پس میکوئیم زاویه ب د ح خارجه اعظم است از زاویه ب ا د داخله

۱۶ و هم چنین زاویه ح د ح خارجه اعظم است از زاویه ح ا د داخله ۱۶ پس جمیع

زاویه ب د ح اعظم است از جمیع زاویه ب ا ح و هو المطلوب کـ اراده داریم

ودیکری مساوی نظیر خود باشد بر تقدیر دوم

که عمل کنیم مثلثی را که هر ضلعی ازان مساوی باشد با یکی از سه خط مفروض که هر دو خط
ازان سه خط با هم اطول باشند از یکی انها پس فرض میکنیم که سه خط آ ب ج سه خطی اند
که هر دو خط ازان سه خط اطول اند از یکی انها و میخواهیم که مثلثی عمل کنیم که هر ضلع ازان
مساوی یکی ازین سه خط باشد پس خط د ه را میکشیم و فرض میکنیم که این خط از جهت
د محدود است اما از جهت ه غیر متناهی است پس ازین خط جدا میکنیم خط د ز
را بنحوی که مساوی خط آ باشد ۳ و جدا میکنیم ازان ز ح را بنحوی که مساوی ب
خط ب باشد ۳ و جدا میکنیم ازان خط ح ط را بنحوی که مساوی خط ج باشد
۳ و بر مرکز ز ببعد ز د دایره د ک ل را رسم میکنیم صه و بر مرکز ح ببعد
ح ط دایره ط ک ل را رسم میکنیم صه پس این دو دایره بر دو نقطه ک و ل تقاطع
خواهند نمود زیرا که مجموع د ز ح ط اطول اند از ز ح باعتبار اینکه مفروض است که



هر دو خط از سه خط مفروض اطول اند از یکی انها و د ز نصف قطر دایره د ک ل

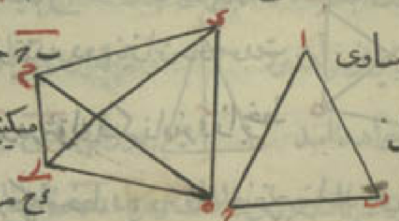
است وح ط نصف قطر

است وح ط نصف قطر دایره ط ک ل است پس باید دو دایره مذکوره بر دو نقطه
تقاطع کنند و ان دو نقطه ک و ل است وح ک ز ک را وصل میکنیم صه و میگوییم
مثلث ز ک ح مثلث مطلوب یعنی مثلثی است که هر ضلعی ازان مساوی یک خط
از سه خط مفروض است زیرا که ضلع ک ز مساوی است با ز د صه و ز د مساوی است
با خط آ بعمل پس ز ک هم مساویست با خط آ ع و ز ح مساوی است با خط ب
بعمل وح ک مساوی است با ح ط صه وح ط مساوی است با ج بعمل پس ح ک
هم مساوی ج خواهد بود ع پس ثابت شد که هر یک از اضلاع مثلث ز ک ح
مساوی است با خطی از سه خط مفروض و هو المطلوب و محرر فرموده است که شرط
شده است که هر دو خط از سه خط مفروض اطول باشد از یکی انها باعتبار اینکه
باید هر خطی ازین سه خط مساوی ضلعی از اضلاع مثلث باشد و واجبست که
هر دو ضلع مثلث با هم اطول باشند از ضلع ثالث ۲۰ و همین شرط بعینه
موجب تقاطع دو دایره مذکوره است زیرا که او لا میگوییم اگر مجموع دو خط
آ و ب مثلا با هم اطول از خط ج نباشند هر اینه خط ح ط که مساوی ج است
بعمل یا مساوی خواهد بود با مجموع خط ح د که مساویست با مجموع آ و ب یا اطول
ازو خواهد بود پس بر تقدیر اول لازم می اید که دایره ک ط ل محیط باشد بدایره
ک د ل و از داخل با او تماس کند و بر تقدیر دوم لازم می اید که دایره ک ط ل
محیط باشد بدایره ک د ل و با او تماس هم نکند و علت در هر دو تقدیر ظاهر است

دبر هر دو تقدیر تقاطع لازم نمی‌اید و ثانیا میکوئیم اکر مجموع دو خط ب و ج
اطول از خط آ نباشد درینصورت بمثل دلیل مذکور لازم خواهد امد که دایرهٔ
ک ل محیط باشد بدایرهٔ ک ط ل با تماس یا بدون تماس و درینصورت هم تقاطع
لازم نمی‌اید و ثالثا میکوئیم هرکاه مجموع دو خط آ و ج اطول از خط ب نباشد هر
خط ز ح که مساوی خط ب است یا مساوی مجموع ز ه ح ط که مساویست با مجموع آ
و ج یعنی یا اطول از او خواهد بود پس بر تقدیر اول لازم خواهد امد که دو دایره از
خارج با یکدیکر تماس کنند و مطلقا در میان ایشان احاطه و تقاطعی نباشد و بر
تقدیر دوم لازم خواهد امد که نه تقاطع و نه احاطه و نه تماس در میان این دو دایره
باشد بلکه از یکدیکر منفصل خواهند بود پس ثابت شد که باید هر دو خط از سه خط
مفروض اطول باشد از یکی انها تا تقاطع میان دو دایره متحقق شود و الا تقاطع لازم
نخواهد امد و هو المطلوب کج اراده داریم که بر نقطهٔ مفروضه از خط مفروضی زاویه
عمل کنیم که مثل زاویه مفروضه باشد مثلا میخواهیم بر نقطهٔ آ از خط اب زاویه را
عمل کنیم که مثل زاویه ج باشد پس از جهت اثبات مطلوب بر دو خط ج د
ج ه که محیط بزاویه مفروضه اند دو نقطهٔ د ه را تعیین میکنیم صه و خط
د ه را وصل میکنیم صه و بر خط اب مثلث ا ز ح رسم میکنیم بنحوی که اضلاع او
مساوی اضلاع مثلث ج د ه باشد ۲۲ یعنی اح مساوی ج د باشد
و از مساوی ج ه باشد و ح ز مساوی د ه باشد پس بر ۸ زاویهٔ آ

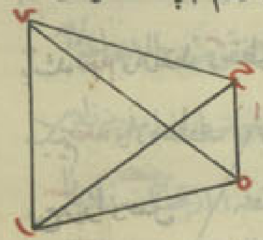
که بر نقطهٔ آ از خط

که بر نقطهٔ آ از خط اب عمل شده است مساوی زاویه ج
مفروضه است و هو المطلوب کد هرکاه دو ساق از
مثلثی مساوی دو ساق مثلثی دیکر باشد بر سبیل تناظر و
زاویه که در میان دو ساق اول است اعظم باشد از زاویه که در میان دو ساق دوم است
باید قاعدهٔ دو ساق اول اطول باشد از قاعدهٔ دو ساق دوم مثلا در دو مثلث
اب ج د ه ز اب مساوی د ه است و اج مساوی د ز است و زاویهٔ آ اعظم
است از ه د ز پس باید ب ج که قاعدهٔ اب اج است که زاویه انها اعظم است اطول
باشد از ه ز که قاعدهٔ د ه د ز است که زاویه انها اصغر است و از برای اثبات مطلوب
بر نقطهٔ د از خط د ه زاویه ه د ح را عمل میکنیم بنحوی که مساوی زاویه ب اج
باشد ۲۳ و از نقطهٔ د خط د ح را مثل اج اخراج میکنیم ۲ د و ح ز را وصل



میکنیم صه و ان مساوی ب ج خواهد بود ۴
و ح ز را وصل میکنیم صه و چون
هریک از د ز د ح مساوی اج اند
باید د ز د ح هم با یکدیکر مساوی باشند ع و باعتبار تساوی انها لازم می‌اید
تساوی دو زاویه د ز ح د ح ز ۵ و زاویه ه ز ح چون اعظم است از د ز ح که مساوی
د ح ز است باید اعظم از زاویه ه ح ز که اصغر از د ح ز است ع نیز باشد و هرکاه
زاویه ه ز ح اعظم باشد از زاویه ه ح ز باید خط ه ح که وتر زاویه ه ز ح

اعظم باشد از زاویه ه ح ز باید خط ه ح که وتر زاویه ه ز ح اعظم است اطول باشد از خط ه ز که وتر زاویه ه ح ز اصغر است ۱۹ وخط ب ح مساوی است با ه ح هم چنانکه اشاره بان شد پس باید ب ح هم اطول باشد از ه ز ع
وهو المطلوب ومحرر گفته است که درین شکل اختلاف وقوع است ومخفی نماند که اختلاف وقوع این شکل بسیار است ومحرر اشاره بقلیلی نموده است وبسیاری باقی نشده است وما بتفصیل همه را بیان میکنیم پس میگوییم از جهت اثبات مطلوب یا بر نقطه د زاویه مثل زاویه ا عمل میکنیم هم چنانکه در اصل کتاب مذکور شد یا بر نقطه ا زاویه مثل ه د ز عمل میکنیم وبنا بر تقدیر اول که زاویه را بر نقطه د عمل کنیم یا انست که ان را بر خط ه د عمل میکنیم هم چنانکه در اصل کتاب



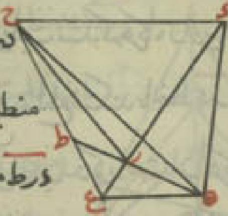
مذکور است یا بر خط د ز عمل میکنیم باین نحو وهم چنین بر تقدیر دوم نیز این دو صورت بهم میرسد ودر شق اول که زاویه د را بر خط ده عمل کنیم هرگاه خط ده وتر زاویه منفرجه نباشد یعنی زاویه د ز ه منفرجه نباشد بلکه قائمه باشد یا حاده باشد درین صورت خط ه ح البته تقاطع خواهد کرد با خط د ز وشقی دیگر بهم نخواهد رسید هم چنانکه درین شکل که خط ه ز را اخراج شده است تا ط زیرا که چون مفروض انست که زاویه د ز ه منفرجه نیست بلکه قائمه یا حاده است باید زاویه د ز ط حاده نباشد

بلکه باید

بلکه باید قائمه باشد یا منفرجه ۶ ومثلث ز د ح که متساوی الساقین است باعتبار مساوات د ز د ح با ا ح بفرض باید زاویه د ز ح از ان حاده باشد زیرا که درصورتی که د ز ه قائمه باشد حاده بودن د ز ح ظاهر است ودر صورتی که د ز ه حاده باشد میگوییم باز باید د ز ح حاده باشد زیرا که هرگاه حاده نباشد یا قائمه خواهد بود یا منفرجه وان مساوی است با زاویه د ح ز باعتبار تساوی دو ساق د ح د ز هم چنانکه مذکور شد پس لازم خواهد امد دو زاویه مثلث ز ح د مساوی دو قائمه یا دو منفرجه باشند واین محالست ۱۷ وهرگاه ثابت شد که زاویه د ز ح حاده است باید خط ه ح تقاطع کند با خط د ز زیرا که هرگاه تقاطع با ان نکند یا منطبق خواهد شد با خط ه ز یا در تحت ان واقع خواهد شد ودر صورت اول که با خط ه ز منطبق شود چون نقطه ح باید بطرف خط ه ح بکند شکل باین نحو خواهد بود

ودرینصورت هرگاه زاویه د ز ه قائمه باشد لازم خواهد امد دو زاویه د ز ح د ح ز که متساوی اند مساوی دو قائمه باشند واین محالست ۱۷ وهرگاه د ز ه حاده باشد لازم خواهد امد دو زاویه د ز ح د ح ز مساوی دو منفرجه باشند واین وهم باطل است ۱۷ ودر صورت دوم که خط ه ح در تحت ه ز واقع شود هیئت باین نحو خواهد بود

ودرینصورت لازم می اید که این دو زاویه مثلث د ز ح مساوی دو منفرجه باشند زیرا که زاویه د ز ه بفرض یا حاده است یا قائمه

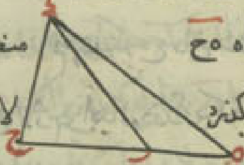


درین شکل زیرا که درین صورت هرگاه ه ح تقاطع
با د ر نکند یا منطبق خواهد شد با ه ر و این مستلزم
است که زاویهٔ د ر ط مساوی زاویهٔ د ر ح باشد و
این خلاف مفروض است زیرا که مفروض است که زاویهٔ د ر ط اعظم است از زاویهٔ
د ر ح و یا در تحت ه ر واقع خواهد شد هم چنانکه ه ع واقع شده است و درین صورت
هرگاه د ر را اخراج کنیم تا بنقطه ع لازم می آید که دو زاویه که حاصل شود از تقاطع
ه ع با خط د ر مخرج کمتر از دو قائمه باشند و توضیح این کلام آنکه چون لازم است که
خط ه ح بطرف خط د ح بگذرد یعنی بطرفی که غیر از نقطه د است پس هرگاه خط
ه ح در تحت خط ه ر واقع شود و باید بطرف د ح هم بگذرد لازم می آید که خط
ه ع ح یک خط مستقیم باشد که تقاطع با خط د ع کرده است و از تقاطع آنها دو
زاویه حاصل شده است که د ع ه است و دیگری د ع ح و این دو زاویه کمتر از دو
قائمه است زیرا که دو زاویهٔ د ر ه د ر ط مساوی دو قائمه اند باعتبار اینکه حادث
شده اند از تقاطع دو خط مستقیم و د ر ه چون نسبت بزاویه د ع ه خارجه است
اعظم است از آن و د ر ط هم چون نسبت بزاویهٔ د ع ح خارجه است از آن اعظم است
پس لازم می آید که دو زاویهٔ د ع ه د ع ح کمتر از دو قائمه باشند و حال آنکه این
دو زاویه حادث شده اند از تقاطع دو خط مستقیم بفرض و این باطل است زیرا که
ثابت شد که هر دو زاویه که از تقاطع دو خط مستقیم حادث شوند یا هر یک قائمه اند

و بر هر تقدیر لازم است که زاویهٔ د ر ع بفرض یا حاده است یا قائمه یا منفرجه
باشد هم چنانکه ظاهر میشود بعد از اخراج ه ر و باعتبار اینکه در مثلث
د ر ح دو ساق د ر و د ح مساوی یکدیگرند بفرض زاویهٔ د ح ر هم مساوی زاویهٔ
د ر ح خواهد بود پس هر دو منفرجه خواهند بود و این باطل است ١٧ و هرگاه
ثابت شد که محال است که خط ه ح منطبق شود بر ه ر یا در تحت آن واقع شود
پس البته باید با د ر تقاطع کند زیرا که نمیتواند شد منطبق بر ه د شود یا در
فوق آن واقع شود باعتبار اینکه باید بطرف خط د ح یعنی بطرفی که غیر طرف
د است برسند پس ثابت شد که در شق اول از صورت اول یعنی در صورتی که بر نقطه
د زاویهٔ مثل زاویهٔ ا عمل کنیم و در شقی که زاویه را بر خط ه د عمل کنیم هرگاه
زاویهٔ ه ر د منفرجه نباشد بلکه حاده یا قائمه باشد خط ه ح تقاطع میکند
با خط د ر البته و صورتی دیگر بهم نمیرسد و اما هرگاه زاویهٔ ه ر د منفرجه
باشد ممکن است که خط ه ح تقاطع کند با خط د ر و ممکن است که منطبق
شود با ه ر و ممکن است که در تحت ه ر واقع شود زیرا که زاویهٔ د ر ه هرگاه
منفرجه باشد لازم می آید که زاویهٔ که حادث شود بعد از اخراج خط ه ر
مثل زاویهٔ د ر ط حاده باشد و زاویهٔ د ر ح باعتبار اینکه بر قاعدهٔ مثلث
متساوی الساقین است بالضروره حاده است ١٧ پس اگر زاویهٔ د ر ط حاده اعظم
باشد از زاویهٔ د ر ح حاده باید خط ه ح تقاطع کند با خط د ر هم چنانکه

درین شکل زیرا که

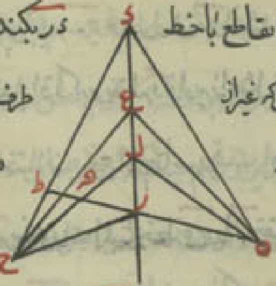
یا هر دو مساوی دو قائمه اند پس ثابت شد که هرگاه زاویه د ر ط حاده اعظم باشد
از زاویه د ر ح حاده خط ه ح تقاطع میکند با خط د ر و در ینصورت اجراء برهان
بر مطلوب بنحویست که در اصل کتاب مذکور است اما هرگاه هر دو با هم مساوی باشند
در ینصورت خط ه ح منطبق میشود بر خط ه ر هم چنانکه درین شکل زیرا که در



اینصورت هرگاه ه ح منطبق بر ه ر نشود و باید طرف خط
ه ح بطرف د ح نکند لازم خواهد آمد که دو خط مستقیم
بیک سطح محیط شوند واین باطل است و در ینصورت
اثبات مطلوب ظاهر است زیرا که ه ر چون جزء ه ح است پس ه ح اطول از آن
خواهد بود اما هرگاه زاویه د ر ط حاده اصغر از زاویه د ر ح باشد در ینصورت

خط ه ح در تحت خط ه ر واقع خواهد شد هم چنانکه درین شکل
زیرا که درین صورت هرگاه ه ح در تحت ه ر واقع نشود یا منطبق
خواهد شد بر ه ر و درین هنگام لازم خواهد آمد
که زاویه د ر ط مساوی با زاویه د ر ح باشد و این خلاف مفروض است و یا تقاطع
خواهد نمود با د ر و درین صورت لازم خواهد آمد که دو زاویه که حادث شوند
از تقاطع ه ح و د ر اعظم باشند از دو زاویه د ر ط د ر ه که مساوی دو قائمه اند
پس لازم خواهد آمد که دو زاویه که از تقاطع دو خط مذکور بهم برسند اعظم از
دو قائمه باشند و این باطل است و توضیح این کلام آنست که درین شکل هرگاه

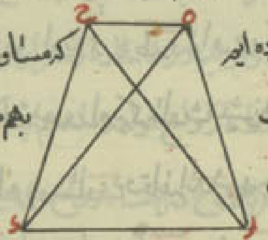
خط ه ح تقاطع



خط ه ح تقاطع با خط د ر بکند نظر با اینکه باید خط ه ح بطرف د ح
یعنی بطرفی که غیر از طرف د است بکند و لهذا باید نحو ه ل ح
واقع شود یعنی مجموع ه ل ح یک خط مستقیم نباشد
که تقاطع با د ر کرده است و درین هنگام میگوییم
در مثلث ه ر ل چون ضلع ر ل اخراج شده است پس زاویه ه ل ع خارجه اعظم
خواهد بود از زاویه ه ر ل داخله یعنی ه ر د و در مثلث ه ر ل چون ضلع ر ل
اخراج شده است پس زاویه ه ل ع خارجه اعظم خواهد بود از زاویه ه ر ل
داخله یعنی زاویه ط ر د پس دو زاویه ل د ح ل د که حادث شده اند از تقاطع
خط ه ح با خط د ر اعظم از دو زاویه د ر ه ط ر د خواهند بود که مساوی دو قائمه اند
و این باطلست زیرا که ثابت شد دو زاویه که حادث میشوند از تقاطع دو خط
مستقیم یا هر یک قائمه اند یا هر دو مساوی دو قائمه اند پس درینصورت که زاویه
د ر ح اعظم از زاویه د ر ط باشد باید خط ه ح در تحت ه ر واقع شود و اثبات
مطلوب درینصورت باین نحو است که خط د ر را اخراج میکنیم تا نقطه ط و خط
ه ح را اخراج میکنیم تا نقطه ک پس میگوییم چون دو ساق د ر د ح بعمل با یکدیگر

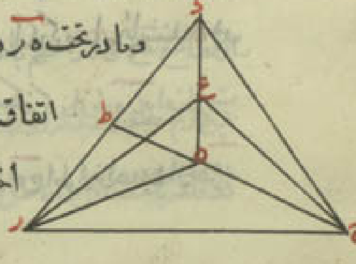
مساوی شد باید دو زاویه ط ر ح ک ح ر با یکدیگر مساوی باشند ه پس
بنحوی که در اصل مذکور شد اثبات میکنیم که زاویه ه ر ح اعظم است
از زاویه ه ح ر پس بر ط خط ه ح اطول خواهد بود از خط ه ر

وچون ه ح مساوی ب ح است بعمل پس باید ب ح هم اطول از ه ز باشد وهو المطلوب
پس ثابت شد که بنا بر شق اول از تقدیر اول که بر نقطه د زاویه را مثل زاویه ا
عمل کنیم واو را بر خط ه د عمل کنیم اختلاف وقوع او چهار صورتست اول انکه
زاویه د ز ه قائمه یا حاده باشد ودرین صورت البته خط ه ح با د ز تقاطع میکند
وسه صورت دیکر در وقتی است که زاویه د ز ه منفرجه باشد زیرا که درین وقت خط
ه ح با تقاطع میکند با د ز یا منطبق بر ه ز میشود یا در تحت او واقع میشود
پس مجموع چهار صورت میشود وبنا بر شق ثانی از تقدیر اول یعنی در وقتی که بر نقطه
د زاویه را مثل زاویه ا عمل کنیم اما از بر خط د ز عمل کنیم باین نحو که بر خط د ز
زاویه ز د ح را عمل کرده ایم که مساوی زاویه ا است باز بعینه



همان چهار صورت بهم میرسد اما با اختلاف خطوط
وزوایا زیرا که درین شق هرکاه زاویه د ه ز حاده
یا قائمه باشد خط ح ز با د ه البته تقاطع خواهد کرد هم چنانکه در شکل مذکور
وهرکاه زاویه د ه ز منفرجه باشد خط ح ز یا با د ه باز تقاطع خواهد کرد هم چنانکه
باز در شکل مذکور است یا منطبق بر ه ز خواهد شد هم چنانکه درین شکل است

ویا در تحت ه ز واقع خواهد شد هم چنانکه درین شکل
اتفاق افتاده است پس مجموع
اختلافات وقوع تقدیر اول



هشت صورت میشود وبر تقدیر دوم نیز هشت صورت بهم میرسد زیرا که تقدیر
دوم ان بود که بر نقطه ا زاویه مثل زاویه ه د ز عمل کنیم واین تقدیر نیز اولا
مثل تقدیر اول هم چنانکه اشاره بان شد مشتمل است بر دو شق شق اول
انکه بر نقطه ا از خط ا ب زاویه مثل زاویه ه د ز عمل کنیم وشق دوم انکه بر نقطه ا
از خط ا ح زاویه مثل زاویه ه د ز عمل کنیم ودر شق اول چهار صورت بهم میرسد زیرا
که هرکاه بر نقطه ا از خط ا ب زاویه ب ا ح را مثل زاویه ه د ز عمل کنیم و زاویه
ا ح ب قائمه یا منفرجه باشد هم چنانکه درین شکلست درین صورت البته باید
خط ب ح در داخل مثلث ا ب ح در فوق ب ح واقع شود ونمیتواند شد
که منطبق بر ب ح شود یا در تحت ان واقع شود زیرا که بعد ازین

بیان خواهیم کرد که واجبست که دو زاویه ا ح ح
ا ح ح با یکدیکر مساوی باشند پس هرکاه ب ح منطبق بر ب ح شود مثل اینکه
نقطه ح بر نقطه ط واقع شود درینصورت لازم می اید دو زاویه ا ح ح ا ح ح از
مثلث ا ح ح مساوی دو قائمه یا دو منفرجه باشند واین باطلست واکر ب ح
در تحت ب ح واقع شود لازم می اید دو زاویه مذکوره مساوی دو منفرجه باشند
واین هم باطلست پس درصورتی که زاویه ا ح ب قائمه یا منفرجه باشد واجبست
ب ح در فوق ب ح واقع شود پس درصورتی که زاویه ا ح ب قائمه یا منفرجه باشد
همین یکصورت بهم میرسد وبس واین یکصورتست از چهار صورت وسه صورت دیکر در وقتی حاصل

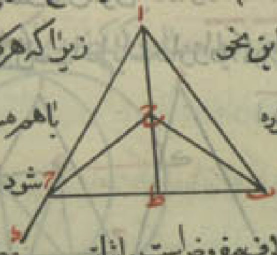
میشود که زاویه اب ح و زاویه اح ب حاده باشند زیرا که با وجود حاده بودن این دو زاویه
هرگاه زاویه اب ح اصغر از زاویه اح ب باشد واجبست که ب ح در تحت ب د
واقع شود هم چنانکه درین شکل است


زیرا که هرگاه درین صورت ب ح
منطبق شود بر ب د لازم می آید که دو
زاویه حاده مذکوره باهم مساوی باشند و هرگاه ب ح در فوق ب د واقع شود
لازم آید که زاویه اب ح حاده بزرگتر باشد از زاویه اح ب حاده و این خلاف
مفروض است و اثبات مطلوب درین صورت و صورت اول باین نحو است که میگوییم
عمل میکنیم بر نقطه ا از خط اب زاویه ب اح را بنحوی که مساوی زاویه د ز
باشد و اح را مثل د ز جدا میکنیم و وصل میکنیم ب ح را پس باید ب ح مساوی
ه ز باشد زیرا که در دو مثلث اب ح د ه ز دو زاویه ب اح ه د ز مساوی
یکدیگرند بجعل و دو ضلع اح د ز نیز مساوی یکدیگرند بجعل و دو ضلع اب د ه
مساویند بفرض هم چنانکه در اصل کتاب مذکور شد پس بر ۴ دو ضلع ب ح
ه ز هم با یکدیگر مساوی خواهند بود پس ح ح را وصل میکنیم پس میگوییم چونکه
اح مساوی د ز است چنانکه مذکور شد و اح هم مساوی د ز است بفرض هم چنانکه
در اصل کتاب مذکور شد پس باید اح اح هم با یکدیگر مساوی باشند پس باید دو
زاویه اح ح اح ح با یکدیگر مساوی باشند ۵ و زاویه ب ح ح چونکه اعظم است

از زاویه اح ح اعظم

از زاویه اح ح اعظم از زاویه اح ح خواهد بود و هرگاه اعظم از اح ح باشد بطریق اولی
اعظم از ب ح ح هم خواهد بود پس ضلع ب ح که وتر زاویه ب ح ح اعظم است اطول خواهد بود
از ضلع ب ح که وتر زاویه ب ح ح اصغر است و ب ح مساوی ه ز است هم چنانکه
ثابت شد پس ب ح اطول از ه ز هم خواهد بود پس ثابت شد که ب ح که قاعده
زاویه بزرگتر است اطول است از ه ز که قاعده زاویه خوردتر است وهو المطلوب
پس از چهار صورت دو صورت معلوم شد و صورت سیم آنست که زاویه اح ح
حاده باشد و این دو حاده با یکدیگر مساوی باشند و درین صورت ب ح بر
ب د منطبق میشود باین نحو

زیرا که اگر منطبق نشود لازم می آید
دو زاویه اح ب اح ب با یکدیگر مساوی نباشند و این
خلاف مفروض است و اثبات مطلوب درین صورت
ظاهر است زیرا که ب ح که مساوی ه ز است جزو ب ا است پس ب د که
اطول است از ه ز وهو المطلوب آنست که دو زاویه اب ح حاده باشند
و زاویه اب ح اعظم باشد از زاویه اح ب درین صورت ب ح در فوق ب د
واقع میشود باین نحو

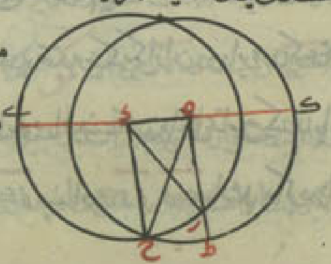


زیرا که هرگاه ب ح منطبق شود بر ب د
دو زاویه مذکوره باهم مساوی خواهند بود و هرگاه در
تحت او واقع شود زاویه اح ب اعظم خواهد بود از زاویه
اب ح و این خلاف مفروض است و اثبات مطلوب درین صورت باین نحو است

كه اج را تا ط اخراج میکنیم و اجـ را تا ى اخراج میکنیم و مذکور شد که دو ساق اج
اد با یکدیگر مساوی‌اند پس بر **ه** باید دو زاویهٔ طجد و دجح با یکدیگر مساوی باشند
و زاویهٔ بجد اعظم است از زاویهٔ طجد پس اعظم از زاویهٔ دجح که مساوی
طجد است نیز خواهد بود پس بطریق اولی اعظم از بجح هم خواهد بود و هرگاه
بجد اعظم شد از بجح باید بد که وتر زاویهٔ اعظم است اطول باشد از خط
بح که وتر زاویهٔ اصغر است و چون بح مساوی هز است باید بد اطول از
هز نیز باشد و هو المطلوب و این چهار صورت بود که از شق اول از تقدیر دوم حاصل
میشد و شق دوم از تقدیر نیز مشتمل بر چهار صورت است و شق دوم آن بود که بر نقطهٔ ا
از خط اد زاویه مثل زاویهٔ هز عمل کنیم و چهار صورتی که ازین شق اخراج میشود
ظاهر است زیرا که هر که احاطه بدوازده صورت مذکوره نموده باشد بیرون آوردن این
چهار صورت برو واضح است و احتیاج بتأمل ندارد پس مجموع اختلافات وقوع این شکل
شانزده صورت است **كه** هرگاه دو ساق مثلثی مساوی دو ساق مثلثی دیگر باشند
بر سبیل تناظر و قاعدهٔ دو ساق مثلث اول اطول باشد از قاعدهٔ دو ساق مثلث دوم
باید زاویه که در میان دو ساق اول است اعظم باشد از زاویه که در میان دو ساق
دوم است مثلا در دو مثلث ابج دهز
ساق اب مساوی ساق دهاست و
ساق اج مساوی ساق دز است

و بج اکبر هز

بح که قاعدهٔ دو ساق اول است اطول است از هز که قاعدهٔ دو ساق دوم است پس
میگوییم باید زاویهٔ ا که در میان اب اج که دو ساق اول است واقع است اعظم باشد
از زاویهٔ د که در میان دو ساق دوم است زیرا اگر زاویهٔ ا اعظم از زاویهٔ د
نباشد یا مساوی آن خواهد بود یا اصغر از آن خواهد بود و هر دو باطل است زیرا که
هرگاه مساوی آن باشد لازم می‌آید که بج مساوی هز باشد **٤** و این خلاف
فرض است و اگر اصغر از آن باشد لازم می‌آید که بج اصغر از هز باشد و این هم
خلاف فرض است پس مطلوب ثابت است و محرر گفته است میتوان این دعوی را بنحوی
دیگر هم اثبات نمود باین نحو که بر مرکز د ببعد دز دایرهٔ زح را میکشیم **صه** و هز
را اخراج میکنیم و میگردانیم هط را مثل بج **٣** و بر نقطهٔ ه ببعد هط دایرهٔ
حط را میکشیم **صه** پس این دو دایره باید بر نقطهٔ ح تقاطع نمایند بر بیانی که
در شکل **الف** مذکور شد و طریق بیان در اینجا اولا موقوف بر مقدمه‌ایست و آن
مقدمه اینست که ده در هر دو جهت اخراج میکنیم تا در جهت ه ملاقات کند محیط
دایرهٔ طح بر ک مثلا و در جهت د ملاقات کند محیط دایرهٔ حز را بر ی مثلا
پس میگوییم هک هط مساوی یکدیگرند زیرا که هر یک نصف قطر دایرهٔ حط اند
و دز دی نیز مساوی یکدیگرند
زیرا که هر یک نصف قطر دایرهٔ
حز اند و دز مساوی اج است

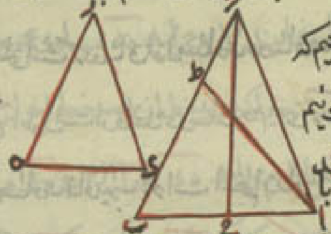


بفرض و ده مساوی اب است بفرض پس لازم می آید که خطوط که هز زی
مساوی سه ضلع مثلث ابج باشد هریك از برای نظیر خود زیرا که که ه چون
مساوی ه ط است و ه ط مساوی بج است باید که ه مساوی بج باشد
وچون زی مساوی زر است و زر بفرض مساوی اج است باید زی هم
مساوی اج باشد و ده بفرض مساوی اب است پس سه خط مذکور هریك
مساوی یك ضلع مثلث ابج اند و واجبست که هر دو خط از آن سه خط اطول
از یکی آنها باشند زیرا که حکم خطوط مثلث این چنین است و بر نقطه ز ببعد زی
دایره حر رسم شده است و بر نقطه ه ببعد ه ک دایره طح رسم شده است
و هرگاه این مقدمه معلوم شد میگوئیم بیان مذکور آنست که هرگاه دو دایره مذکوره
بر یکدیگر تقاطع نمایند یا اینست که یکی از آنها بدیگری محیط میشود یا نه و بر تقدیری
که یکی بدیگری محیط نشود یا اینست که در خارج با یکدیگر تماس میکنند یا نه پس هرگاه
در خارج با یکدیگر تماس نمایند لازم می آید ه ز مساوی مجموع که ه زی باشد
و این خلاف واقع است زیرا که هر دو خط از این سه خط اطول از یکی آنهاست و اگر
در خارج تماس نکنند لازم می آید ه ز اطول از مجموع که ه زی باشد و این هم
خلاف واقع است و بر تقدیری که یکی از آن دو دایره بدیگری محیط شود پس اگر دایره حط
بدایره حر محیط شود یا اینست که در داخل تماس میکنند یا نه پس اگر در داخل تماس کنند
لازم می آید که که ه مساوی ز ه زی باشد و اگر در داخل تماس نکنند لازم می آید

که که ه اطول

که که ه اطول از ه ز زی باشد و اگر بر عکس شود یعنی دایره حر محیط بدایره حط
شود پس اگر در داخل تماس کنند لازم می آید که زی مساوی مجموع زه ه ک باشد
و اگر تماس نکنند لازم می آید زی اطول از مجموع زه ه ک باشد و جمیع این لوازم
مخالف واقع است پس باید دو دایره مذکوره با یکدیگر تقاطع نمایند و چون تقاطع
معلوم شد زح هح را وصل میکنیم و میگوئیم که اضلاع مثلث ه زح مساوی اضلاع
مثلث باج اند هریك از برای نظیر خود یعنی ه ز مساوی اب است بفرض و
زح مساوی اج است باعتبار آنکه زح مساویست با زر بجهت آنکه هریك نصف قطر
دایره حر اند و زر بفرض مساوی اج بود پس زح نیز مساوی اج خواهد بود و هح
مساویست با بج باعتبار آنکه هح مساوی ه ط است باعتبار بیرون آمدن هریك
از مرکز دایره طح بمحیط آن و ه ط مثل مساوی بج بود پس باید هح نیز مساوی
بج باشد و چون مثلث ه زح مساوی مثلث ابج شد میگوئیم مثلث ه زح
و مثلث ه زر دو مثلثی است که دو ساق اول مساوی دو ساق دوم است اما قاعده
دو ساق اول یعنی هح اطول است از قاعده دو ساق دوم یعنی ه ر پس زاویه دو ساق
اول که ه زح باشد که مساوی زاویه باج است اعظم از زاویه ه زر و در منصوبات
بیان ظاهر است زیرا که ه زح کل است و ه زر جزو آن کو هرگاه دو زاویه و ضلعی
از یك مثلث مساوی دو زاویه و ضلعی از مثلثی دیگر باشد بر سبیل تناظر یعنی هریك مثلی
نظیر خود باشد دو زاویه دیگر و سایر اضلاع نیز بر سبیل تناظر مساوی خواهند بود و مجموع

مثلث مساوی مجموع مثلث خواهد بود مثلا در دو مثلث اب ج ده ز فرض میکنیم
که زاویه ا مساوی زاویه د است و زاویه ب مساوی زاویه ه است و ضلع اب
که در ما بین دو زاویه اب است مساوی است با ضلع ده که ما بین دو زاویه ده
است یا ضلع ب ج مساوی است با ضلع ه ز که هر یك وتر است از برای زاویه که
مساوی است با زاویه که دیگری وتر است یا ضلع اج مساوی است با ضلع دز
که باز بنحو مذکور است و تقیید دو ضلع متساوی بیکی از دو قید مذکور یعنی
بودن هر یك در میان دو زاویه که فرض تساوی انها با دو زاویه مثلث دیگر شده
یا وتر بودن هر یك از برای زاویه که فرض تساوی ان با زاویه شده که دیگری
وتر است بسبب انست که اگر مساوات در میان دو ضلعی فرض شود که یکی از این
دو قید از برای انها نباشد در اینصورت برهان جاری نخواهد شد و مطلق
که تساوی دو مثلث ثابت نخواهد شد هم چنانکه باز اشاره بان خواهد شد
پس هر گاه فرض کنیم که تساوی از برای دو ضلع
اب ده است میگوئیم که در اینصورت ب ج



اگر مساوی ه ز باشد مطلوب ثابت
خواهد شد به ۴ و اگر مساوی ان نباشد خلف لازم می آید زیرا که در اینصورت
هر گاه ب ج مثلا اطول از ه ز باشد از ان ب ط را بقدر ه ز جدا میکنیم ۳
و خط ط ا را وصل میکنیم تا مثلث اط ب حاصل شود و میگوئیم این مثلث باید

مساوی مثلث دزه

مساوی مثلث د زه باشد ۴ و زاویه ط اب مساوی زاویه ز ده باشد
۴ و حال اینکه بفرض زاویه ز ده مساوی زاویه ج اب بود پس لازم می آید
که زاویه ج اب مساوی جزء خود باشد که ط اب است ۶ و زاویه ط اب
مساوی زاویه ز ده باشد و حال اینکه و این باطل است و اگر فرض کنیم
که تساوی از برای دو ضلع ب ج ه ز باشد پس در اینصورت اگر ب ا مساوی
ه د باشد مطلوب ثابت خواهد شد به ۴ و اگر مساوی نباشد خلف لازم
خواهد امد زیرا که هر گاه فرضا اب اطول از ده باشد از ان ب ح را بقدر
ه د جدا میکنیم ۳ و خط ح ج را وصل میکنیم تا مثلث ح ج ب حاصل شود
و میگوئیم این مثلث باید مساوی مثلث ز ده باشد و زاویه ح ج ب مساوی
زاویه ز ده باشد ۴ و حال اینکه زاویه ج اب بفرض مساوی ز ده بود پس لازم
خواهد امد که دو زاویه ح ج ب ج اب با یکدیگر مساوی باشند ۶ و حال اینکه
زاویه ح ج ب زاویه خارجه است از مثلث اح ج که بعد از اخراج ضلع اح
از این مثلث حاصل شده لهذا باید اعظم از هر یك از دو مقابله داخله باشد
که یکی ج اب است و دیگری اح ج ۱۶ پس تساوی ح ج ب ج اب باطل است
و اگر تساوی از برای دو ضلع اج دز باشد پس اگر با وجود این اب ده
با یکدیگر مساوی باشند مطلوب ثابت خواهد بود ۴ و اگر با یکدیگر مساوی
نباشند باز خلف لازم خواهد امد زیرا که اگر باز اب مثلا اطول از ده

باشد ازان اح را بقدر ده جدا میکنیم ح وخط حح را وصل میکنیم تا مثلث
احح حاصل شود پس میکوییم این مثلث باید مساوی مثلث زده باشد وزاویهٔ
ححا مساوی زاویه زده باشد ۴ وحال آنکه زاویه حبا نیز مساوی
زاویه زده بود پس لازم خواهد امد که زاویه حبا داخله مساوی زاویه
ححا خارجه باشد واین باطل است ۱۶ همچنانکه کذشت ومخفی نماند که آنچه
مذکور شد که دو ضلعی که مساوات انها فرض شده باید دو ضلعی باشند که هر یك
درمیان دو زاویه باشند که فرض تساوی انها با دو زاویه مثلث دیگر شده
یا هر یك وتر زاویه باشند که فرض تساوی ان با زاویه شده که دیگری وتر اوست
بجهت انست که اگر یکی ازین دو شرط با ان دو ضلع نباشد برهان جاری نخواهد شد
پس اگر فرض تساوی اب با دز یا ه ز نشود یا فرض تساوی اح با ده یا ه ز
نشود یا فرض تساوی بح با دز یا ده نشود یا تساوی دو مثلث لازم نمی اید
یا خلف بخصوص که تساوی کل وجزء یا تساوی زاویه خارجه وداخله باشد
لازم نخواهد امد مثلا هر کاه فرض تساوی اح با ه ز نشود درینصورت تساوی
دو مثلث لازم نمی اید زیرا که اگر با وجود این تساوی اب مساوی ده باشد
یا حب مساوی دز باشد چون دو زاویه مابین هر یك از دو ضلع یعنی زاویه
ا و زاویه ه یا زاویه ح و زاویه ز فرض تساوی انها نشده تساوی دو مثلث
به ۴ لازم نخواهد امد واگر فرض تساوی اب با ه ز نشود وضلع بح مساوی

ده نباشد بلکه

ده نباشد بلکه اطول باشد وازان بط بقدر ده جدا کنیم واط را وصل کنیم
تا مثلث طاب حاصل شود اگرچه به ۴ لازم می اید که این مثلث مساوی مثلث
دزه باشد اما چون باید اضلاع وزوایای این دو مثلث بر سبیل تناظر با یکدیگر
مساوی باشند لهذا چون ضلع اب مساوی ه ز است وضلع بط مساوی
ده است وضلع اط مساوی دز است لهذا زاویه طاب نظیر ان زاویه ز خواهد
بود نه زاویه زده که مساوی حاب بود واز تساوی طاب و ز فساوی که تساوی
کل وجزء باشد لازم نمی اید پس برهان جاری نمیشود واگر فرض تساوی بح با ده
نشود پس اگر اب مساوی ه ز باشد واگرچه درینصورت مطلوب به ۴ ثابت
میشود واگر مساوی نباشد واب مثلا اطول از ه ز باشد وازان بح بقدر
ه ز جدا کنیم وحح را وصل کنیم تا مثلث ححب حاصل شود اگرچه به ۴ این
مثلث مساوی دزه خواهد بود اما چون باید زوایا بر سبیل تناظر با یکدیگر متساوی
باشند لهذا نظیر زاویه ححب زاویه ز خواهد بود نه زاویه د زیرا که چون ضلع
بح مساوی ده است وبح مساوی ه ز است پس ححب بر فرض انطباق
اضلاع متناظره بر ز منطبق خواهد شد ونظیر او خواهد بود نه نظیر د و زاویه ز
مساوی حاب نیست تا تساوی خارجه وداخله لازم اید وبر آنچه مذکور شد سایر امثال را
قیاس کن ومحرر بوجهی دیکر بیان این مطلوب را نموده وان انست که هر کاه تساوی ان
برای دو ضلع اب ده باشد وتوهم تطبیق اب بر ده بکنیم ص باید هر یك از اح

د ب ح بر نظیر خود منطبق شوند زیرا که مفروض اینست که زاویهٔ ا مساوی زاویهٔ د
است و زاویهٔ ب مساوی زاویهٔ ه است پس با وجود تطبیق اب بر ده که مساوی
اوست اگر اح بر در و بح بر هر منطبق نشود باید هر یک از نظیر خود مایل شود
یعنی به یکی از دو طرف آن واقع شود و ازین لازم می آید که زاویهٔ ا مساوی زاویهٔ
د نباشد و زاویهٔ ب مساوی زاویهٔ ه نباشد و این خلاف مفروض است و چون هر یک
از اضلاع بر نظیر خود منطبق شود لازم می آید که نقطهٔ ح بر نقطهٔ ر منطبق شود زیرا
که اگر منطبق نشود یا نقطهٔ ح مثلا در داخل مثلث دره واقع میشود یا در خارج آن
می افتد یا بر یکی از دو ضلع در ره و بر هر تقدیر لازم می آید که اضلاع بر یکدیگر علی
التناظر منطبق باشند ٢ و چون نقطهٔ ح بر ر منطبق شود با وجود انطباق باقی ٢ و این خلاف مفروض است
زوایا و اضلاع لازم می آید تساوی دو مثلث و هو المطلوب و این خلاف مفروض است
و اگر تساوی از برای بح هر باشد پس چون فرض انطباق احدهما بر دیگری شود
باید نقطهٔ ب بر ه و نقطهٔ ح بر ر منطبق شود بجهت تساوی بح هر پس باید
ب ا بر ه د منطبق شود و الا لازم خواهد امد که دو خط مستقیم بر یک سطح احاطه
کنند و چون ب ا بر ه د منطبق شود باید نقطهٔ د بر نقطهٔ ا منطبق شود زیرا که اگر
بر آن منطبق نشود باید بر غیر آن منطبق شود مثلا اینکه بر نقطهٔ ح منطبق شود و در صورت
لازم می آید زاویهٔ ح ح ب خارجه مساوی زاویهٔ ح ا ب داخله باشد و این باطل آ
و هم چنین اگر نقطهٔ د از نقطهٔ ا تجاوز کند و بطرف دیگر آن بیفتد باز این فساد لازم

می آید چون

می آید و چون د بر ا منطبق شود در نیز بر اح منطبق خواهد شد و الا لازم خواهد
آمد که دو خط مستقیم احاطه بیک سطح کنند و این باطل است بر ص و چون در
نیز بر اح منطبق شود دو مثلث بر یکدیگر منطبق خواهند شد و از انطباق آنها
تساوی آنها ثابت خواهد شد و هو المطلوب کز هر گاه دو خط بنحوی باشند
که اگر خطی دیگر بر آنها واقع شود دو زاویهٔ متبادل از زوایای حادثه از تقاطع خط
مذکور با آن دو خط متساوی باشند باید آن دو خط متوازی باشند پس فرض میکنیم
که آن دو خط اب حد است و خطی که بر آنها واقع شده هر است و دو زاویهٔ متبادل
که فرض تساوی آنها شده اهر دره است پس میگوییم هر گاه با وجود تساوی این دو
زاویه دو خط اب حد متوازی نباشند باید در یکی از دو جهت ملاقات کنند
زیرا که هر دو خطی که متوازی نباشند باید بعد از اخراج در هیچیک از دو طرف ملاقات
نکنند هم چنانکه در مقدمات گذشت پس فرض میکنیم که در طرف بد بر نقطهٔ ح
ملاقات کنند تا مثلث هرح حاصل شود و زاویهٔ اهر زاویهٔ خارجه از این مثلث
باشد پس چون فرض تساوی این زاویه با زاویهٔ دره داخله شده لازم می آید که زاویهٔ
خارجه مساوی زاویهٔ داخله باشد و این باطل است بر ١٦ پس باید دو خط مذکور
متوازی باشند که باید که ملاقات نکنند که از تلاقی ایشان مثلث حاصل شود و از

حدوث مثلث فساد مذکور لازم آید و هو المطلوب
و اگر در طرف اح ملاقات کنند باز بعینه فساد مذکور

می اید و فرقی نیست مگر در تبدیل زاویه خارجه بداخله و بالعکس و مخفی نماند که بعضی ناظرین

درین شکل گفته اند که هیچیک از تقریر بعبیانات این شکل بنحو مذکور خالی از قصور نیست امّا

قصور در بیان بجهت لیکه انچه مذکور شد که اگر دو خط متوازی نباشند باید ملاقات

کنند مسلم نیست زیرا که این ملازمه ثابت نشده وانچه در حد دو مذکور شد همین بود که

متوازی از خطوط خطوط مستقیم است که در سطح واحد فرض شود و هرگاه اخراج شوند الی

غیر النهایه در هیچیک از جهات ملاقات نکنند واز این لازم نمی اید که هر دو خط غیر متوازی

باید ملاقات کنند زیرا که هر دو خط متوازی غیر متلاقی اند قضیه ایست که نظر بر حد

توازی مسلم است و عکس نقیض این قضیه این است که هر دو خط متلاقی غیر متوازی اند و این

نیز مسلم است بجهت استلزام صدق قضیه عکس نقیض خود را و عکس این قضیه نیز مسلم است

چون قضیه موجبه کلیه است عکس ان موجبه جزئیه است که ان این است که بعضی از دو خط غیر

متلاقی متوازی اند و نمیتواند شد که عکس این موجبه کلیه باشد تا بگوئیم هر دو خط غیر متلاقی

متوازی اند باعتبار اینکه میتواند شد محمول که غیر متلاقی باشد اعم از موضوع باشد که عبارت

از دو خط متوازی از اقسام متصوره در مقام یک قسم باقی نماند که ان مطلوب است

و ان اینست که نقیض محمول را حمل بر نقیض موضوع کنیم و بگوئیم هر دو غیر متوازی متلاقی اند

و معلومست که صدق محمول بر موضوع مستلزم صدق نقیض محمول بر نقیض موضوع نیست

و حق اینست که ازین جهت قصوری لازم نمی اید زیرا که نظر بر حد ظاهر شد که دو خط

متوازی هر دو خطی مستقیم اند که در یک سطح باشند و هرگاه اخراج کنند باید که

ملاقات نکنند

ملاقات نکنند و شکی نیست که دو خط مفروض یعنی خط اب و خط جد هر دو مستقیم اند

در یک سطح فرض شده اند پس هرگاه متوازی نباشند باید انتفاء توازی انها بجهت انتفاء

قید عدم ملاقی باشد لهذا باید که ملاقات خواهند نمود و هو المطلوب و امّا قصور در تقریر

بجهت انکه میتواند شد که خطی بر دو خط متقاطع واقع شود واز تقاطع ان خط با ان دو خط

دو زاویه متبادله متساوی حاصل شود و معلوم است که دو خط متقاطع نمیتوانند شد

متوازی باشند مثلاً درین شکل دو خط اب جد

باید که تقاطع نموده اند و خط هز بر انها واقع شده

و زاویه اطه متبادل زاویه دطز است پس هرگاه

فرض تساوی این دو زاویه بشود اثبات توازی دو خط مذکور ممکن نخواهد بود باعتبار

اینکه با یکدیگر تقاطع کرده اند و نمیتوان بر برهان ثابت نمود که مثل این دو زاویه نمیتواند

شد مساوی یکدیگر باشند پس در تقریر دعوی باید دو خط مفروض را تخصیص بدو خط

غیر متقاطع داد تا برهان کلیه تمام شود و مخفی نماند که ظاهر کلام قوم در تفسیر دو زاویه

متبادله انست که هرگاه خطی بر دو خط واقع شود زاویه که از تقاطع ان خط با یکی از ان دو خط

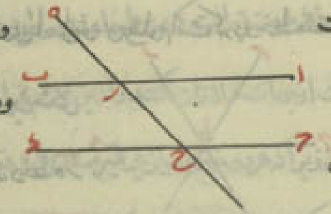
در داخل یا خارج حادث شود در جهتی متبادله زاویه ایست که از تقاطع ان خط با خط دیگر

از جهت دیگر حاصل شود و بنا بر این اطه متبادله زاویه دطز نخواهد بود بلکه متبادله

زاویه زطج خواهد بود و زاویه بطز متبادله زاویه هطب خواهد بود و هیچ دو متبادله

با این تفسیر در دو خط متقاطع که دیگری بر انها واقع شود متساوی نمیتوانند شد و بنا بر این تقریر

کتاب تصوری لازم نخواهد آمد کج هر دو خطی که خطی دیگر بر ایشان واقع شود و یک زاویه
خارجه از زوایای حادثه از تقاطع آن خط با دو خط مذکور مساوی زاویه داخله باشد که
مقابل آن زاویه خارجه است یا دو زاویه داخله در یک جهت مساوی دو قائمه باشد باید آن
دو خط مفروض با یکدیگر متوازی باشند پس فرض میکنیم که آن دو خط مفروض یکی اب
و دیگری جد است و خطی که بر ایشان واقع شده خط هز است و دو زاویه خارجه و داخله که
مساوی یکدیگر اند هرب رحد است و دو



زاویه داخله در یک جهت که معادل قائمه اند دو زاویه برح رحد است پس میگوئیم بنا
بر فرض اول یعنی تساوی دو زاویه خارجه و داخله مقابله چون زاویه هرب مساوی زاویه
ارح است بر ۱۵ و نیز مساوی زاویه رحد است بفرض پس باید این دو زاویه یعنی ارح
رحد با یکدیگر مساوی باشند و چون این دو زاویه دو زاویه متبادله است که از وقوع خط
هح بر دو خط اب جد حادث شده اند لهذا از تساوی ایشان لازم می اید توازی دو خط
اب جد بر ۲۷ و بنا بر فرض دوم یعنی تساوی دو زاویه داخله در یک جهت با دو قائمه
چون برح رحد معادل دو قائمه است بفرض و با ارح نیز معادل دو قائمه است به یج
لهذا باید دو زاویه ارح رحد با یکدیگر مساوی باشند و از تساوی توازی دو خط مذکور
لازم می اید بر ۲۷ و هو المطلوب و محرر گفته که اینجا موضع بیان قضیه اجزه است که اقلیدس انرا
از مصادرات شمرده و من در صدر کتاب وعده کردم که از ان در موضعی که لایق است بر برهانش
خواهم کرد

خواهم کرد و انرا بعد شکل اثبات میکنم و اختیار اثبات ان در همین موضع بجهت آنست که
شکل الط و ما بعد ان موقوف بر انست و شکل کج و ما قبل ان هیچ توقفی بر ان ندارد
بلکه اشکالی که در بیان ان اورده شد موقوف بر کح یا ما قبل انست و اول از
اشکال سبعه آنست که هرگاه خطوطی از نقطه مفروضه اخراج شود بخطی غیر محدود
و ان نقطه بر ان خط نباشد یعنی ان خطوط با ان خط از دوایر و خطوط مستدیره بنا شده
که تواند شد نقطه بر نفس ان خط باشد و مع ذلک از ان نقطه خطوطی چند بان خط
اخراج شود که این صورت ما نحن فیه نیست و برهان جاری نمیشود پس حاصل انست که
هرگاه خطوطی مستقیم از نقطه مفروضه بخطی مستقیم اخراج شود اقصر ان خطوط که انرا
بعد ان نقطه از ان خط میگویند خطی است که عمود بر ان خط باشد پس فرض میکنیم
که نقطه مفروضه ا است و خط مفروض خط بج است و اب خطی است که از
نقطه ا اخراج شده و عمود بر خط بج است پس باید این عمود اقصر خطوطی باشد
که از ا بر بج اخراج شود زیرا که هرگاه ما خطی دیگر مثل خط اج از ان نقطه
بر ان خط اخراج کنیم و مثلث ابج حاصل شود باید زاویه ابج حاده باشد
زیرا که هرگاه قائمه یا منفرجه باشد لازم می اید که دو زاویه مثلث مساوی دو قائمه
یا زیادت از دو قائمه باشند و این باطل است بر ۱۷ و از حاده بودن ان لازم می اید
که اصغر از زاویه ابج قائمه باشد و ازین لازم می اید که اب اقصر از اج باشد
بر ۱۹ و مثل این بیان لازم می اید که اب اقصر باشد از هر خطی دیگر که از نقطه ا

بخط ب ح اخراج شود و مخفی نماند که هرگاه خط مفروض یعنی خط
ب ح را غیر محدود فرض نکنیم بلکه از احد و دو یعنی متناهی
فرض کنیم باز این حکم بعینه در آن جاریست یعنی بعد نقطه آن از خط عمود آب اقصر خطوط است
ومخفی نیست که این دعوی را بوجهی دیگر میتوان اثبات نمود باین طریق که بر مرکز آ
ببعد آب دایره رسم شود بنحوی که مماس خط ب ح شود بر نقطه ب پس میگوئیم خط
آب که عمود است بر ب ح اقصر خطوطی است که از نقطه آ بخط ب ح اخراج شود
زیرا که غیر آن از خطوط طرف خارج دایره بر ب ح واقع میشود و هر آینه بقدری که از بیرون
دایره واقع شده اطول از آب خواهد بود و بیان این وجه موقوفست بر اثبات اینکه
محل تماس دایره با خط یک نقطه است و موضع ملاقات آنها قابل انقسام نیست و
اثبات آن باین نحو است که هرگاه محل ملاقات دایره با خط منقسم شود باید خط باشد
لهذا چون هر یک از دو طرف آن خط وصل بامرکز آن دایره شود یعنی از هر طرفی خطی بمرکز
دایره اخراج شود باید مثلثی متساوی الساقین حاصل شود زیرا که هر یک از ساقین آن
خطی است که از مرکز دایره بمحیط آن اخراج شده و چون از مرکز عمودی بر قاعده یعنی بر وسط
آن اخراج کنیم باید این عمود نیز مساوی هر یک از ساقین باشد بجهت بیرون نامدن هر یک
از خطوط ثلثه از مرکز دایره بمحیط آن و حال اینکه چون هر یک از ساقین وتر زاویه قائمه است
باید اطول باشد از عمود مذکور که وتر زاویه حاده است به ۱۹ و این خلاف مفروض است
و این محال و تناقض بجهت فرض انقسام محل تماس دایره با خط است پس باید محل تماس
جزء نقطه

غیر منقسم باشد و هو المطلوب و مخفی نیست که بهمین بیان ثابت میشود که محل تماس کره
با سطح مستوی نیز باید نقطه باشد **دوم از اشکال سبعه** هرگاه دو عمود متساوی
بر خطی قائم شوند و ما بین آن دو عمود بخطی دیگر وصل شود باید دو زاویه که ما بین
آن دو عمود و آن خط دیگر بهم رسیده متساوی باشند مثلا فرض میکنیم که دو عمود آب
ح د متساویند و بر خط ب د قائم شده اند و از طرف دیگر ما بین عمودین بخط آح
وصل شده و از وقوع این خط بر عمودین دو زاویه ب آح د ح آ حادث شده پس میگوئیم
باید این دو زاویه متساوی باشند و از برای اثبات این دعوی دو خط آد ب ح وصل
میکنیم بنحوی که تقاطع کنند بر نقطه ه و میگوئیم در دو مثلث آب د ح د ب دو ضلع
آب ب د و زاویه آب د قائمه مساویند با دو ضلع ح د د ب و زاویه ح د ب قائمه
بر سبیل تناظر یعنی آب مساوی ح د است بفرض و ضلع ب د مشترک است و هر یک
از دو زاویه آب د ح د ب بجهت عمود بودن آب ح د بر ب د قائمه اند پس
۴ باقی اضلاع و زوایا بر سبیل تناظر متساوی خواهند بود و دو مثلث نیز با
یکدیگر متساوی خواهند بود لهذا دو ضلع آد ب ح با یکدیگر متساوی خواهند بود و هم چنین
دو زاویه د آب ح ب د که نظیر یکدیگرند متساوی خواهند بود و هم چنین دو زاویه
آد ب ح ب د که نظیر یکدیگرند باهم متساوی خواهند بود و بجهت تساوی این دو زاویه
از مثلث ب ه د لازم می آید که دو ضلعی که مقابل این دو زاویه اند یعنی دو ضلع ب ه
د ه متساوی باشند به ۶ و چون این دو ضلع متساوی از دو ضلع آد ب ح

متساوی اسقاط کنیم آنچه باقی میماند یعنی اه حه نیز بایکدیگر متساوی خواهند بود

ع و از تساوی این دو ضلع در مثلث اه ح لازم

می آید تساوی دو زاویه اح ه ح ا ه ه و بنابر آنچه

مذکور شد دو زاویه د ا ب ب ح د بایکدیگر متساوی

بودند پس لازم می آید بر ع که جمیع زاویه ب اح

مساوی جمیع زاویه د ح ا باشد و هو المط و مخفی نماناد که این مطلب را بچند وجه

دیگر میتوان اثبات نمود اول آنکه بعد از اثبات تساوی دو مثلث ا ب د ح د ب

میگوییم دو مثلث اه ب ح ه د نیز متساویند زیرا که زاویه ب اه مساوی زاویه

د ح ه است و زاویه ب ه ا مساوی زاویه د ه ح است به ه ا و ضلع ا ب مساوی

ضلع د ح است بفرض پس به کو دو مثلث بایکدیگر متساوی خواهند بود لهذا ضلع

اه مساوی ضلع ح ه خواهد بود و مثلث اه ح متساوی الساقین خواهد بود لهذا

بشکل ما سوی دو زاویه اح ه ح ا ه بایکدیگر متساوی خواهند بود و چون دو زاویه ب اه

د ح ه نیز بایکدیگر متساوی بودند لهذا مجموع زاویه ب اح مساوی مجموع زاویه

د ح ا خواهد بود و هو المط دوم آنکه بعد از اثبات تساوی دو مثلث ا ب د ح د ب

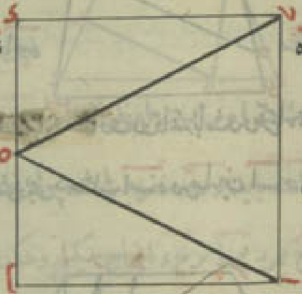
چون مثلث ب ه د مشترک را بیندازیم باقی میماند دو مثلث اه ب ح ه د متساوی

و بعد از تساوی این دو مثلث بنحو مذکور مطلوب ثابت میشود سیم آنکه ب د را

بر نقطه تنصیف میکنیم ح و دو نقطه اه ح ه را وصل میکنیم پس میگوییم در دو مثلث

ا سه ٥

اب ه د ح ه دو ضلع اب ب ه و زاویه ب مساوی اند با دو ضلع ح د د ه و زاویه



د پس دو زاویه ب اه د ح ه نیز بایکدیگر متساوی

خواهند بود و همچنین دو ضلع اه ه ح نیز با

یکدیگر مساوی خواهند بود پس بنا بر شکل ماموتی

دو زاویه ح اه ه ح ا مساوی یکدیگر اند و

ازین لازم می آید تساوی ب اح د ح ا و هو المطلوب سیم از اشکال سیعم هرگاه دو عمود

متساوی بر خطی قائم شوند و ما بین آن دو عمود بخطی دیگر وصل شود باید دو زاویه که

ما بین آن دو عمود و آن خط دیگر بهم رسید قائمه باشند لهذا بنحو سابق فرض میکنیم

که دو عمود اب ح د متساویند و بر خط ب د قائم اند و اح را وصل میکنیم میگوییم

دو زاویه ب اح د ح ا که تساوی آنها بشکل سابق ثابت شد باید قائمه باشند زیرا

که اگر قائمه نباشند یا منفرجه خواهند بود یا حاده پس اگر منفرجه باشند از آ عمود د اه

بر خط اح اخراج میکنیم ١١ و این عمود باید در ما بین دو خط اب ح د واقع شود بنحوی که

مثلث اب ه در ما بین دو خط اح ب د حاصل شود زیرا که اگر در ما بین آنها واقع

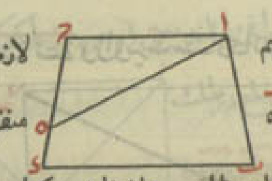
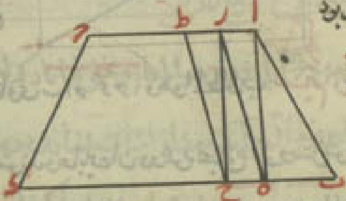
نشود بنحو مذکور یا منطبق بر اب خواهد شد یا در خارج آن واقع خواهد شد یا در داخل قطع

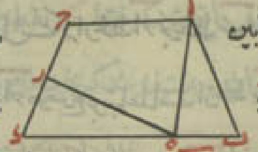
خواهد نمود و بنا بر اول لازم می آید که زاویه ح اه قائمه اعظم از زاویه ح اب منفرجه باشد

و نمیتواند شد که در صورت دوم یعنی خارج بودن عمود از اب در جهت غیر ب د

واقع شود یعنی در جهت اح واقع شود زیرا که فرض این است که عمود مذکور از جهت

٣ تساوی دو زاویه ح اه
ح اب و حال آنکه اول
قائمه است و دوم منفرجه
و بنا بر دوم لازم می آید

ب د اخراج شده وبنا بر بسیم لازم می اید که در مثلث ا ح ه

زاویه ح ا ه قائمه وزاویه ا ح ه منفرجه جمع شوند واین باطل است
زیراکه جمیع زوایای مثلث باید مساوی دو قائمه باشد وهرگاه عمود مذکور یعنی ا ه در مابین
دو خط ا ب ح د واقع شود بنحویکه مثلث ا ب ه در مابین ا ب ح د حاصل شود میگوئیم زاویه
ا ه د منفرجه خواهد بود همچنانکه ب ا ح منفرجه است

زیراکه زاویه ا ه د مذکوره خارج از مثلث
ا ب ه است پس باید اعظم از ا ب ه قائمه
باشد ید وچون اعظم از قائمه باشد منفرجه خواهد بود وایضا زاویه ا ه ب حاده است
باعتبار اینکه اگر قائمه یا منفرجه باشد لازم می اید در مثلث ا ب ه دو قائمه یا یک قائمه
ویک منفرجه جمع شود زیراکه زاویه ا ب ه قائمه است بجهة عمود بودن ا ب بر ب د همچنانکه
مفروض است وچون ا ه ب حاده باشد باید ا ه د منفرجه باشد وبعد از اثبات منفرجه
بودن ان اخراج میکنیم از نقطه ه عمود ه ز بر خط ه د یا واین عمود لامحاله در مابین دو
خط ا ه ح د واقع شود زیراکه اگر چنین واقع نشود یا منطبق بر ا ه خواهد شد یا در خارج
ان واقع خواهد شد یا قطع ح د را خواهد نمود وبنابر اول از یکطرف لازم می اید تساوی حاده
وقائمه واز طرف دیگر لازم می اید تساوی قائمه ومنفرجه وبنابر ثانی لازم می اید از یکطرف که
حاده اعظم از قائمه باشد واز طرف دیگر قائمه اعظم از منفرجه باشد وبنابر ثالث لازم
می اید که در مثلث ه ز و دو قائمه ه ز ز و ه جمع شوند واین باطل است وچون معلوم
شد که عمود

شد که عمود مذکور در مابین دو خط ا ه ح د واقع میشود

میگوئیم که زاویه ه ز ح نیز منفرجه است باعتبار اینکه
چون زاویه خارجه از مثلث ا ه ز است اعظم از قاویه ه ز ا قائمه خواهد بود وایضا
چون زاویه ه ز ا حاده است باید ه ز ح منفرجه باشد پس از نقطه ز عمود ز ح بر ز ح
اخراج میکنیم واز نقطه ح عمود ح ط بر ح ی اخراج میکنیم وهکذا الی غیر النهایه ومیگوئیم
جمیع عمودهائی که از نقطهای ا ز ط که بر خط ا ح است اخراج شده بر خط ب د یعنی
عمود ا ب وعمود ز ه وعمود ط ح متزایدند در طول بترتیب یعنی ز ه اطول است از ا ب
وط ح اطول است از ز ه واقصر از همه عمود ا ب است زیراکه ان وتر ا ه ب حاده است
پس بر ۱۹ انا اقصر است از ا ه که وتر ا ب ه قائمه است در مثلث ا ب ه وچون ا ه در
مثلث ا ه ز وتر زاویه ا ز ه حاده است اقصر است از ز ه که در این مثلث وتر ه ا ز
قائمه است پس ا ب اقصر است از ا ه وا ه اقصر است از ز ه وهم چنین ز ه از ط ح
است باعتبار انکه ز ه اقصر است از ز ح وز ح از ط ح بر بیان مذکور ومخفی نیست که تعرض
شده بر اطولیت هر یک از ا ه وز ح با وجود انکه انها از خط ه ی اخراج بر خط ا ح ۱۲ اقربیت
شده ومطلوب اثبات اقربیت واطولیت اعمده ایست که از خط ا ح اخراج بر ب د
شده بجهة انست که اثبات مطلوب موقوف بر توسط بیان اقربیت واطولیت انهاست
بهر صورت از بیان مذکور علاحظه انچه معلوم شد از اول اشکال سبعه که بعد نقطه
از خط عبارتست از عمودی که از ان نقطه اخراج بان خط شده باشد ظاهر شد که ابعاد

نقطه‌هائی که مخارج عمودهائی است که از خط اح بر خط ب د اخراج شده متزاید بود در
طول در جهت ح پس خط اح موضوع بر تباعد است از خط ب د در جهت ح و موضوع
بر تقارب است از ب د در جهت ا و چون زاویه د ا نیز بفرض منفرجه است بمثل
بیان مذکور بخلاف این حکم ظاهر میشود یعنی ثابت میشود که اح بعینه موضوع بر تقارب است
از خط ب د در جهت ح که در آن جهت اولا موضوع بر تباعد است از آن در جهت ا
که در آن جهت موضوع بر تقارب بود اولا پس لازم می‌آید که خط مذکور هم متقارب
و متباعد باشد از خط واحد در جهت واحد از غیر اینکه آن دو خط با یکدیگر
ملاقات نمایند و این خلف است و این خلف ناشی نشده است مگر از فرض منفرجه بودن
دو زاویه ب اح د ح ا پس منفرجه بودن آنها باطل است اما اگر این دو زاویه یعنی زاویه
ب اح د ح ا حاده باشد باز بطریق سابق عمودها را اخراج میکنیم لیکن در سابق
ابتدا بنقطه ح شده بود و عمود اه بر اح اخراج شده بود و در این صورت ابتداء

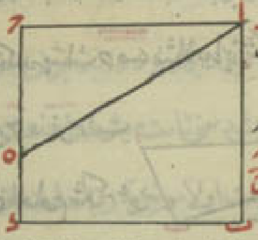
بنقطه ب میکنیم و عمود ب ه
بر اح اخراج میکنیم
و این عمود لامحاله در ما بین دو
خط اب و د
واقع خواهد شد زیرا که چون
زاویه ا حاده است
هرگاه در خارج آنها واقع شود لازم می‌آید که در مثلث ه ا ب زاویه قائمه که
ه ه ا باشد و زاویه منفرجه که ب اه باشد جمع شود و این باطل است و نمیتواند شد که
عمود منطبق بر اب شود زیرا که از انطباق لازم می‌آید انطباق زاویه قائمه بر زاویه

حاده بر نظایر

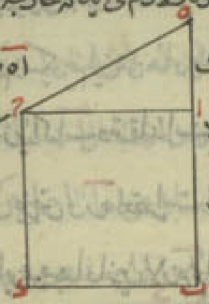
حاده و نمیتواند شد که بنحوی واقع شود که نقطه ه بر نقطه ح واقع شود والا لازم
می‌آید که قائمه اصغر از حاده باشد و نمیتواند شد که بنحوی واقع شود که خط ح د را قطع
کند والا لازم می‌آید که در مثلث ح ه ی مثلا در این شکل زاویه قائمه و زاویه منفرجه
جمع شود زیرا که زاویه ح منفرجه است

و زاویه
ه قائمه است و چون معلوم شد که عمود
ب ه در ما بین
اب و د ح واقع میشود سایر عمودها یعنی
ه ز ح ط
را اخراج میکنیم بطریق سابق یعنی بعضی را بر خط ب د اخراج میکنیم و بعضی را
بر خط ه ح اخراج میکنیم و میگوئیم این عمودها در طول متناقص اند بترتیب یعنی
ب ه اقصر از اب است زیرا که اب وتر قائمه است و ب ه وتر حاده است نظر
بایکه زاویه ا حاده است بفرض و ز ه اقصر است از ب ه بهمین بیان بعینه
و همچنین است حکم در سایر عمودها و از این لازم می‌آید که خط اح متقارب باشد
از خط ب د در جهت ح و متباعد باشد از آن در جهت ا و چون زاویه ح
نیز بفرض حاده است بعد از اخراج عمود از نقطه د بر خط اح و اخراج سایر عمودها
بمثل بیان مذکور نقیض حکم مذکور لازم می‌آید یعنی ثابت میشود که اح متباعد
باشد از ب د در جهت ح و متقارب باشد از آن در جهت ا و این خلف است
و این خلف ناشی نشده مگر از فرض حاده بودن دو زاویه ا و ح پس باید هر یک
از این دو زاویه قائمه باشد و هو المطلوب چهارم هر دو ضلع برابر از سطح ذو اربعه

اضلاعی که قائم الزوایا باشد متساوی اند مثلا سطح ا ب ح د قائم الزوایا است میگوئیم
دو ضلع ا ب ح د متساویند زیرا که اگر متساوی نباشند فرض میکنیم که ح د اطول



است و از ان د ه بقدر ا ب جدا میکنیم ٣ و ا ه
را وصل میکنیم و میگوئیم دو زاویه ب ا ه
د ه ا قائمه اند ٣ م ٧ م
و حال انکه دو زاویه
ب ا د ح د ا نیز قائمه بودند بفرض و از ین لازم می اید که کل که ب ا د باشد مساوی
باشد با جزء که ب ا ه باشد و نیز لازم می اید که خارجه ا ه د مساوی داخله ح باشد



و نیز لازم می اید که در مثلث ا ه ح دو قائمه جمع شود و همه این
لوازم خلف است پس مطلوب که تساوی دو ضلع ا ب
ح د باشد ثابت است و مخفی نیست که اگر ب ا را از
طرف ا اخراج کنیم تا ه بقدریکه مساوی ح د شود و
ه ح را وصل کنیم بان خلف مذکور لازم می اید **پنجم** هر خطی که واقع شود
بر دو عمودی که قائم بر خطی باشند دو زاویه متبادله که از تقاطع ان خط با ان دو
عمود حاصل میشود متساویند و همچنین دو زاویه خارجه و داخله متقابله که بهم
رسیده متساویند و دو داخله که در یک جهت حاصل شده معادل دو قائمه اند
مثلا خط ا ب واقع شده است بر دو عمود ح د ه ز که قائم اند بر خط د ز و قطع
کرده است این دو عمود را بر دو نقطه ح و ط پس میگوئیم دو زاویه متبادله ح ط

وطح متساویند وهمچنین

د ط ح متساویند و همچنین خارجه ا ح ه مساوی داخله ا ط ه است و دو داخله ح ط

ه ط ح معادل دو قائمه اند زیرا اگر ط ز مساوی ح د باشد جمیع
زوایای محیطه بدو نقطه ح ط که هشت زاویه است چهار داخله
و چهار خارجه قائمه خواهند بود اما دو داخله که در تحت خط
ا ب است یعنی ح ط بر ٣ من ٧ و اما دو داخله که در
فوق انست یعنی ه ح ط ل ط ح بر ح و اما چهار خارجه بر ٧ یا به ٥ و چون
این زوایا قائمه اند مطلوب ثابت خواهد بود و اگر ط ز مساوی ح د نباشد فرض
میکنیم که ح د اطول از ان باشد و از ان د ک را جدا میکنیم بقدر ز ط ٣ و ک ط
را وصل میکنیم و ط ل را مثل ک ح جدا میکنیم ٣ و ح ل را وصل میکنیم و میگوئیم
سطح ح ل ط ک قائم الزوایا است ٣ م ٧ و در دو مثلث ح ل ط ح ط ک دو ضلع
ح ل ط ک متساویند ک م ٧ و دو ضلع ل ط ح ک متساویند بعمل و دو زاویه ل
ک متساویند باعتبار قائمه بودن هر دو پس دو زاویه ک ح ط ح ط ل که نظیر یکدیگرند
نیز متساویند ٤ و این دو زاویه دو متبادله اند که مطلوب اثبات تساوی انها بود
و چون زاویه ط ح ک مساوی زاویه ا ح ه است ١٥ باید دو زاویه ا ح ه ح ط ه
نیز متساوی باشند ع و این دو خارجه و داخله است که مطلوب اثبات تساوی انها بود
و بمثل این بیان لازم می اید تساوی خارجه ب ط ز با داخله ه ح ط و چون زاویه ح ح ط
با زاویه ا ح ه معادل دو قائمه است ١٣ لهذا ح ح ط با ح ط ه نیز معادل دو قائمه

خواهد بود ع واین دو زاویه دو ذلخلا ایت که مطلوب اثبات معادله بودن انها
بود با دو قائمه پس مطلوب بتمامه ثابت شد و مخفی نماند که در دو مثلث مذکور
هم چنانکه لازم امد تساوی دو متبادله مذکوره هم چنین لازم می اید تساوی دو زاویه
ط ح ل ح ط ک و هرگاه ضم شود بر ط ح ل قائمه ل ح ح و بر ح ط ک قائمه ک ط ر لازم می اید
تساوی دو متبادله دیگر که عبارتست از ح ح ط ی ح ط ر وایضا اگر بین دو متبادله دو متبادله
اولکه مساوی بودند ضم شود یعنی بر ح ح ط ی ح ط ضم شود و بر ر ط ح ه ط ح ضم شود
لازم می اید که هریک از انها با احد متساویین که یکی از دو متبادله اول باشد معادل دو
قائمه باشند و این لازم می اید بعلوم متعارفه که انها یعنی دو متبادله دیگر متساوی باشند
و از تساوی این دو متبادله لازم می اید تساوی خارجه و داخله از جهت دیگر یعنی خارجه
و داخله ه ط ب ح ح ب و هم چنین خارجه و داخله ا ح ی ح ط ر و نیز از تساوی ان دو
متبادله لازم می اید معادله بودن دو داخله در جهت دیگر با دو قائمه یعنی دو داخله ر ط ا
ی ح ب و در هریک مثل بیانی است که در نظیر ان در جهت دیگر مذکور شد و صاحب کتاب
گفته است که از این شکل یعنی از دعوای اخیر ان ظاهر شد که هر خطی که عمود باشد بر یکی از
دو عمود مذکور باید عمود بر دیگری نیز باشد زیرا که هرگاه عمود بر یکی از ان دو خط باشد
یکی از دو داخله قائمه خواهد بود پس باید داخله دیگر هم قائمه باشد تا تعادل مذکور
حاصل شود و از این لازم می اید که ان خط عمود بر عمود دیگر هم باشد و مخفی نیست که از
دو دعوای اول این شکل نیز این مطلب ظاهر میشود ششم هرگاه دو خط غیر محدود تقاطع
کنند بر زوایا

کنند بر زوایای غیر قائمه و بر یکی از ان دو خط عمودی قائم شود باید ان عمود بعد از اخراج
تقاطع کند خط دیگر را در جهت زاویه حاده مثلا دو خط ا ب ح د با یکدیگر تقاطع
کرده اند بر نقطه ه و زاویه ا ه ح حاده است و زاویه ح ه ب منفرجه است و بر خط ح د
عمود ر ح قائم شده است پس میگوییم اگر این عمود اخراج شود باید تقاطع کند ا ب را در
جهت ا که جهت زاویه ا ه ح حاده است نه در جهت ب که جهت ح ه ب منفرجه است
و از برای اثبات مطلوب تعیین میکنیم بر خط ا ه نقطه ص و بر خط ح د عمود ط ک
را اخراج میکنیم ۱۲ و نمیتواند شد که این عمود بر نقطه ه واقع شود والا لازم اید
تساوی قائمه و حاده و نمیتواند که خارج از نقطه ه در سمت د واقع شود والا لازم اید
اجتماع قائمه و منفرجه در مثلث ط ه ک پس یا واقع خواهد شد در ما بین دو نقطه ر ه
یا واقع خواهد شد بر نقطه ر و در این صورت باید عمود ط ک منطبق بر ح ر شود والا
لازم می اید تساوی کل و جزء زیرا که قائمه که از ط ک حاصل خواهد شد بعضی از قائمه ح ر ه
خواهد بود یا خارج از خط ه ر واقع خواهد شد و بر تقدیر اول که در ما بین ه ر واقع شود
نظر بقضیه که محرر در بیان قضیه اخیره استعمال نموده خطی فرض میکنیم و از ان چند مثل
ه ک بر ترتیب احد میکنیم بنحوی که جمیع ان امثال زاید باشند بر ه ز
وان امثال عبارتست از ز ح ه ح ه شد
شرت ت ث و بعد این امثال
امثال ه ط از ه ا ۳ و این امثال

عبارتست از ه ط ط س س ع ع ف وبنا بر ۱۲ از نقطهای س ع ع ف اخراج میکنیم
بر ه ی عمودهای س ل ع م ف ه و از ط اخراج میکنیم عمود ط ی را بر س ل واین عمود
جایز نیست منطبق بر ط س شود والا لازم اید انطباق حاده بر قائمه وهمچنین جایز
نیست که بر نقطه ل واقع شود والا لازم اید مساواة جزو کل وجایز نیست که در خارج
س ل در جهت س یا ل واقع شود زیرا که بنا بر اول لازم می اید اجتماع منفرجه وقائمه
در یك مثلث وبنا بر ثانی لازم می اید اجتماع دو قائمه در یك مثلث پس این عمود یعنی
ط ی لامحاله در مابین ل س واقع خواهد شد پس میکوییم در دو مثلث ه ط ك ط ی س
دو زاویه ه ط ك ط ی س خارجه وداخله متساوی اند ۵/۷ وهمچنین دو زاویه ه ك ط
ط ی س بجهت اینکه هریك قائمه اند متساویند ودو ضلع ه ط ط س بعمل متساویند
پس ی ط مساوی ه ك خواهد بود ۲۶ وچون ذی اربعة اضلاع ط ی ل ك قائمة
الزوایاست زیرا که هریك از ط ك س ل عمودند بر ل ك بفرض وط ی هم چنانکه
عمود بر ل ی است عمود بر ط ك نیز هست زیرا که هر خطی که عمود باشد بر یکی از دو خط
که عمودند بر خط ثالثی باید بر ان خط دیگر نیز عمود باشد ومیتوان اثبات مطلوب را
از تساوی دو زاویه متبادله چنانکه بر ۵/۷ ثابت شد نمود لهذا باید ی ط
ل ك که دو ضلع متقابلند از ذی اربعة اضلاع مذکور متساوی باشند ۲/۴ وچون
ثابت شد که ی ط مساوی ه ك است پس باید ل ك نیز مساوی ان باشد وبمثل
این بیان ثابت میکنیم که هریك از ل م م ه مساوی ه ك اند پس بنا بر ص جمیع اقسام

ه م که ه ک ل

ه م که ه ك ك ل ل م م ه باشند متساوی خواهند بود ومساوی خواهند بود با اقسام
ق ث که ق ص ص ش ش ت ت ث باشند ودر عددی که چهار باشد نیز برابر خواهند بود
پس بنا بر ص دو خط ه م ق ث برابر خواهند بود و ق ث بفرض اطول است از ه ز پس ه م
نیز اطول است از ه ز پس عمود ف م خارج از مابین دو نقطه ز ه خواهد بود وح ز در داخل
مثلث ف م ه خواهد بود وبنا برین هرگاه عمود ح ز که موازی عمود ف م است اخراج
کنیم تا از مثلث ف م ه بیرون رود تقاطع خواهد کرد با خط ا ب در جهت ا اگر جهت
زاویه ا ه ح حاده است ومیتواند با ان تقاطع کند در جهت زاویه ح ه ب منفرجه زیرا که
این تقاطع موقوف بر انست که مجموع عمود ح ز از مثلث مذکور بیرون افتد ومذکور شد
که ان در داخل مثلث مذکور است ومنافی قاعده انست که ف م باشد پس نمیتواند در
خارج ان واقع شود وداخل بودن ان در مثلث ببرهان ثابت شد امثال اینها بعد بودن ان
با ف م بجهت انست که ف م ح ز دو خطند که خطی دیگر که ح ه باشد بر انها واقع شده
وچون دو خط مذکور بر خط ح ه عمودند باید از زوایای حادثه از تقاطع این خط با دو خط
دو زاویه داخله در یك جهت مساوی دو قائمه باشد ودو زاویه خارجه مساوی داخله باشد
که در مقابل انست پس بنا بر کح دو خط مذکور متوازیند اما بنا بر تقدیر دوم که عمود
ط ك بر نقطه ز واقع شود ومنطبق شود بر عمود ح ز یا خارج از مابین خط ه ز واقع شود
بمثل بیان مذکور مطلوب ثابت میشود بلکه ثبوت ان بر این تقدیر ظاهرتر است هم چنانکه
مخفی نیست واز انچه مذکور شد میرهن شد دو خط مذکور یعنی ا ب ج د بغیر محدود معلوم

میشود زیرا که عمل برهان موقوفست بر دو امر که هریك موقوف بر عدم تناهی دو خط
مذکورات **اوّل** انکه از احدهما خطوط متساویه بعدد معین جدا شود **دویم** انکه
از احدهما عمودی بر دیگری اخراج شود و اما بعد تقاطع ان دو خط متقاطع بر زوایای
غیر قائمه بجهت انست که هرگاه تقاطع بر زوایای قائمه بکنند خطی که عمود بر احدهما باشد
تقاطع با دیگری نخواهد کرد والا دو قائمه در یك مثلث جمع خواهد شد بلکه موازی
ان خواهد بود به **کح** زیرا که دو زاویه داخله که از عمود و محل تقاطع بهم میرسد معادل
دو قائمه است و حال انکه مطلوب موقوف بر تقاطع عمود و خط دیگر است **هفتم** در اثبات
قضیه مطلوبه است و ان قضیه هم چنانکه مذکور شد انست که هر دو خط مستقیم که
واقع شود بر انها خط مستقیمی دیگر بنحوی که دو زاویه داخله در یك جهت کمتر از دو قائمه
باشد پس اگر ان دو خط را اخراج کنند در این جهت باید که ملاقات میکنند اما
در جهت دیگر جایز نیست ملاقات کنند والا لازم اید که دو زاویه از مثلث اعظم از
دو قائمه باشند و نیز لازم اید که دو خط مستقیم بیك سطح احاطه نمایند زیرا که تلاقی
دو خط در جهت اوّل لازم است پس اگر در جهت دیگر نیز تلاقی کنند بیك سطح احاطه خواهند
کرد و از برای اثبات مطلب فرض میکنیم که ان دو خط اب جد است و خطی که بر انها
واقع شده هز است و دو زاویه داخله که کمتر از دو قائمه است اهز جزه است پس میگوییم
باید این دو خط اگر اخراج شوند در جهت اج که جهت دو زاویه مذکوره است ملاقات
کنند زیرا که دو زاویه بنابر فرض نمیتواند شد که هر دو قائمه یا منفرجه یا یکی قائمه و دیگری
منفرجه باشد

منفرجه باشد پس باید یا یکی قائمه و دیگری حاده یا یکی منفرجه و دیگری حاده یا هر دو حاده
باشند و بنابر اوّل که یکی قائمه باشد و دیگری حاده میگوییم دو خط جز و هر تقاطع کرده اند
بر غیر قائمه و زاویه جزه حاده است و اه عمود است بر هز زیرا که زاویه اهز قائمه است
پس باید اه جز در جهت زاویه حاده ملاقات کنند ۶/۷ و بنابر دوم که یکی منفرجه
باشد و دیگری حاده فرض میکنیم که اهز منفرجه است پس اخراج میکنیم از ه عمود هح
بر اب ۱۱ و این عمود جایز نیست که منطبق بر زه شود والا لازم می اید که زاویه قائمه
در یك جهت منطبق بر زاویه منفرجه شود و در جهت دیگر منطبق بر زاویه حاده شود و جایز
نیست که واقع شود در جانب ب والا لازم اید که قائمه اعظم از منفرجه باشد پس باید
بنحوی واقع شود که زاویه اهز را منقسم بدو زاویه کند پس از نقطه ز عمود زط نیز بر
اب اخراج میکنیم ۱۲ و جایز نیست که این عمود نیز منطبق بر زه شود بنحوی که مذکور شد
و جایز نیست که در جانب ا واقع شود والا در مثلث زاویه قائمه و منفرجه جمع خواهد شد
پس باید در جانب ب واقع شود و زاویه طزج حاصل شود و بخط زه منقسم بدو زاویه
شود پس میگوییم چون هز بر دو عمود هح زط واقع شده باید دو زاویه متبادله حهز هزط
متساوی باشند ۵/۷ و مجموع دو زاویه اهز هزج بفرض کمتر اند از دو قائمه
و زاویه اهح قائمه است باعتبار انکه هح عمود است بر اب پس باید مجموع دو زاویه
حهز هزج کمتر از یك قائمه باشند و چون ثابت شد که حهز مساوی هزط
است پس باید دو زاویه هزط هزج یعنی زاویه طزج کمتر از یك قائمه باشد دو زاویه

اطر بجهت عمود بودن رط بر اب قائمه است پس صادق است که دو خط حر و طر تقاطع

کرده اند بر غیر قوائم و زاویه طره حاده است

و اطا عمود است بر طر زیرا که زاویه اطر

قائمه است پس باید دو خط اب و حد بعد

از اخراج در طرف زاویه حاده ملاقات کنند ٦/م/٧ و هو المطلوب و بنا بر سیم که هر دو
زاویه حاده باشند اخراج میکنیم از ه عمود هح بر حد ١٢ و از ر عمود رط بر حد
ایضا ١١ پس میگوئیم دو زاویه رهح و هرط چون متبادله اند بنا بر ٥/م/٧ مساوی اند
لهذا هرگاه مجموع دو زاویه حره رهح را یعنی حره و هرط که مساوی زاویه حرط
اند که بعمل قائمه است از مجموع دو زاویه اهر و حره بیندازیم باقی میماند زاویه اهح
کمتر از یک قائمه زیرا که در صورت سیم مفروض است که هر دو زاویه یعنی اهر و حره
حاده اند پس هرگاه یک قائمه از آنها افتاده شود البته ما بقی که اهح باشد کمتر از قائمه
خواهد بود و حهح که قائمه است زیرا که حه عمود است بر حد پس صادق است که دو خط
هح اب تقاطع کرده اند بر غیر قوائم و زاویه اهح حاده است و هح عمود است بر هح
پس باید بنا بر ٦/م/٧ هرگاه دو خط اب حد اخراج شوند در طرف زاویه حاده
ملاقات کنند و مخفی نیست که اثبات مطلوب در صورت سیم توقف بر اکثر مقدماتی
که محرر ذکر کرده ندارد بلکه کافی است که گفته شود که اخراج میکنیم از ه عمود هح بر حد
و میگوئیم چون زاویه اهح جزو اهر است که بفرض حاده است باید کمتر از قائمه باشد

و زاویه حهه قائمه است

و زاویه حهه قائمه است پس بنا بر ٦/م/٧ باید دو خط مذکور در طرف زاویه
حاده ملاقات کنند لیکن اثبات باین طریق موقوف است که اثبات شود که تقاطع
در ما بین دو نقطه حر واقع میشود و طریق اثبات باین نحو است که تقاطع جایز نیست
که بر نقطه ر واقع شود و الا لازم آید تساوی قائمه و جزو قائمه زیرا که طرح قائمه است
و جایز نیست که در ما بین رد یا بر د یا بر فوق د واقع شود و الا لازم آید که در مثلث
دو قائمه بلکه قائمه و منفرجه جمع شود پس باید در ما بین حر واقع شود و زاویه ار
بخط هح منقسم شود تا زاویه اهح کمتر از قائمه باشد و مطلوب ثابت شود و چون محرر
این مقدمه را بیان نکرده بود لهذا مطلوب را بنحو اول که موقوف بر این مقدمه نیست
اثبات نمود و محرر گفته که از جمله اثبات اخیر یعنی صورت سیم که هر دو زاویه مذکوره حاده
باشند وجهی دیگر است و آن این است که اخراج کنیم از ه عمود هک را بر خط حر
١١ پس میگوئیم زاویه کهر قائمه است و زاویه هرح حاده است پس بنا بر ٦/م/٧
باید دو خط هک رح بعد از اخراج در جهت کح با یکدیگر ملاقات کنند و چون ا
در ما بین دو خط کهح راست و بعد از تلاقی دو نقطه ک ح و حاصل شدن مثلث
هرح ه آ در داخل آن مثلث است پس ناچار بضرورت باید هآ و رح در جهت آح ملاقات
کنند و هو المطلوب و چونکه محرر از اثبات قضیه مطلوب به جهت شکل فارغ شد گفته است
از برای بیان این قضیه وجهی دیگر است که به هشت شکل تمام میشود پنج شکل از آن همان
پنج شکل اول است از هفت شکل که مذکور شد ششم آنست که هر دو زاویه حاده که از یک

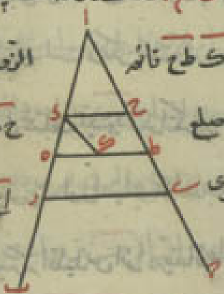
ضلع از چند خط مساوی پی در پی جدا شود و از مواضع جدا شدن از خطها عمودهای
چند بر ضلع دیگر از زوایا اخراج کنیم خطوطی که از این ضلع دیگر بسبب مواقع از عمودها
جدا میشوند همه با یکدیگر برابرند واگرچه از خطوطی که از ضلع اول جدا شده اند اصغرند
یعنی هر یک از خطی که در مقابل آنست از ضلع اول اکثر است هم چنانکه سبب آن از نط
ظاهر است و تقیید زاویه بحاده بجهت آنست که در زاویه قائمه و منفرجه جایز نیست که از
یک ضلع آن اخراج عمود بضلع دیگر آن شود اما در قائمه باعتبار آنکه یک ضلع از عمود است
بر ضلع دیگر پس ممکن نیست اخراج عمود از یک ضلع آن بدیگری والا لازم آید اجتماع دو قائمه
در مثلث و اما در منفرجه باعتبار آنکه اگر اخراج عمود شود در جهت حاده واقع خواهد شد
زیرا که اگر در جهت منفرجه واقع شود لازم می آید اجتماع قائمه و منفرجه در مثلث واگر بر ملتقای
ضلعین واقع شود لازم می آید احاطه دو خط مستقیم بیک سطح پس حکم مخصوص است بزاویه
حاده و تقیید خطوط متساویه ببر پی در پی بودن با وجود آنکه برهان جاری میشود در خطوطی
متساویه که پی در پی نباشند و خطی که مساوی آنها نباشد در مابین آنها فاصله شود بجهت
آنست که در صورت پی در پی بودن و فاصله شدن خط غیر مساوی در میان آنها هم خطوطی
که از ضلع دیگر از مواقع عمودها جدا میشوند برابر یکدیگر نخواهند بود بلکه بعضی از آنها برابر
خواهند بود و آن چند خطی خواهد بود که هر یک واقع شود در مابین موقع دو عمود که خطی که از
ضلع اول فاصله میان آن دو عمود است مساوی باشد با خطی که در میان دو عمود دیگر است که بدیگری
رسیده ولما انجز واقع شود در مابین موضع دو عمود که خط فاصل میان آنها مساوی باسایر
خطوط نباشد

خطوط نباشد با سایر خطوط ضلع دیگر مساوی نخواهد بود و بهر تقدیر بجهت بیان مطلب
فرض میکنیم که زاویه حاده ب ا د است و از یک ضلع آن که اب است خطوط ا ی
ی ه ه ر بر سبیل تساوی جدا شده اند و از نقطهای ی ه ر که مواضع جدا شدن
این خطوطاست عمودهای ی ح ه ط ر ت بر ضلع دیگر که اد باشد اخراج شده و جایز نیست
که این عمودها منطبق بر خطوط ضلع اول شوند یعنی جایز نیست که ی ح منطبق بر ی ا شود
و ه ط منطبق بر ه ا شود و ر ت منطبق بر ر ا شود والا لازم آید که قائمه منطبق بحاده
شود و جایز نیست که این عمودها در خارج اب واقع بر ضلع دیگر شوند والا لازم آید
که زاویه منفرجه و قائمه در یک مثلث واقع شود پس باید همه در تحت نقطه ا بر
ضلع اد واقع شوند و جایز نیست که بعضی از آنها با بعض دیگر تقاطع کنند والا دو
قائمه در یک مثلث جمع شود و هم چنین جایز نیست که محل وقوع بعضی محل وقوع بعض
دیگر باشد والا کل و جزء با هم مساوی باشند پس لازم است که هر یک از آنها خط
علیحده از ضلع اد جدا کند که غیر خطی باشد که عمود متقدم بر آن از آن جدا نموده لهذا
باید ی ح از اد ا ح جدا کند و ه ط ح ط را جدا کند و ر ت ط ت را جدا کند پس میگوییم
که این خطوط ثلثه یعنی ا ح ح ط ط ت که بسبب این عمودها جدا شده اند باید با یکدیگر
برابر باشند و از جهت اثبات مطلب بر نقطه ی از خط ه ی در جهت اد زاویه ه ی ک
عمل میکنیم که مثل زاویه ا باشد ٣ ٢ و اخراج میکنیم از آن تا ک و جایز نیست که ی ک
بر ی ح منطبق شود زیرا که زاویه ح ی ه بسبب حاده بودن زاویه ح ی ا منفرجه است و مطلوب ما

رسم زاویه است که مثل زاویه آ حاده باشد و جایز نیست که در جانب آ ان خط ی ح واقع
شود والا زاویه معول اعظم از منفرجه خواهد بود و حال آنکه مطلوب عمل زاویه حاده است
و جایز نیست که در خارج دو ضلع زاویه آ واقع شود زیرا که غرض رسم این زاویه است در
جهت آنجا اعتبار اینکه اقامه برهان موقوف بر حصول مثلث د ه ک و حصول این مثلث
موقوف بر تلاقی د ک ه ط و این تلاقی وقتی ظاهر میشود که د ک در ما بین ضلعین واقع
شود و بر فرض آنکه تلاقی در خارج انها نیز واقع شود مثلث در خارج بهم رسد نمیتوان اثبات
تساوی این مثلث با مثلث ا ح د نمود و جایز نیست که نقطه ک بر نقطه ط واقع شود والا
لازم اید تساوی جزو کل و تساوی ه ط ی ح و این هر دو محال است و جایز نیست که ک
در ما بین دو نقطه ح ط واقع شود زیرا که در این صورت هرگاه از ه ط ه ل را مثل اجد
کنیم ا ح د و وصل کنیم د ل را میگوییم در مثلث د ه ل دو ضلع د ه ه ل و زاویه د ه ل مساوی
دو ضلع ا د ا ح و زاویه ا د ح است از مثلث ا د ح پس زاویه ه د ل مساوی زاویه آ
خواهد بود ۴ و حال آنکه زاویه ه د ک مساوی زاویه آ است پس لازم می اید تساوی
کل و جزو پس واجب است که د ک در ما بین ضلعین بر خط ط ه واقع شود پس میگوییم در
دو مثلث ا ح د د ک ه دو زاویه ح ا د ک د ه متساویند بعمل و دو زاویه ا د ح د ه ک
خارجه و داخله متساویند ۵/۷ و دو ضلع ا د د ه متساویند بفرض پس باید ا ح
مساوی د ک باشد ۲۶ و زاویه ا ح د قائمه مساوی زاویه د ک ه باشد ۲۶ پس سطح
د ک ط ح قائم الزوایا خواهد بود اما قائمه بودن دو زاویه ی ح ط ک ط ح بجهت انکه ی ح

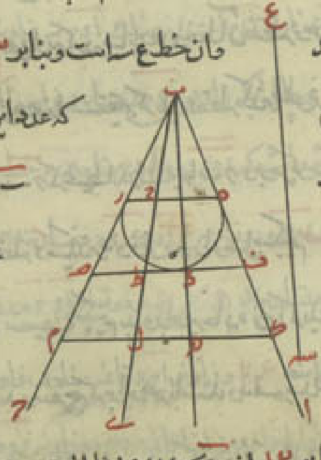
ه ط عمودند بر

ه ط عمودند بر خط ح ط و اما قائمه بودن د ک ط بسبب آنست که د ک ط با ه ک د و معادل
دو قائمه اند ۱۳ و ه ک د بسبب مساوی بودن آن با ا ح د قائمه است پس باید د ک ط
نیز قائمه باشد و اما قائمه بودن ک د ح باعتبار آنست که آن زاویه معادل د ک ه
قائمه است پس باید مساوی آن باشد ۵/۷ و ایضا زاویه ک د ح با زاویه ط ک د
معادل دو قائمه اند ۵/۷ و ط ک د قائمه است پس باید ک د ح نیز قائمه باشد پس
ثابت شد که سطح د ک ط ح تام الزوایا است پس بنابر ۳۴/۱ ضلع د ک
از این سطح مساوی ضلع ح ط خواهد بود و د ک مساوی ا ح
بود پس ط ح نیز مساوی ا ح خواهد بود و بمثل این بیان ظاهر
میشود که ط ب نیز مساوی ا ح است پس ثابت شد که



خطوط ا ح ح ط ط ب که از ضلع ا ب بسبب عمودهای مذکوره جدا شده اند با یکدیگر
برابرند و هو المطلوب **هفتم** هر زاویه که در ما بین دو خط آن نقطه فرض شود ممکن است
که ما بین آن دو خط وصل شود بخط مستقیمی که بآن نقطه بگذرد پس فرض میکنیم نقطه
د را در ما بین دو خط ا ب ب ح که محیط اند بزاویه ا ب ح و بر مرکز ب ببعد ب د
میکشیم قوس د ه ز را که بنقطه د میگذرد و وتره ز را وصل میکنیم ۵ و بنابر ۹
زاویه ب ز را بخط ب ح تنصیف میکنیم بد و نه زاویه حاده زیرا که یک زاویه حال آ
که منقسم شود بد و قائمه یا بد و منفرجه که برابر هم باشند و منقسم شده ان بقاعده حاده
یا منفرجه و حاده تنصیف نیست که مطلوب است پس میگوییم در دو مثلث ه ب ح ز ب ح

دو ضلع ه ب ب ح و زاویه ه ب ح مساوی‌اند با دو ضلع ر ب ب ح و زاویه ر ب ح
بجهت اینکه ب ح مشترک است و ه ب ر ب دو نصف قطرند که از مرکز ب بمحیط ه و ر اخراج
شده‌اند و دو زاویه مذکوره بعمل متساویند پس دو زاویه ب ح ه ب ح ر متساویند ۴
بلکه قائمه‌اند ۳ ا و ا اخراج میکنیم ب ح را تا ی و ان قطع میکند قوس ه ر ر بر ط
و نقطه ط ممکن است که بر نقطه ی منطبق شود و ممکن است که از جانب ی که در سمت ر
است واقع شود هم چنانکه در شکل کتاب است و ممکن است که در جانب ه ا ر ی واقع
شود و عمل در جمیع بیک نمط است و بیان مختلف نمیشود مگر انکه در صورت اخر ضلع ب ح
قائم مقام ضلع ا ب خواهد بود و در صورت اول احتیاج نخواهد بود بانچه مذکور میشود از
وصل ب ی و اخراج ان پس بنا بر قضیه که اقلیدس انرا در مقاله عاشره استعمال نموده بعد
ازا بدل قضیه اخیره ایراد کرده خطی میکنیم که چند ضعف ب ح باشد و مجموع از زیادتی



ازب ط باشد — و ان خط ع س است و بنابر ۳ از خط ا چند مثل س ه
را جدا میکنیم — که عدد این امثال عدد اضعاف ب ح
باشد و این امثال — س ه ه ک است و این حکم مبنی بر
ان است که ب ا غیر — محدود فرض شده باشد و الا
ممکن است که گفته — شود که میتواند شد که ضلع
ب ا قدر عیناً — که توان چند مثل س ه ازان
جدا نمود پس بنا بر ۱۲ ا ز ه ک که اطراف امثال است دو عمود ه ح ک ل بر خط ب ی

اخراج بسکم و اوسکم

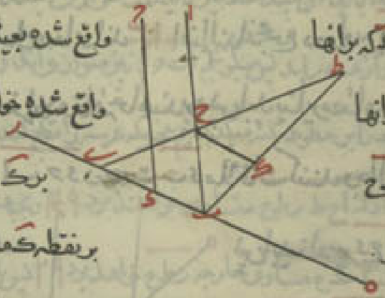
اخراج میکنیم و لازم است که موقع عمود ه ح بر نقطه ح باشد زیرا که اگر در فوق
و تحت ان واقع شود لازم می اید دو قائمه در یک مثلث جمع شود باعتبار انکه ثابت
شد که دو زاویه ب ح ه ب ح ر قائمه‌اند و اما موقع ک ل در تحت نقطه ط است هم
چنانکه مذکور خواهد شد این دو عمود جدا میکنند از ب ی دو خط ب ح ح ل که اقسام این
دو خط متساویند ۶/۱ و مجموع این دو خط که از دو عمود جدا شده‌اند مساوی ع س
است زیرا که عدد اقسام این خطوط مفصوله مثل عدد عمودهاست و عدد عمودها مثل عدد
اقسام ب ک است و عدد اقسام ب ک مثل عدد اقسام ع س پس عدد اقسام ب ل مثل
عدد اقسام ع س است و این عدد دو است پس عدد عمودها دو است و عدد ب ک نیز دو است
که ب ه ه ک باشد و عدد اقسام ع س نیز دو است و عدد اقسام ب ل نیز دو است که
ب ح ح ل باشد و هر یک از اقسام ع س ب ل مساوی ب ح است اما اقسام ع س
بجهت انکه مفروض ان بود که هر یک از اقسام ان مساوی ب ح باشد و اما اقسام ب ل
بجهت انکه مذکور شد که ح ل مساوی ب ح است بنابر ۶/۱ پس جمیع ب ل مساوی
جمیع ع س است پس مجموع ب ل اطول است از ب ط زیرا که ع س بفرض اطول از ان بود پس
موقع عمود ک ل بر خط ب ی یعنی نقطه ل خارج از ب ط خواهد بود و بنا بر این خط ب ی
مانند خط ب ا غیر محدود فرض شده خواهد بود پس جدا میکنیم از ب ی ب م را
مثل ب ک ۳ و وصل میکنیم م ل را پس در دو مثلث ب ک ل ب م ل دو ضلع ک ب
ب ل و زاویه ک ب ل مساوی‌اند با دو ضلع م ب ب ل و زاویه م ب ل بعمل با اشتراک

پس دو زاویهٔ ب ل ک ب ل م متساویند ۴ و زاویهٔ ب ل ک قائمه است زیرا که
ک ل عمود است بر ب ح پس ب ل م نیز قائمه است و ک ل م خط مستقیم است
و وصل میکنیم ب د را و انرا اخراج میکنیم تا نقطهٔ د که واقع است بر خط ک م و
چون وصل ب د شده و اخراج بر ک م شده نمیتواند شد که طرف ان بر م یا ک واقع
شود و اگر وصل گفته نمیشد و ابتدا همین گفته میشد که اخراج میکنیم از د خط د م
بیان تمام نمیشد زیرا که ممکن بود که طرف ان بر م مثلا واقع شود با وجود انکه از برای
ما شکلی ثبت کرده ان بیان شده باشد اخراج خطی از نقطه بخطی دیگر بنحوی که خط اول
عمود بر خط دوم نباشد پس لازم بود که وصل ذکر شود تا اخراج بر ک م صحیح باشد بلی اگر
خط ک م از دو طرف غیر محدود فرض شود جایز است که گفته شود اولا اخراج میکنیم خطی
از نقطهٔ د بخط ک م زیرا که در بنصورت بیان تمام میشود و بهر تقدیر بعد از وصل
و اخراج بر نقطهٔ د از خط د ع عمل میکنیم زاویهٔ د ع ف مثل زاویهٔ د ل ک ۲۳ پس دو
خط ف د ک م چون خط ب د بر انها واقع شده و دو متبادله د ع ف د ل ک
متساویند متوازی خواهند بود ۲۷ پس هم چنانکه ک م خط مستقیم است ف د
نیز خط مستقیم است پس اخراج میکنیم ف د را تا از مثلث ب ک م بیرون رود بر دو
نقطهٔ ف ص و ممکن نمیتواند شد که بعد از اخراج ملاقات با ب ک کند و الا لازم اید احاطه
دو خط مستقیم بسطح زیرا که ف د ب ک را بر نقطهٔ ف ملاقات کرده است و ممکن ۴
شد که با ک م ملاقات کند زیرا که موازی است پس متعین است که ملاقات کند ب ح را
و انرا قطع کند

و انرا قطع کند بر نقطهٔ ص پس خط ف د ص خطی است که در ما بین دو ضلع ا ب ب ح
وصل شده و بنقطهٔ د مرور نموده و هو المطلوب و مخفی نماند که اثبات این مطلب موقوف
نیست بر این تطویلی که محرر مرتکب شده و در بیان ان کافی است که گفته شود که وصل میکنیم
میان نقطهٔ مفروضه و احد ضلعین بخط مستقیم ص پس همین ضلع را میکشیم تا از
موقع خط بگذرد بر استقامت پس ضلع دیگر را که مقابل ان است میکشیم تا مثل
ضلع اول شود و در اینوقت خط مذکور در ما بین دو ضلع واقع خواهد بود پس انرا
بر استقامت اخراج میکنیم تا بضلع دیگر برسد ص و هو المطلوب و انچه بعضی گمان
برده اند که اخراج خط مستقیم محدود بر استقامت تا نقطهٔ معین یا الی غیر النهایة
از جملهٔ مصادرات نیست و در شکلی هم بیان نشده پس باید در اخراج مذکور بتوهم
اکتفا شود و ان در اکثر اعمال هندسه معتبر نیست غفلت است از انچه اقلیدس در مصادرات
گفته که از برای ما است که اخراج کنیم خط مستقیم محدودی را بر استقامت زیرا
که معنی این کلام هم چنانکه علامه در تحریر خود نیز بیان نموده است که هر گاه خط
مستقیم محدودی باشد میتوانیم انرا بر استقامت اخراج کنیم نه اینکه میتوانیم اولا خط
مستقیمی را اخراج کنیم زیرا که بنا بر این لفظ استقامت لغو خواهد بود و بالجمله این حکم
از مصادرات است و احتیاج بشکلی که مثبت ان باشد ندارد و ظاهر است که محرر بیان
مطلوب را باینوجه نکرده باعتبار اینکه بیانی که از شکل هشتم ایراد نموده بمجرد این تصییر
تمام نمیشود زیرا که تمامی ان بیان موقوف بر اینکه خط واصل جدا کند از ضلعین

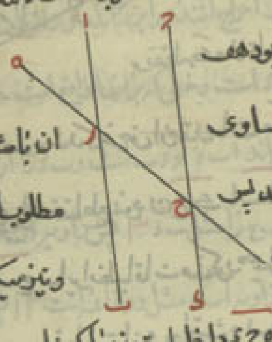
دو خط متساوی را واین در طریقی که خود ایراد نموده مبین است نه در این قضیه ما ذکر
کردیم فنامل **هشتم** در اثبات قضیهٔ مطلوبه است یعنی هرگاه دو خط مستقیم واقع
شود بر انها خط مستقیمی دیگر بنحویکه دو زاویهٔ داخله در یکجهت کمتر از دو قائمه باشند پس
اگر ان دو خط را اخراج کنند در این جهت باید که ملاقات میکنند پس فرض میکنیم که دو خط ۲ جهت
مذکور اب جد است و خطی که بر انها واقع است خط به است و دو زاویهٔ داخله
که کمتر از دو قائمه اند اه و جهب است و به را از دو جهت اخراج میکنیم تا هر جا
میکنیم از ب اسح را مثل بد و ۳ پس زاویهٔ اه ما زاویهٔ جهب کمتر از دو قائمه ۲ میگوئیم
است بفرض و ما زاویهٔ اه مثل دو قائمه است ۱۳ پس بعد از اسقاط زاویهٔ اه
مشترک باقی میماند زاویهٔ اه اعظم از زاویهٔ جهب پس بنا بر ۲۳ عمل میکنیم بر نقطه
ب از خط بح زاویهٔ بط مثل زاویهٔ جهب و وصل میکنیم میان دو خط کب
بر که محیط اند بزاویهٔ ب بخط طح بنحویکه بنقطهٔ ح بگذرد ۸/۷ و زاویهٔ
طحب خارجه از مثلث بحب اعظم است از زاویهٔ بهد ۱۶ پس بنا بر ۲۳
عمل میکنیم بر نقطهٔ ح از خط بح زاویهٔ بحک مثل زاویهٔ اهد و حک را اخراج
میکنیم تا تقاطع کند با بط بر نقطهٔ ک و بعد از بیان این مقدمات میگوئیم هرگاه
توهم کنیم تطبیق بد را بر بح که بعمل باید کرد این بنا لازم است که منطبق شود دح
بر بک بجهت تساوی دو زاویهٔ ه بک به د بعمل و اگر منطبق نشود باید این
دو زاویه متساوی نباشند و این خلاف فرض است و هم چنین باید با بح ک منطبق شود

بجهت تساوی دو زاویهٔ بحک و بب ا پس در این هنگام جد اب که دو خط مفروض
است با بک که بر انها واقع شده بعینه مثل بک کح
باسح که بر انها واقع شده خواهد بود پس هم چنانکه
بک کح بر ک ملاقات میکنند باید
اب جد نیز بر نقطه که ملاقات کنند و هو المطلوب



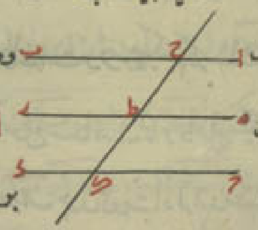
و از اینجه ملاقات مذکور شد معلوم شد که غرض از مقدمات مذکوره یعنی عمل
نمودن دو زاویه بر نحو مذکور و بیان تقاطع نمودن حک با بط و غیر ذلک انست
که بعد از فرض تطبیق بد بر بح سایر انطباقات مذکوره بعمل اید تا مطلوب
ثابت شود **الط** هرگاه خطی بر دو خط متوازی واقع شود پس دو زاویهٔ متبادله
از زوایای حادثه متساویند و هم چنین زاویهٔ خارجه با داخله که مقابل انست متساویند
و دو زاویهٔ داخله در یک جهت مساوی دو قائمه اند و فرق این شکل با شکل بیست از
هفت شکلی که محرر ایراد نموده بعموم و خصوص است زیرا که دعوی در اینجا واقع شدن
خطی است بر مطلق دو خط متوازی و در شکل مذکور واقع شدن خطی است بر دو خطی
که عمود بر خطی دیگر باشند پس اثبات دعوی در اینجا مستلزم اثبات دعوای
شکل مذکور است بخلاف عکس و بهر تقدیر فرض میکنیم که دو خط متوازی اب
جد است و خطی که بر انها واقع شده هح است پس میگوئیم دو زاویهٔ اهح و دحر
متبادله متساویند که اگر متساوی نباشند فرض میکنیم که اهح اعظم است از دحر

ومیکردانیم زاویه ر ب ح را مشترک ومیکوئیم بنا بر فرض مذکور مجموع دو زاویه
ا ب ح ب ح ر که معادل دو قائمه اند ۱۳ اعظم اند از مجموع دو زاویه ی ح ر ر ب ح
پس این دو زاویه اصغر از دو قائمه خواهند بود پس باید بنا بر مصادره مشهوره
که اثبات شد دو خط ا ب ح د در جهت ب د ملاقات کنند وحال آنکه مفروض



توازی انها بود هف
پس باید زاویه ی ح ر بزرگتر از ا ب ح
نباشد بلکه مساوی
ان باشد تا ی ح ر ر ب ح نیز مساوی
دو قائمه باشند پس
مطلوب اول که تساوی دو زاویه متبادله
باشد ثابت شد
ونیز میکوئیم که زاویه ه ر ب خارجه
مساوی زاویه ه ح د داخله است زیرا که خارجه مساوی ا ب ح است که مقابل
اوست ۱۵ وثابت شد که ا ب ح مساوی ی ح ر است پس ه ر ب نیز مساوی
ی ح ر است پس مطلوب دوم نیز ثابت شد ونیز میکوئیم که دو زاویه ر ب ح ی ح ر
داخله معادل دو قائمه اند زیرا که دو زاویه ر ب ح ا ب ح معادل دو قائمه اند و
ا ب ح مساوی ی ح ر است هم چنانکه مذکور شد و بوجه دیگر میکوئیم اگر داخله در
یک جهت معادل دو قائمه نباشند پس اگر کمتر از دو قائمه باشند لازم می اید
تلاقی دو خط در این جهت و این خلاف مفروض است و اگر بیشتر از دو قائمه باشند
پس دو داخله در جهت دیگر که تمام چهار قائمه اند کمتر از دو قائمه خواهند بود پس باید که این
جهت دیگر ملاقات کنند و این نیز خلاف مفروض است ل هرگاه چند خط موازی
خط باشند

خطی باشند باید ان چند خط نیز بایکدیگر متوازی باشند پس فرض میکنیم که
ا ب ح د موازی ه ر اند پس میکوئیم ا ب ح د نیز متوازی اند و از جهت اثبات مطلوب
خط ح ط ک را بر خطوط ثلثه میکذرانیم بنحویکه هر سه را قطع کند پس بجهت توازی ا ب
ه ر دو متبادله ا ح ط ر ط ح متساوی خواهند بود ۲۹ وبجهت توازی ح د ه ر
بفرض داخله ی ک ح مساوی خارجه ر ط ح خواهد بود ۲۹ پس باید بنا بر ع دو متبادله
ا ح ک ی ک ح متساوی باشند و از تساوی این دو متبادله لازم می اید توازی دو خط
ا ب ح د ۲۷ وهو المطلوب ومخفی نیست که دو خط ا ب ح د که موازی ه ر اند میتوانند شد
که هر یک در یک جهت ه ر باشد هم چنانکه در شکل مرسوم است و میتوانند شد که هر دو
در یک جهت ان باشند وطریق بیان و برهان واحد است واختلافی در بیان هر دو



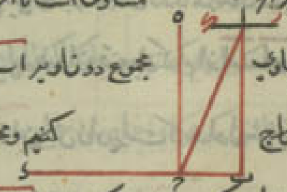
صورت بهم نمیرسد وطریق بیان بنحویکه مذکور شد
مبنی بود بر دو شکل ۲۹ ۲۷ ومیتوان بنحوی بیان
نمود که مبنی باشد بر ۲۹ ۲۸ باین طریق که بیان
کنیم اولا بر ۲۹ که خارجه ح مساوی داخله ط است وخارجه ط مساوی داخله
ک است پس بر ۲۸ ثابت کنیم که دو خط ا ب ح د متوازی اند ودر صورت اول میتوان
مطلوب را بوجه دیکر اثبات نمود باین طریق که بکوئیم خطوطی که موازی خطی باشند
اگر متوازی نباشند باید در جهتی ملاقات کنند وچون خطی که موازی ان خطوط است
در ما بین انهاست لهذا ان خط هرگاه در جهتی که ان خطوط بایکدیگر ملاقات کرده اند

اخراج شود باید در آن جهت با آن خطوط ملاقات کند و این خلاف فرض است زیرا
که فرض آنست که آن خطوط با این موازی اند لا میخواهیم از نقطهٔ مفروضه خطی
بکشیم که موازی خطی مفروض باشد مثلا از نقطهٔ ا خطی بکشیم که موازی خط ب ج
باشد پس باید بر ب ج نقطهٔ د را تعیین کنیم و ا د را وصل کنیم و عمل کنیم بر ا
از ا د زاویهٔ د ا ه مثل زاویهٔ ا د ج ۲۳ و اخراج میکنیم

ا ه را بار ص و بجهة بودن این اخراج از اصول موضوعه
در سابق معلوم شد لا پس چون دو زاویهٔ متبادله
متساویند لهذا خط ه ر موازی خط ب ج است ۲۷ لب هر مثلثی که یکی
از اضلاع ثلثه ان اخراج شود زاویهٔ خارجه ان مساوی دو مقابله داخله است و سه
زاویهٔ داخلهٔ مثلث مساوی دو قائمه است و فرض میکنیم که مثلث ا ب ج است و ضلع
که اخراج شده ب ج است که اخراج شده است تا د و اخراج میکنیم از ج ج ه را موازی
ا ب ۳۱ پس دو زاویهٔ ا ج ه ج ا ب چون دو متبادله اند متساویند ۲۹ و دو زاویهٔ
ه ج د ب ا چون خارجه و داخله اند نیز متساویند ۲۹ پس جمیع زاویهٔ ا ج د
خارجه از مثلث مساوی دو زاویهٔ داخلهٔ ا ب است و زاویهٔ ا ج د با زاویهٔ ا ج ب
مساوی دو قائمه اند ۱۳ و ا ج د مساوی دو داخلهٔ ا ب است پس هر سه زاویهٔ
داخله مساوی دو قائمه است و هو المطلوب و بحر گفته است که اگر اخراج کنیم ا ر را
موازی ب د ۳۱ بدل ج ه خواهد بود زاویهٔ ر ا ب مساوی با مساوله خود که زاویهٔ

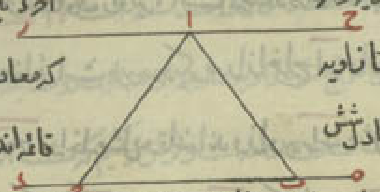
۱۹۸۳

ب باشد ۱۹ و زاویهٔ ر ا ج مساوی است با ا ج د که متبادله اوست ۲۹
پس زاویهٔ ا ج د خارجه مساوی مجموع دو زاویهٔ ا ب داخله بود و هو المطلوب



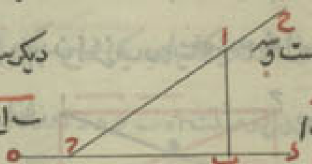
و بحر گفته است که اگر اخراج کنیم و مخفی نیست که این بیان
حکم اول شکل است و بیان حکم دوم آنست که زاویهٔ ر ا ج چون مساوی ا ج د
است و ا ج د با ا ج ب معادل دو قائمه است پس مجموع سه زاویهٔ مثلث برابر دو
قائمه است و ایضا بعد از اخراج ج ه موازی با ب ا میگوئیم زاویهٔ ه ج ب با زاویهٔ ب
معادل دو قائمه اند باعتبار انکه دو داخله اند که از وقوع خطی بر دو خط متوازی بهم
رسیده و زاویهٔ ه ج ا مساوی زاویهٔ ا است که متبادله اوست پس جمیع زوایای
مثلث مساوی دو قائمه است و بوجه دیگر بعد از اخراج ا ر موازی ب ج میگوئیم
دو زاویهٔ ر ا ج ب ج ا داخله مثل دو قائمه اند و زاویهٔ ر ا ب مثل زاویهٔ ب است
و بوجه دیگر اخراج میکنیم ما ک را موازی ب ج و میگوئیم سه زاویهٔ ا معادل دو
قائمه است زیرا ب ا ک مثل ا ب ج است و ک ا ج مثل ا ج ب است و ب ا ج مشترک
است و بدانکه مشهور است که از معلم ثانی پرسیدند که برهان بر مساوات سه زاویه
مثلث با دو قائمه چیست گفت ادا انقصنا من ست اربعا بقی اثنتان یعنی هر گاه از شش
زاویهٔ چهار زاویه را کم کنیم دو زاویه باقی میماند و در حل این کلام وجوه بسیار گفته اند
و اشهر و اظهر وجوه آنست که هر گاه در مثلث ا ب ج مثلا ضلع ب ج را اخراج شود از
طرفین تا د و ه و از نقطهٔ ا خطی که موازی د ه باشد اخراج شود تا د و نقطهٔ ج ر از وقع

اب بره د دو زاویه بهم میرسد که معادل دو قائمه اند و از وقوع اح بر ه د نیز دو زاویه
معادل دو قائمه بهم میرسد و از وقوع یک کدام از اب اح بر ح ز نیز دو زاویه معادل
دو قائمه حاصل میشود و این شش زاویه است که معادل شش قائمه است و وجه معادله
ظاهر است و این شش زاویه مشتملست بر سه زاویه مثلث و چهار زاویه که در خارج مثلث
بهم رسیده یعنی ح اب اب ه ب ا ز ا ح ا ح د پس میگوئیم دو زاویه ح اب اب ه دو
زاویه داخله که در یک جهت بهم رسیده اند از وقوع خط اب بر دو خط ح ز ه د
متوازیین پس باید این دو زاویه معادل دو قائمه باشند ۲۹ و بمثل این بیان ثابت
میکنیم که دو زاویه ز اح اح د نیز معادل دو قائمه اند



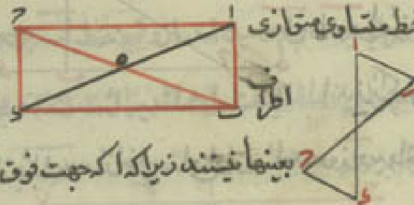
پس هرگاه این چهار زاویه که معادل چهار قائمه اند از
شش زاویه که معادل شش قائمه اند نقصان شود
باقی میماند سه زاویه مثلث معادل دو قائمه وهو المطلوب و مخفی نیست که هرگاه
اخراج شود اب از جهت ب حاصل میشود دو زاویه دیگر که معادل دو قائمه اند
پس صحیح است که در بیان مساوات مذکوره گفته شود که هرگاه شش را از هشت نقصان
کنیم دو باقی میماند و اگر اح نیز از جهت ح اخراج شود دو زاویه دیگر بهم میرسند
که معادل دو قائمه است و بنا بر این اگر گفته شود که هرگاه هشت از ده نقصان
کنیم دو باقی میماند صحیح خواهد بود و اگر احدهما یعنی اب اح نیز از جهت ا اخراج
شود دو زاویه دیگر بهم میرسند که معادل دو قائمه اند و بنا بر این اگر گفته شود
که هرگاه که گزرد

پس هرگاه گفته شود که اگر ده از دوازده اسقاط شود دو باقی میماند صحیح خواهد بود لیکن
اولی و احسن همان نحو است که فارابی گفته بجهت آنکه اکتفا باخصر اقل اولی و اصوب است
و حل دیگر از عبارة مذکوره آنست که هرگاه اخراج شود ضلع ب ح از مثلث اب ح تا ه
و اخراج شود ضلع اح تا ح شش زاویه بهم میرسد سه زاویه از آن سه
زاویه مثلث است و دیگر سه زاویه خارجه است از مثلث
که زاویه د ب ا ب اح اح ه باشند و بنا بر ۳۲



سه زاویه خارجه ضعف سه زاویه مثلث است که داخله اند زیرا که بنا بر این شکل
هر زاویه خارجه از مثلث بعد از اخراج ضلعی از آن مساوی دو زاویه داخله است که در
مقابل آن باشند و شکی نیست که این شش مساوی شش قائمه است بنا بر ۱۳ پس هرگاه
سه زاویه خارجه ضعف سه زاویه مثلث باشد باید سه زاویه خارجه مساوی چهار
زاویه قائمه باشد و سه زاویه مثلث مساوی دو قائمه باشد پس هرگاه چهار قائمه که سه
خارجه مشتمل بر آنست از شش قائمه بیندازیم باقی میماند سه زاویه مثلث مساوی دو
قائمه وهو المطلوب حل دیگر میگوئیم دو زاویه د ب ا اح ه زاید اند بر قائمه بمقدار زاویه
ح اب زیرا که زاویه اح ه مساوی دو زاویه ا ب است و زاویه ب تا زاویه
د ب ا مساوی دو قائمه است پس مجموع اح ه د ب ا زاید اند بر دو قائمه بقدر
ح اب و زاویه ب اح با این مقدار زاید که ح اب باشد مثل دو قائمه است پس
زوایای خارجه که سه زاویه باشد بقدر چهار قائمه است پس هرگاه آنها را از شش قائمه

بینند از هر دو قائمه میماند که سه زاویه مثلث باشد و هو المطلوب لح هر دو خطی که وصل
شود در ما بین اطراف دو خط متساوی متوازی در یک جهت بینهما متساوی و متوازی اند
مثلا اب جد متساوی و متوازی اند در یک جهت یعنی اطراف این دو خط در یک جهت اند
و ما بین اطراف انها وصل شده بدو خط اج ب د پس باید این دو خط اج ب د
متساوی و متوازی باشند و تقیید بودن اطراف در یک جهت بجهة احتراز است از مثل
این شکل که دو خط متساوی و متوازی در این شکل که اب



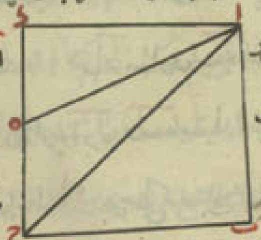
جد است اطراف انها که وصل شده
در یک جهت بینهما نیستند زیرا که ا که جهت فوق اب است وصل
شده است بد که جهت تحت جد است و ب که جهت تحت اب است وصل شده
بج که جهت فوق جد است لهذا دو خطی که واصل میان انها شده یعنی بج
اد متساوی اند و شد که متوازی باشند و مخفی نماند که صاحب کتاب بدل دو خط در هر دو
موضع خطوط گفته است پس اگر مراد او از خطوط خطین باشند و تعبیر از ان بلفظ جمع
بجهت ان باشد که شامل جمیع موارد باشد صحیح خواهد بود و الا فلا زیرا که در مثل این
صورت حکم مذکور صحیح نیست و وجه عدم صحت ظاهر است بلی اگر مراد وصل میان اطراف
هر دو خط دو خط متوازی باشد بدو خط هم چنانکه بنای احتمال اول بر اینست حکم مذکور
در هر دو خط واصل میان دو خط متوازی از شکل مذکور ثابت میشود و کلام صاحب
کتاب صحیح خواهد بود و بهر تقدیر از جهت اثبات مطلوب بج را وصل میکنیم

پس از دو مثلث ابج بجد دو ضلع اب بج

مساوی دو ضلع دج بج اند بفرض و اشتراک
دو زاویه متبادله ابج و دجب متساوی اند ۲۹ پس اج مساوی بد
است ۴ و چون دو متبادله اجب و دبج متساوی اند ۲۹ پس اج موازی بد
است ۲۷ و هو المطلوب و محرر گفته بوجه دیگر اخراج میکنیم او را نیز ص بنحوی که تقاطع کند
بج را به پس در دو مثلث اهب جهد دو زاویه اهب جهد متساوی اند
۱۵ و دو متبادله اهب و جهد نیز متساوی اند ۲۹ و دو ضلع اب جد متساوی اند
بفرض پس دو ضلع اه هد نیز متساوی اند ۲۶ و هم چنین به هج نیز متساوی اند
۲۶ پس از دو مثلث اهج به د دو ضلع اه هد متساوی اند و هم چنین دو ضلع
جه هب متساوی اند هم چنانکه مذکور شد پس دو زاویه اهج به د باید
متساوی باشند ۱۵ پس اج مساوی بد است ۴ و بنا بر هر یک از ۲۶ و
۲۹ بلکه ۴ دو زاویه اجه و به د متبادله نیز متساوی اند پس بنا بر ۲۷ اج موازی
بد است و هو المطلوب لد هر سطحی که اضلاع ان متوازی باشد اضلاع متقابل ان
سطح متساوی اند و هم چنین زوایای متقابله ان سطح نیز متساوی اند و هر یک از اقطار
ان سطح ان سطح را تنصیف میکند پس فرض میکنیم که سطح

مذکور ابجد است و قطر بد است پس زاویه
مثلث ادب بجد دو متبادله ادب

جب د متساویند ۲۹ وهم چنین دو متبادله اب د جدب نیز متساویند
۲۹ و ضلع ب د مشترک است پس دو ضلع اد جب نیز مساوی خواهند بود ۲۶
وهم چنین دو ضلع اب جد نیز متساوی خواهند بود ۴۶ و از ین دعوای اول ثابت
شد و دو زاویه ا ج نیز متساوی خواهند بود ۲۶ و بجهت تساوی اب د جدب
داب جب د جمیع دو زاویه اد جب ا نیز متساویند و از ین دعوای دوم نیز
ثابت شد و بنا بر ۲۶ دو مثلث نیز بایکدیگر متساویند پس سطح اب جد بقطر
ب د تنصیف شده است و از ین دعوای سیم نیز ثابت شد وهو المطلوب و بعضی گفته اند
اگر اب مساوی جد نباشد یا اصغر از ان خواهد بود یا اعظم و بنا بر اول از ده جه را
مثل ان جدا میکنیم ۳ هم چنانکه مفروض است در شکل مرسوم و بنا بر ثانی جد را
اخراج میکنیم تا انکه اعظم از اب شود بنا بر قضیه که محرر بعد لقضیه اخیره استعمال
نموده پس از ان جه را مثلا بقدر اب جدا میکنیم



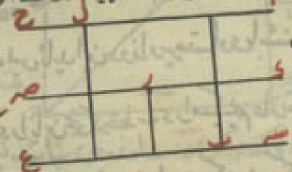
۳ و چونکه بیان در هر دو صورت متحدات و
اختلاف معتد به در ان نیست محرر متعرض صورت
دوم نشده و اقتصار بر اول کرده و گفته اگر اب مساوی جد نباشد پس باید مساوی
جه باشد و وصل میکنیم اه را و باید بنا بر فرض این تساوی اه مساوی و موازی
ب ج باشد ۳۳ و ب ج بفرض موازی اد است پس اه نیز موازی اد خواهد بود
۳۰ و این محالست باعتبار انکه بایکدیگر تقاطع کرده اند پس باید اب مساوی جد

باشد و بمثل این بیان

باشد و بمثل این بیان ثابت میکنیم تساوی اد بج را یعنی میگوییم هرگاه اد مساوی
ب ج نباشد باید مساوی جه باشد و وصل میکنیم اه را و باید این اه مساوی
و موازی جد باشد و جد موازی اب است پس اب اه با وجود تقاطع متوازی
خواهند بود و این محالست و بهر تقدیر حکم اول از احکام ثلثه این شکل ثابت شد و بجهت
اثبات حکم دوم یعنی تساوی زوایای متقابله میگوییم هرگاه زاویه ب اد مساوی زاویه
ب ج د نباشد پس باید ب اه مساوی ب ج د باشد ۲۳ خواه ب ج د اصغر از ب اد
فرض شود هم چنانکه در شکل مرسوم یا اعظم از ان فرض شود و بیان در صورتین واحد است
و وصل میکنیم اج را و میگوییم چون دو متبادله ب اج و ه جا متساویند ۲۹ باقی میماند
زاویه جاه مساوی زاویه اجب زیرا که مفروض اینست که ب اه مساوی ب ج د
است و هرگاه از اشیا متساویه چند چیز متساوی را کم کنیم انچه باقی میماند متساوی
است و مساوی بوده جاه با اجب محال است زیرا که جاد که اعظم است از جاه
مساوی اجب است ۲۹ و لزوم این محال از فرض عدم تساوی زاویه ب اد با زاویه
ب ج د است پس باید این دو زاویه متساوی باشند و بمثل این بیان ثابت میکنیم تساوی
دو زاویه ب د را باین نحو که خط ب د را میکشیم و از نقطه ب خطی بضلع جد میکشیم که
از خط ب ه باشد پس بیان را جاری میکنیم پس حکم دوم نیز ثابت شد و بجهت اثبات
حکم سیم میگوییم چون در دو مثلث اجد اب ج دو زاویه ب د متساوی اند و اضلاع
این دو مثلث نیز علی التناظر متساویند باید دو مثلث نیز متساوی باشند ۴ و از

تساوی انها نصف سطح نقطه او لازم نیاید پس حکم سیم نیز ثابت شد و از انچه مذکور شد
ظاهر و مبین میشود که از برای ابن سطح مضعف که اخراج شود از زاویه ان هر قطر ان نیست بلکه
منصفان که برون از زاویه ان منحصرات بقطران **له** هر دو سطح متوازی الاضلاع که
بر یک قاعده باشند در یکجهت و میان دو خط متوازی بعینهما باشند ان دو سطح
متساویند مثلا دو سطح

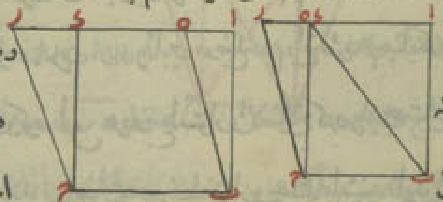
اب جر د ه بر جر د ا فقند
بر قاعده بر و در میان
دو خط متوازی اند که بر جر ا ر
باشد پس میگوییم این دو
متساویند و تقیید قاعده واحده بودن
ان در یک جهت سبب انست که مبادا از وحدت قاعده تساوی ان اراده شود که
مراد این باشد که دو سطح بر قاعده متساوی باشند و اگر چه هر یک قاعده علحده داشته باشد
خواه دو قاعده در یک جهت باشند یا در دو جهت و در بعضی نسخ جهت واحده بر قاعده واحده
مقدم است بر این تقدیر اشکالی نیست زیرا که مراد انست که دو سطح در یک جهت بر یک
قاعده باشند نه بر دو قاعده هم چنانکه در شکل است و تقیید دو خط متوازی بعینهما از
جهت احترازات از مثل این شکل



زیرا که سطح ب ر
اگر چه در میان دو خط متوازی است
که سع و ص
باشد و سطح ب لـ نیز میان دو
متوازی است که
سع اح باشد لیکن چون دو متوازی در احد سطحین بعینه دو متوازی در سطح دیگر نیست
بان سبب حکم مذکور در اینجا ثابت نیست و مخفی نیست که یکی از دو خط متوازی قاعده است

لازم است کران خط

پس لازم است که ان خط که در احد سطحین موازی قاعده است مسامت خطی باشد که در
سطح دیگر موازی قاعده است بنحویکه هرگاه دو خط بر استقامت متصل شوند یک خط
شوند تا صادق اید که دو سطح واقعند در میان دو خط متوازی بعینهما و بر هر تقدیر
از جهت اثبات مطلوب میگوییم هر یک از اد ه ر مساوی بجر اند **٣٢** پس باید اد
ه ر نیز متساوی باشند **ع** د ه را مشترک میگردانیم و میگوییم در دو مثلث ه اب
ر د جر دو ضلع اه ر د متساویند **صر** و دو ضلع اب جر د نیز متساویند **٢٤** و دو
زاویه ب اه جر د ر داخله و خارجه نیز متساویند **٢٩** پس دو مثلث نیز متساوی
خواهند بود **٤** و هرگاه از این دو مثلث متساوی سطح د ح ه مشترک را بیندازیم و سطح
ح بجر مشترک بر انها زیاد کنیم حاصل اید دو سطح مذکورات با تساوی انها **ع** و هو المطلوب
و محرر گفته است که در این شکل اختلاف وقوع است زیرا که نقطه ه یا خارج از اد
واقع میشود و ب ه جر د با یکدیگر تقاطع میکنند هم چنانکه در شکل اصل کتاب است و
مذکور شد
یا منطبق بر د
میشود هم چنانکه
در شکل اول
ازین دو شکل
است لما دره ملین



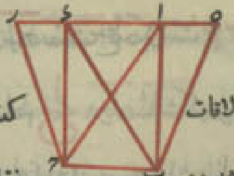
اد واقع میشود هم چنانکه در شکل دوم و در این دو صورت مشترکی که واقع میشود منحصر است
بیک مشترک زاید از دو مثلث که ان مشترک در شکل اول مثلث د بجر است و در
شکل دوم منحرف ه بجر د است و طریق بیان در این دو صورت ظاهر است زیرا که

اثبات تساوی دو مثلث ا ب ه د ر ج بنحو مذکور هرگاه مشترك بر انها زیاد
کنیم حاصل دو سطح مذکورات با تساوی انها و مخفی نیست که جایز نیست که دو ضلع
ه ب ج ر بر دو ضلع ا ب د ج منطبق شوند والا منطبق خواهد شد ه ر بر ا د و دو
سطح متحقق نخواهد شد بلکه همین یك سطح خواهد بود و جایز نیست که دو ضلع اول
در ما بین دو ضلع دوم و در داخل انها واقع شوند و هم چنین جایز نیست که خارج
از انها واقع شوند یا یکی از انها منطبق بر یکی از انها شود و دیگری داخل یا خارج
واقع شود زیرا که در جمیع این صور لازم می اید که ه ر مساوی ا د باشد و حال انکه
مفروض انست که هر یك مساوی ب ج است هف پس لازم و متعین است که یکی از
دو ضلع اول که ج ر باشد در خارج دو ضلع دوم واقع شود و دیگری که ب ه باشد
داخل واقع شود بنحوی که قطع کند یکی از دو ضلع دوم را که د ج باشد هم چنانکه در اصل
کتاب است یا طرف ان منطبق بر طرف ان شود هم چنانکه در شکل اول از دو شکل
که محرر ایراد کرده یا طرف ان در ما بین دو ضلع دوم واقع شود هم چنانکه در شکل دوم
از دو شکل مذکور **لو** هر دو سطح متوازی الاضلاع که در یك جهت بر دو قاعده
متساوی باشند و در ما بین دو خط متوازی بعینها باشند باید ان دو سطح متساوی
باشند مثلا دو سطح ا ب ج د ه ح ط واقعند بر دو قاعده ب ج ر ح که متساوی اند
و در یك جهت اند و در ما بین دو خط متوازی ب ح ا ط واقعند پس میگوییم این دو
سطح متساویند زیرا که هرگاه وصل کنیم دو خط ب ه ج ط باید متساوی و متوازی

باشند زیرا که

باشند زیرا که دو خط ب ه ج ط بفرض متوازی اند بلکه متساوی اند ایضا هم چنانکه
تران ظاهر است و ما بین اطراف این دو خط وصل شده است بدو خط ب ه ج ط

پس باید متساوی و متوازی باشند **۳۳** و بنا بر
۳۵ هر یك ازین دو سطح متساوی خواهد بود
با سطح ه ب ج ط متوازی الاضلاع که با ان بر
یك قاعده است و در ما بین دو خط متوازی
بینهما واقعند پس باید این دو سطح متساوی باشند ع **لز** هر دو مثلث که
در یك جهت بر یك قاعده باشند و در ما بین دو خط متوازی بعینها باشند باید متساوی
باشند مثلا دو مثلث ا ب ج د ب ج بر قاعده ب ج واقعند و در ما بین دو خط
متوازی متوازی ب ج ا د اند پس میگوییم این دو مثلث متساویند و بجهت اثبات



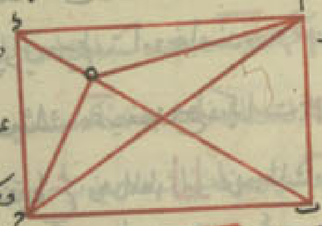
مطلب اخراج میکنیم ب ه را موازی ج ا و ج ر را موازی ب د
۳۱ تا اینکه ملاقات کنند ب ه ج ر ا د را که از دو
جهت اخراج شده بر دو نقطه ه ر و وجه ملاقات انست که
هر یك از انها با مخرج از ا د اخراج شده اند از خطی که بر انها واقع شده بزیر که از
دو قائمه یعنی ه ب ه ا دو خطند که ا ب بر انها واقع شده و دو زاویه داخله در جهت
ه کمتر از دو قائمه اند و هم چنین ج ب د ر دو خطند که ج د بر انها واقع شده و دو
زاویه داخله در جهت ر کمتر از دو قائمه اند پس باید بمصادره مشهوره در جهت ه و ر

ملاقات حاصل شود و کمتر بودن دو زاویه داخله یعنی ه ب ا اه و د ر ح د ر
از دو قائمه بجهت آنست که اگر ح ب در جهت ب باستقامت اخراج شود تا ط مثلا دو
زاویه ا ب ط ب اه معادل دو قائمه خواهند بود زیرا که دو زاویه داخله اند در یک جهت
باید دو زاویه ا ب ه ه ا ب کمتر از دو قائمه باشد و برین قیاس است حال ح د ر ا د ر که
د ح بر آنها واقع شده و ایضا زاویه ا ب ه مساوی زاویه ح ا ب است که معادل آنست و
زاویه ب اه با زاویه ح ا ب کمتر از دو قائمه اند پس باید با زاویه ا ب ه نیز کمتر از دو قائمه
باشد و همچنین است حکم در دو زاویه ح د ر ر د ح و چون هر یک از این دو زاویه کمتر از
دو قائمه باشد و باین سبب ب ه اه بر نقطه ه و ح د د ر بر نقطه ر ملاقات کنند
خواهند بود ه ب ح ا د ب ح ر دو سطح متوازی الاضلاع بر قاعده ب ح در ما بین دو
خط متوازی ب ح ه ر پس این دو سطح متساوی خواهند بود ۳۵ و مثلث ا ب ح
نصف احد سطحین است و مثلث د ب ح نصف سطح دیگر است ۳۴ پس باید این دو مثلث
نیز متساوی باشند ع وهو المطلوب لج هر دو مثلث که در یک جهت بر دو قاعده
متساوی باشند و در ما بین دو خط متوازی بعینهما باشند باید متساوی باشند مثل
دو مثلث ا ب ح د ه ر که بر دو قاعده ب ح ه ر متساوی واقعند و در میان دو خط
متوازی ب ر ا د اند و بجهت اثبات مطلوب اخراج میکنیم بنا بر ۳۱ ب ح را موازی
د ا و ر ط را موازی ه د تا ملاقات کنند ب ح ر ط ا د را که از دو جهت اخراج شده
بر دو نقطه ح ط و جز لزوم ملاقات جزوی است که در شکل سابق مذکور شد پس ح ب ح ا

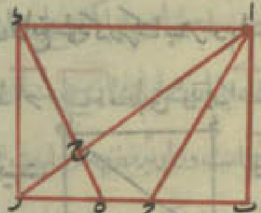
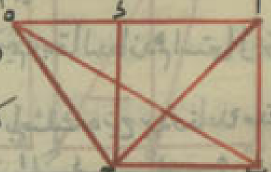
د ه ر ط د ح

د ه ر ط دو سطح متوازی الاضلاع خواهند بود بر دو قاعده متساوی و در ما بین دو خط
متوازی ب ر ح ط پس این دو سطح متساوی خواهند بود ۳۶ و مثلث ا ب ح نصف
احد سطحین است و مثلث ه د ر نصف سطح دیگر است ۳۴ و لهذا پس این دو مثلث
نیز متساوی خواهند بود ع وهو المطلوب لط هر دو مثلث متساوی که در جهت واحد
بر قاعده واحده باشند باید در ما بین دو خط
متوازی باشند مثل دو مثلث ا ب ح د ب ح
که بر قاعده ب ح اند و از جهت اثبات

مطلوب وصل میکنیم ا د را و میگوییم ان موازی ب ح است و الا باید موازی ان بعض
ب ح اه مثلا باشد ۳۱ و چون اه با ب د از خط ا ب اخراج شده اند بر کمتر از دو
قائمه یعنی خط ا ب بر آنها واقع شده و دو زاویه داخله که از وقوع این خط بر آنها از
جهت ه واقع شده یعنی دو زاویه د ب ا ه ا ب کمتر از دو قائمه اند زیرا که بنا بر فرض موازات
دو خط اه ب ح دو زاویه ا ب ح ه ا ب مساوی دو قائمه اند و د ب ا جزء ا ب ح
است پس باید بحکم مصادره مشهوره این دو خط یعنی اه ب د در جهت مذکوره
بر نقطه که مثلا ه باشد ملاقات کنند و وصل میکنیم ه ح را پس مثلث ه ب ح مساوی
مثلث ا ب ح است ۳۷ و بفرض مثلث ا ب ح مساوی مثلث د ب ح است پس لازم
آید تساوی جزء و کل که ه ب ح و د ب ح باشد و این محالست و لزوم این محال از
فرض عدم موازات ا د ب ح و موازات اه ب ح است پس باید ا د ب ح با یکدیگر

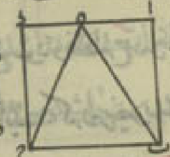
موازی باشند و شکی نیست که دو مثلث مطلوب در ما بین انها واقعند ثبت المطلوب
و بحر و گفته است که اگر نقطه ه در خارج ب د

واقع شود بیان مختلف میشود یعنی باز لازم
می اید تساوی جزء و کل لیکن در این صورت
مثلث ب ه ح کل خواهد بود و د ب ح جزء خواهد بود م هر دو مثلث متساوی
که بر دو قاعده متساوی باشند که ان دو قاعده از یک خط و در یک جهت باشند
یعنی قاعدهای ان دو مثلث در یک سمت باشند و سرهای انها در یک سمت نه انکه تا[م]
احدهما با سر دیگری در یک جهت یعنی فوق یا تحت باشد باید ان دو مثلث در ما بین دو
خط متوازی باشند مثل دو مثلث ا ب ح د ه ز که متساویند و بر دو قاعده ب ح
ه ز متساوی از خط ب ز واقعند و از جهت اثبات مطلوب وصل میکنیم ا د را و میگوئیم
ان موازی ب ز والا باید ا ح موازی ب ز باشد ۳۱ و لازم است که ا ح ملاقات کند
ه د را بر ح زیرا اگر ملاقات با یکدیگر نکنند باید متوازیین باشند و از این لازم اید
که ه د موازی باشد با ب ز که بفرض موازی ا ح است هف و ایضا هر خطی که بر یکی از دو خط
متوازی واقع شود لازم است که بعد از اخراج بر دیگری نیز واقع شود و در اینجا خط ه د
واقع شده است بر احد متوازیین که ب ز باشد پس باید واقع شود بر دیگری که ا ح
باشد و چون لزوم ملاقات ثابت شد وصل میکنیم ح ز را و میگوئیم بنا بر ۳۸
دو مثلث ا ب ح و ه ح ز متساوی اند و ا ب ح بفرض مساوی د ه ز بود پس باید

بنا بر ع

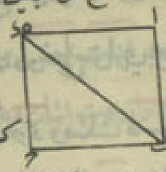
بنا بر ع ه ح ز که جزء د ه ز است مساوی ان

باشد و این محالست و محال ناشی نشده مگر
از فرض عدم موازی ا د با ب ز و توازی
ا ح با ان پس باید ا ح موازی ان نباشد و ا د موازی ان باشد و دو مثلث
مطلوب در ما بین انها باشد و هو المطلوب و همچنین است حکم اگر ملاقات بعد
از اخراج ه د در جهت د واقع شود و نقطه ح در خارج ه د واقع شود و فرق این
صورت از انچه مذکور شد اینست که در این صورت مثلث ه ح ز کل میشود و
ه د ز جزء ان میشود ما هر سطح متوازی الاضلاع و مثلثی که هر دو در یک جهت
یک قاعده باشند و در ما بین دو خط متوازی بعضها باشند باید ان سطح ضعف
۳۷ مثلث باشد مثل سطح ا ب ح د و مثلث ه ب ح که بر قاعده ب ح اند و در
ما بین دو خط متوازی ب ح و ا ه واقعند و ظاهر لازم باشد که سطح و مثلث

بر یک ارتفاع باشد و الا دعوی فی نفسها
صحیح نخواهد بود و صاحب کتاب تصریح بان نکرده
بجهت انکه بودن سطح و مثلث در ما بین دو
متوازیین بعضها ظاهر است ملتزم وحدت ارتفاع انهاست و بجهت تقدیر وصل
میکنیم ا ح را فسطح ا ب ح د ضعف مثلث ا ب ح است ۳۴ پس سطح ا ب ح د
ضعف مثلث ه ب ح نیز هست و مخفی نماند که در این شکل اختلاف وقوع است

زیرا که ممکن است بنحوی واقع شود که در کتاب مرسوم است و ممکن است که خط
ح ه منطبق شود بر خط ا ح و ب ه منطبق شود بر ا ب باین نحو و در این صورت

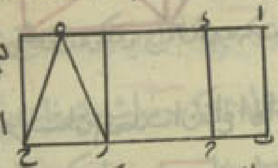
احتیاج بوصل خط نیست و هم چنین بحواله کردن
بشکل ۳۷ نیست بلکه بمجرد حواله بر مرسوم مطلب
ثابت می شود و ممکن است که ب ه نیز بنحوی واقع شود که نقطهٔ د از ان ثنا بین ا د



واقع شود و هم چنین ح ه باین هیئت و طریق بیان در این صورت
بنحویست که در کتاب مذکور است و ممکن است که نقطهٔ د از خط
ب ه برد واقع شود و ح ه بر ح د واقع شود باین هیئت و کیفیت بیان در این

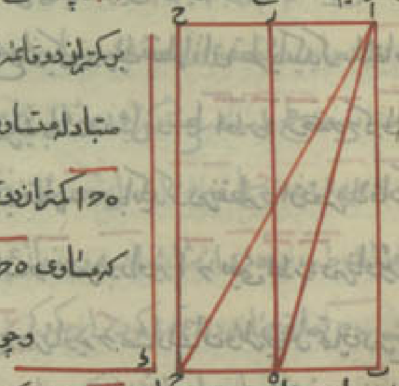


صورت مثل بیان در صورت اولی است و محرر گفته است که هم
چنین است حکم در هر سطح و مثلثی که در جهت واحده بر دو قاعده
متساوی باشند و در مابین دو خط متساوی باشند یعنی سطح باز ضعف مثلث آ
و صاحب کتاب انرا در شکل سیم از مقاله دهم استعمال نموده است و در بیان ان
میکوئیم سطح ا د ح ب با مثلث ه ب ح بر دو قاعده متساوی واقعند و در مابین



متوازیین ا ه ب ح اند پس باید سطح مذکور ضعف
مثلث باشد و از جهت اثبات این حکم بر قاعده مثلث
و ما اهاع ان سطح متوازی الاضلاع رسم میکنیم و این سطح مساوی سطح مفروض
است ۳۶ و این سطح مرسوم ضعف مثلث است ۴۱ پس باید سطح مفروض نیز
ضعف مثلث

ضعف مثلث باشد ع مب میخواهیم عمل کنیم سطح متوازی الاضلاع را که مساوی
مثلث معین مفروضی باشد و یکی از زوایای ان سطح مساوی یک زاویه مفروضه و فرض
میکنیم که ان مثلث ا ب ح است و زاویه مفروضه د است پس تنصیف میکنیم ب ح را
بر ه ۱۰ و وصل میکنیم ا ه را و عمل میکنیم بر نقطهٔ ه از خط ه ح زاویه ح ه ر را مثل
زاویه د ۲۳ و اخراج میکنیم از ا ا ح را موازی ه ح ۳۱ و چون ا ح ه ر را اخراج
شده اند از ا ه بر یکتر از دو قائمه زیرا که ح ه ا ه ا ح مثل دو قائمه اند ۲۹
پس ر ه ا ه ا ح کمتر از دو قائمه اند لهذا باید ا ح ه ر بایکدیگر ملاقات کنند بحکم
مصادره مذکوره و اخراج میکنیم از ح ح ح را موازی ه ر ۳۱ و چون ح ح ا ح از

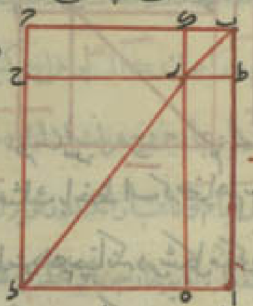


خط ا ح خارج شده اند بر یکتر از دو قائمه زیرا که
دو زاویه ه ح ا ح ا ح متبادله متساویند و
زاویه ح ح ا با زاویه ه ح ا کمتر از دو قائمه اند
پس با زاویه ح ا ح که مساوی ه ح ا است
نیز کمتر از دو قائمه اند و چون این
دو زاویه کمتر از دو قائمه اند بنابر مصادره مشهوره باید ح ح ملاقات کند ا ح را
بر نقطه ح پس حادث میشود سطح ر ه ح ح متوازی الاضلاع بعمل و بنابر ۴۱ این سطح
ضعف مثلث ا ه ح است و این مثلث بنابر ۳۸ مساوی مثلث ا ب ه است
زیرا که بعمل دو قاعده ب ه ه ح متساویند و در مابین متوازیین نیز واقعند

پس مجموع مثلث ا ب د مفروض ضعف مثلث ا ه د است پس هرگاه ثابت شد
که سطح مذکور مساوی ضعف ا ه د است باید مساوی مثلث ا ب د مفروض
باشد پس حکم اول ثابت شد و زاویهٔ ر ه د ازین سطح مساوی زاویهٔ د مفروضه
است بعمل پس حکم ثانی نیز ثابت شد وهو المطلوب و محرر گفته که در اینجا اختلاف
وقوع است زیرا که ر یا منطبق میشود بر ا ه یا بر یکی از دو جهت آن واقع میشود
هم چنانکه در کتاب است و طریق بیان در جمیع متحدات مح هر دو متمم با یکدیگر
برابرند و مراد از متممین هر دو سطح متوازی الاضلاع اند که واقع باشند در سطحی
دیگر که مثل آنها باشد یعنی آن نیز متوازی الاضلاع باشد و واقع باشند در دو جنب
قطر آن سطح دیگر و در یك نقطه از آن قطر با یکدیگر ملاقات کنند و با آن سطح در دو
زاویه شریك باشند مثل دو سطح ا ط ر ه ر ك ح ح که واقعند در سطح ا ب ح د
در دو جنب قطر ب د و با یکدیگر در نقطهٔ ر از قطر ملاقات کرده اند و مشارکند
با سطح ا ب ح د در دو زاویهٔ ا ح یعنی ا ط ر ه در زاویهٔ ا مشارك است و
ر ك ح ح در زاویهٔ ح مشارك آن و طریق عمل متممین در سطح متوازی الاضلاع
آنست که در آن سطح قطری از آن که واصل میان دو زاویهٔ متقابله باشد بکشیم
بعد از آن تعیین کنیم نقطه را بر یکی از دو ضلع یکی از دو زاویهٔ متقابلهٔ دیگر که ما بین آنها
نقطه وصل نشده و اخراج کنیم از آن نقطه خطی که موازی ضلع دیگر باشد و این خط قطع
میکند قطر را بر نقطه و میرسد بضلعی که موازی است با ضلع که خط از آن اخراج شده

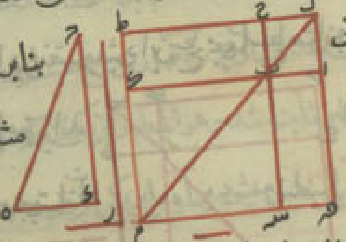
پس ازین نقطه

پس ازین نقطه یعنی نقطهٔ تقاطع خط مذکور با قطر اخراج میشود خطی که موازی باشد
با ضلع موازی مذکور و اخراج میکنیم این خط را از طرفین تا ملاقات کند دو ضلع
از سطح مفروض را پس منقسم میشود این سطح بچهار سطح متوازی الاضلاع که دو سطح



در آن چهار سطح متممین اند و تعریف متممین بر آنها
صادق است و بجهة اثبات مطلوب یعنی تساوی
متممین میکنیم سطح ا ب ح د متوازی الاضلاع ا ب
بفرض و دو سطح ط ب ك ر ه ر ح د نیز متوازی
الاضلاع اند بفرض و دو سطح ۳۰ پس بنابر ۳۴ هر یك از دو مثلث ا ب د
ب ح د نصف ا ب ح د اند و این دو نصف یعنی دو مثلث متساویند و هر یك از
دو مثلث ط ب ر ر ك ب نصف سطح ط ب ك ر است که این دو مثلث نیز متساویند
و هر یك از دو مثلث ه ر د ر ح د نصف سطح ه ر ح د اند و این دو مثلث نیز متساویند
پس هرگاه بیندازیم دو مثلث ط ب ر ه ر د از مثلث ا ب د و بیندازیم دو مثلث
ب ك ر ر ح د از مثلث ب ح د باقی میماند دو متمم مذکور برابر یکدیگر ع وهو المطلوب
مد میخواهیم عمل کنیم بر خط مفروض سطحی متوازی الاضلاع که مساوی مثلث
مفروض باشد و یك زاویه از آن سطح مساوی زاویهٔ مفروضه باشد و فرض میکنیم
که خط ا ب است و مثلث ح د ه است و زاویهٔ ر است پس بنابر ۴۲ عمل میکنیم
سطح ح ب ك ط را مساوی مثلث مفروض بنحوی که زاویهٔ ب ازین سطح مساوی

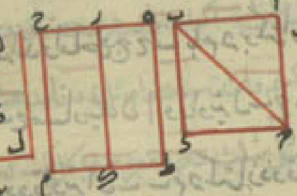
زاویهٔ ز مفروض نباشد و بنا بر اینست اب یک خط واحد باشد زیرا که جریان
برهان موقوف بر انست هم چنانکه معلوم میشود و مخفی نماند که عمل سطح مذکور
مساوی مثلث مفروض
بنا بر شکل ۴۴ موقوف
بود بر تضعیف قاعدهٔ
مثلث و عمل زاویه
و سطح بران قاعده



و این وقتی
ممکن است که قاعدهٔ مثلث با خط اب که میخواهیم سطح بران عمل کنیم متصل
باشد بنحوی یکه یک خط شود هم چنانکه در شکل مذکور گذشت پس با وجود مباینت
و انفصال قاعده از خط مذکور این عمل ممکن نیست و ظاهر است که بنای این عمل و حوالهٔ
بر شکل مذکور بران باشد که چون ممکن است که اب را در هر دو جهة از دو جهتان مثل
جهت ب در ما نحن فیه اخراج کنیم و از ان بک را مثل ده قاعدهٔ مثلث جدا کنیم
بشکل ۳ و بران عمل کنیم مثلثی مثل مثلث د ح ه مفروض بشکل کب در این صورت ممکن
است که عمل کنیم بران خط سطحی سطح مذکور را بشکل مب لهذا جایز است که ابتدا بگوئیم که
میتوانیم عمل کنیم سطح مذکور مثل مثلث مفروض بشکل ۴۲ و اگر چه قاعده از مباین از
خط مذکور باشد زیرا که بتوسط اعمال مذکوره این عمل ممکن است و بهر تقدیر بعد از عمل
سطح ح ب ک ط مثل مثلث ح ده تمام میکنیم سطح ل اسح متوازی الاضلاع را یعنی
بر وضع حاصل ان که اب سح باشد و ضلع دیگر را که ال لح باشد اضافه میکنیم
تا ان سطح تمام شود و وصل میکنیم قطر لب را و انرا اخراج میکنیم و طک را نیز اخراج
میکنیم تا قط

میکنیم تا قطر و طک با یکدیگر بر نقطهٔ م ملاقات کنند زیرا که اخراج شده اند از لط
بر کمتر از دو قائمه زیرا که دو زاویهٔ کطل ح ل ا مساوی دو قائمه اند بنا بر ۲۹ پس دو زاویهٔ
کطل ح ل ب کمتر از دو قائمه اند لهذا دو خط لب طک بعد از اخراج با یکدیگر ملاقات
میکنند بر م و اخراج میکنیم م د را موازی ک ا ۳۱ و اخراج میکنیم ل ا ح ب را تا ملاقات
کنند م د را بر دو نقطهٔ د سه باعتبار خروج هر یک از ل ا ح ب با م د از خط ل م
بر کمتر از دو قائمه اما خروج ل ا با م د باعتبار انکه دو زاویهٔ ل ب ا سم د متساویند
هم چنانکه در ۲۹ ثابت شد که زاویهٔ خارجه با داخله که مقابل انست متساویند
و ل ب ا و ب ل ا کمتر از دو قائمه اند پس ب ل ا با ب م د که مساوی ل ب ا است نیز
کمتر از دو قائمه اند و اما خروج ح ب با م د بر کمتر از دو قائمه بجهت انست که دو زاویهٔ
م ب سه ل سح مساویند ۱۵ و زاویهٔ ل سح مساوی زاویهٔ ال ب است و
ثابت شد که دو زاویهٔ ال ب سم د کمتر از دو قائمه اند پس دو زاویهٔ م ب سه
ب م سه نیز کمتر از دو قائمه اند و از انچه مذکور شد معلوم شد که خروج هر یک
از ل ا ح ب با م د از ل م نیز دو زاویه ایست که مساویند با دو زاویهٔ ب ل ا ل ب ا
و چون این دو زاویه کمتر از دو قائمه اند لهذا هر یک از هر دو زاویهٔ مذکوره که مساوی
انهاست نیز کمتر از دو قائمه است پس باید بنا بر مصادرهٔ مشهوره هر یک از ل ا
ح ب با م د ملاقات کنند یعنی اول با ان بر نقطهٔ د و دوم با ان بر نقطهٔ سه ملاقات
کنند پس سطح ط د سطحی است متوازی الاضلاع و دو سطح ط ب سه که در ان واقع اند

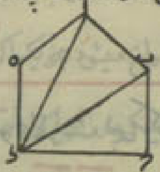
دو قائمه اند پس میگوییم سطح ب د که بر خط مفروض یعنی ا ب عمل شده مساوی است با
سطح ب ط ٣٤ و سطح ب ط بعمل مساوی بود با مثلث ج د ه مفروض پس سطح ب د
نیز مساوی مثلث مذکور است ع و زاویه ا ب س از این سطح مساوی زاویه ج ب ک
است ١٥ و زاویه ج ب ک مساوی زاویه ر مفروضه است پس ا ب س
نیز مساوی اوست ع وهو المطلوب مه میخواهیم که بر خط مفروض عمل کنیم سطح متوازی
الاضلاع را که مساوی سطح مفروض مستقیم الاضلاع باشد و یکی از زوایای او مساوی
زاویه مفروضه باشد خواه آن سطح مفروض متوازی الاضلاع باشد یا نه و خواه چهار
ضلع داشته باشد یا بیشتر و فرض میکنیم که خط ه ط است و سطح مفروض ا ب ج د
است و زاویه مفروضه ل است



پس بنا بر ٣٤
منقسم میکنیم سطح را از اخراج
قطر ب د به دو
مثلث ا ب د و ب ج د و بنا
بر ٤٤ عمل میکنیم
بر ه ط سطح ر ه ط ک متوازی الاضلاع را مساوی مثلث ا ب د بنحوی که زاویه ه
از این سطح مساوی زاویه ل باشد و بنا بر ٤٤ عمل میکنیم بر ر ک مساوی ه ط ٣٤
سطح ح ر ک م را مساوی مثلث ب ج د بنحوی که زاویه ح ر ک از آن مساوی زاویه ل
باشد و زاویه ل بعمل مساوی زاویه ه بود پس زاویه ح ر ک با زاویه ه ر ک معادل
دو قائمه است زیرا که دو زاویه ه ر ک ط ه ر معادل دو قائمه اند ٣٩ و زاویه ح ر ک
مساوی زاویه ه است باعتبار آنکه هر یک از آنها مساوی زاویه ل است پس دو زاویه

مرو

ه ر ک ح ر ک معادل دو قائمه اند پس بنا بر ١٤ ه ر ح خط واحد متصل است و هم چنین
خط ط م نیز خط واحد متصل است زیرا که دو زاویه ط ه ر ک ط چون دو زاویه متقابله
اند از سطح متوازی الاضلاع باید برابر یکدیگر باشند ٣٤ و هم چنین دو زاویه ح ر ک
ر ه ط برابر یکدیگر کنند زیرا که یکی خارجه است و دیگری داخله پس دو زاویه ح ر ک ط ک ر
متساویند و دو زاویه ح ر ک م ک ر معادل دو قائمه اند ٢٩ پس ط ک ر با زاویه ر ک م
مساوی دو قائمه اند پس خط ط م خط واحد متصل است ١٤ و چون ثابت شد که هر یک
از ه ح ط م خط واحد متصل اند و هر یک از دو سطح ه ک ر م سطح متوازی الاضلاع
است و مساوی یکی از دو مثلث سطح مفروض است پس بعمل مجموع سطح ه م که معمول بر خط
ه ط مفروض است متوازی الاضلاع است و بنا بر صه مساوی سطح ا ب ج د مفروض است
که عبارت است از دو مثلث مذکور و زاویه ه از آن سطح معمول بعمل مساوی زاویه ل مفروضه
است وهو المطلوب و مخفی نیست که آنچه مذکور شد مخصوص است بآنکه سطح مفروض ذا
اربعة اضلاع باشد یعنی چهار ضلع متوازی داشته باشد و سطح متوازی الاضلاع عمل کنیم
که مساوی آن باشد و هرگاه سطح مفروض بیشتر از چهار ضلع داشته باشد خواه متوازی
الاضلاع باشد یا نه مثل سطح ا ب ج د ه و خواهیم بر خط مفروض



سطحی متوازی الاضلاع که مساوی آن باشد عمل کنیم باید این سطح
مفروض را منقسم بمثلثات کنیم پس بشکل ٤٤ سطوح متوازی الاضلاع که مساوی
مثلثات این سطح باشد عمل کنیم تا مطلوب حاصل شود و محرر گفته است که این شکل یعنی مه

در نسخهٔ حجاج نیست مو میخواهیم بر خط مفروضی مثل خط اب عمل کنیم مربعی را یعنی ذو اربعة
اضلاعی که متساوی الاضلاع و قائم الزوایا باشد و بجهت اثبات مطلوب اخراج میکنیم از نقطهٔ ا
عمود اج و ان را مساوی اب میسازیم بر ٣ و اخراج میکنیم از نقطهٔ ب خط بد را موازی
اج و از ج خط جد را موازی اب ٣١ و باید دو خط بد و جد باید که بر نقطهٔ د
ملاقات کنند زیرا که اخراج شده اند از خط متوهم واصل میان ج ب بر کمتر از دو
قائمه ١٧ پس بحکم مصادرهٔ مذکوره ملاقات میکنند بر د پس سطح اد که بعمل متوازی
الاضلاع است متساوی الاضلاع نیز هست زیرا که دو ضلع اب اج بعمل متساویند و این
دو ضلع مساوی دو ضلع دیگر که مقابل اند ٣٤ پس این سطح هم متوازی الاضلاع و هم متساوی
الاضلاع است و نیز میگوییم قائم الزوایاست زیرا که زاویهٔ ا قائمه است بعمل و زاویهٔ
ب که بر ٣٩ تمام است تا دو قائمه نیز قائمه است و دو زاویهٔ باقیه مساوی این دو زاویه

است پس سطح اد مربع است که معمول است بر اب
وهو المطلوب مز هر مثلث قائم الزاویه یعنی مثلث
که یک زاویهٔ ان قائمه باشد مربع وتر زاویهٔ قائمه
ان مثلث مساوی است با دو مربع دو ضلع دیگر

مثلا زاویهٔ ا از مثلث اب ج قائمه است پس میگوییم مربع ب ج که وتر زاویهٔ
ا قائمه است مساوی است با دو مربع اب اج که دو ضلع دیگرند و مخصص این حکم بمثلث
قائم الزاویه باعتبار انست که این حکم در مثلث منفرج الزاویه و حاد الزوایا که هر سه زاویهٔ ان

حاده باشند

حاده باشند جاری نیست بلکه نسبت مربع وتر زاویهٔ منفرجه یا حاده با دو مربع دو ضلع دیگر
بنحوی است که بعد از این مذکور خواهد شد و بعد تقدیر این جهت اثبات مطلوب بنا بر ٤٦
عمل میکنیم مربعات سه ضلع مثلث را که ان مربع ب ده ج و مربع ب ح ز ا و مربع
ا ط ک ج است و چونکه دو زاویهٔ ب ا ز ب اج قائمه اند بعمل و فرض پس زا و اج خط واحد
متصل خواهد بود ١٤ و بمثل این بیان ظاهر میشود که ب ا ط نیز خط واحد متصل
است و بنا بر ٣١ اخراج میکنیم از ا خط ال را موازی ب د و این خط ال لازم است
که در داخل مثلث واقع شود زیرا که زاویهٔ د ب ا بزرگتر از قائمه است باعتبار انکه
زاویهٔ د ب ج که جزو انست قائمه است پس زاویهٔ ب ال که بر ٢٩ باید با ان یعنی د ب ا
معادل دو قائمه باشد کمتر از زاویهٔ ب اج قائمه خواهد بود پس خط ال قطع خواهد
کرد ب ج را و در داخل مثلث واقع خواهد شد و ایضا اگر ال در داخل مثلث واقع نشود لازم
می اید که یا تقاطع کند با ب د که بفرض موازی انست و این باطلست یا تقاطع کند
با ج ه که موازی ب د است و این نیز محالست ٣٠ و ایضا اگر در داخل مثلث واقع نشود
یا منطبق میشود بر اج یا در خارج مثلث در جهت اج واقع میشود یا منطبق میشود بر اب
یا در خارج مثلث در جهت اب واقع میشود بنحوی که اگر د ب اخراج شود با ان تقاطع کند
و بنا بر دو صورت اول لازم می اید که دو زاویه که حاصل میشود از وقوع اب بر دو خط
متوازی که ب د و ال باشد زیاده تر از دو قائمه باشد زیرا که د ب ا اعظم از قائمه است
هم چنانکه مذکور شد و ب اج نیز قائمه است و این باطلست و زیرا که دو زاویه که از

و نتیج خطی بر متوازیین حاصل میشود معادل دو قائمات ۲۹ و بنا بر دو صورت آخر
لازم می آید که ال موازی د ب نباشد و حال آنکه مفروض موازات است هف وایضا در صورت
که در خارج مثلث در جهت اب واقع شود لابد است که با اط تقاطع کند پس اگر اخراج
شود بحویکه قدری از آن در جهت دیگر طاب واقع میشود میگوئیم این قدر که در این جهت
واقع شده یا منطبق است بر اح یا در خارج مثلث در جهت اح واقع شده است و هر
دو شق باطل است هم چنانکه مذکور شد و از آنچه مذکور شد ظاهر میشود واقع شدن
خط ال موازی ب د در داخل مثلث و چون لازم است که زاویه د ب اصغر از قائمه باشد و اگر
قائمه باشد خط مخرج موازی ب د منطبق بر اح می شود و اگر حاده باشد خط مذکور
در خارج مثلث واقع میشود و بهر تقدیر چون ثابت شد که ال در داخل مثلث واقع
میشود باید قطع کند ب ح بر م و باین خط منقسم شود مربع ب ه بدو سطح ب ل
ل ح و وصل میکنیم ح د و اک را پس میگوئیم در دو مثلث ح د ب ا ک دو ضلع
ح ب ب د و زاویه ح ب د مساویند با دو ضلع ا ب ب ک و زاویه ا ب ک و سبب
تساوی دو ضلع با دو ضلع ظاهر است و وجه تساوی زاویتین آنست که دو زاویه
ح ب ا ک ب د قائمه اند پس هرگاه زاویه ا ب د را مشترک قرار بدهیم لازم می آید
تساوی دو زاویه ح ب د ا ب ک پس بنا بر ۴ دو مثلث نیز متساویند و بنا بر
۴۱ مثلث ح د ب مساوی نصف ر ب است باعتبار آنکه هر دو بر قاعده ح ب اند
و در ما بین دو خط متوازی ح ب ر ح واقعند و هم چنین بنا بر ۴۱ مثلث ب ا ک
مساوی نصف

مساوی نصف سطح ب ل است زیرا که بر قاعده ب ک و در ما بین متوازیین ب ک ا ل
واقعند پس مربع ر ب مساوی سطح
ب ل است زیرا که ضعف هر یک که
احد مثلثین است مساوی دیگر است
که مثلث دیگر باشد و بمثل این بیان
بعد از اخراج خط ک ب و خط ا ه ثابت میکنیم که مربع
ط ح مساوی سطح ح ل است و از این ثابت میشود که
مربع ب ح مساوی دو مربع ب ا ا ح است و هو المطلوب

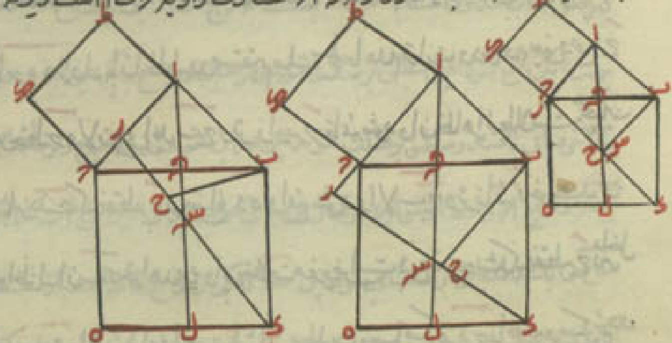
و محرر گفته است که این شکل ملقب است بعروس و سبب تسمیه یا رب این شکلات کثره
بر اهین باکثرة نفع است نظر بانکه عروس در لغت مال کثیر النفع است و شکل سی و دوم از مقاله
ششم چون اعم از این شکلات سمی است بمادر عروس و در این شکل اختلاف وقوع بسیار است
زیرا که وقوع سه مربع بحسب جهات اضلاع مثلث مختلف میشود و از این هشت صورت بهم میرسد
زیرا که ضلع اب مثلا دو جهت دارد و ضلع ب ح نیز دو جهت دارد و ضرب عدد دو جهتها
میشود و هرگاه این چهار با دو جهت ضلع اح اعتبار شود هشت قسم حاصل میشود و وجه آن
میگوئیم هرگاه مربع وتر قائمه در جهتی افتد که در کتاب مرسوم است یعنی در خارج مثلث
فرض کنیم پس دو مربع دو ضلع دیگر یا هر دو در خارج مثلث اند یا هر دو در داخل مثلث اند
یا اب مثلا در خارج است و اح در داخل یا بالعکس و این چهار قسم است بر تقدیری که مربع وتر

قائمه در خارج مثلث باشد و هرگاه فرض شود که مربع مذکور در داخل مثلث باشد
باز چهار قسم بر طریق مذکور بهم میرسد و مجموع هشت قسم حاصل میشود و بحسب این اختلاف اقسام
بیان مختلف میشود و براهین منکثر میشود و ایضا بسا باشد که احتیاج باخراج خط ال
موازی نباشد و گاهست که احتیاج بعمل دو مربع دو ضلع بر دو ضلع نباشد بلکه احتیاج بعمل
مربعین اصلا نباشد بلکه عمل مربع مجموع ضلعین یا فضل احدهما بر دیگری کافی باشد و بحسب
این اختلافات و بعض اختلافات دیگر اقسام و صور منکثر میشود و ما هر یک از
اقسام و صور را بیان میکنیم بنحوی که از یکدیگر ممتاز باشند و اشتباه و ابهامی در ان باقی
نماند و در تقریر و تحریر مسامحت نمیکنیم زیرا که تقریر و بیان او خالی نیست از ابهام
و اختلاط بعضی از اقسام در بعض دیگر پس میگوییم قسم اول انست که هر یک از سه مربع
سه ضلع مثلث عمل شود و در جهتی از ضلع باشد که منطبق بر مثلث نشود و این قسمیست که
در اصل کتاب مذکور است قسم دوم انست که مربع اب که یکی از دو ضلع قائمه است در
جهت دیگر واقع شود یعنی منطبق بر مثلث شود و مربعین دو ضلع دیگر یعنی اه حب بر
حال خود باقی باشد و منطبق بر مثلث نشوند پس در این قسم مثلث و مربع در قائمه یعنی
سه و مربع اه و خط ال موازی بر حال خود باقی خواهند بود و همین مربع اب که ان مربع
سح را باشد منطبق بر مثلث میشود پس ب اگر یکی از دو ضلع قائمه است از مثلث و
یک ضلع مربع است و مساوی ا راست که ضلع دیگر مربع است یا مساوی ضلع اد است که ضلع
دیگر قائمه است یا نه یا در تر از ان است یا کمتر پس در این قسم سه صورت بهم میرسد و در اول نقطه

ر منطبق بر ح

ر منطبق شود بر ح میشود و در دوم در خارج خط اه واقع میشود و در سیم در نفس
خط اه واقع میشود و هیئت اشکال سه صورت از این قسم باین طریقست و بهر تقدیر
ضلع سح از مربع ب ر جایز نیست که منطبق بر ب ح شود و الا لازم اید که زاویه قائمه
بر حاده منطبق شود و این محالست و جایز نیست که منطبق بر ضلع ب ی شود و الا لازم
اید انطباق قائمه بر منفرجه و این نیز محالست و جایز نیست که در خارج از جهت ب ی
واقع شود و وجه ان ظاهر است پس باید در داخل مربع وتر واقع شود و هم چنین میگوییم
ضلع سح منتهی اند شد منطبق بر ب ی یا ب ح یا ده شود بمثل بیانی که مذکور شد خواه
اب مساوی اه باشد که نقطه ر بر ه منطبق باشد یا نه پس نقطه ح جایز نیست که بر ضلع
ب ی یا ضلع ده واقع شود زیرا که در صورت تساوی لازم می اید احاطه دو خط مستقیم
که ب ی سح باشد در اول و ح ح ده باشد در دوم بیک سطح و در صورت اختلاف
که نقطه ر در خارج اه یا بر نفس اه واقع شود لازم می اید از وقوع ح بر ب ی
یا ده در اول با احاطه دو مستقیم بیک سطح یا علم تمایز و در دوم یعنی وقوع ح
بر خط ده لازم می اید سح وتر زاویه ر قائمه شود و ان ظاهر البطلانست و همچنین
جایز نیست که نقطه ح بر ضلع ده واقع شود و الا سح وتر قائمه ی خواهد بود
و اطول از س ی خواهد بود و این خلاف مفروض است پس متعین شد که نقطه ح در داخل
مربع وتر واقع شود لهذا بجهت اثبات مطلوب وصل میکنیم ی ح را صه و میگوییم دو
زاویه اسح و ح ی قائمه اند زیرا که هر یک از انها زاویه مربع است و زاویه حسح

مشترکست پس باقی میماند دو زاویه ا ح ب د متساوی زیرا که هر یک از آنها تمام
زاویه ح ب ح است از قائمه پس در دو مثلث ب ا ح ب د دو ضلع ا ب ب ح و زاویه
ا ب ح مساوی است با دو ضلع ح ب ب د و زاویه ح ب د بر تناظر پس بنابر ۴ زاویه
ب ح د مثل زاویه ب ا ح است که قائمه است بفرض پس زاویه ب ح د نیز قائمه است لهذا
بنابر ۱۴ د ح ر خط واحد متصل است زیرا که ب ح موازی ا ب است ۲۷ و ۲۸
و د ح با ر متصل شده و مجموع یک خط شده پس مجموع د ح نیز موازی ا ب است و قاطع
ا ل است بر س زیرا که د ح ا ل خارج اند از د ل با ا از او متوهم بر کمتر از دو قائمه همچنانکه
ظاهر است پس باید تقاطع کنند بر نقطه که آن س است و این نقطه تقاطع جایز نیست
که نقطه د یا ما فوق آن باشد زیرا که نقطه د و ما فوق آن جایز نیست که داخل مربع وتر
باشد و هم چنین جایز نیست که نقطه ل یا ما تحت آن باشد بمثل الخ مذکور شد پس
باید در ما بین د ل باشد و زاویه د ا ح مساوی زاویه ح ب ا است زیرا که هر یک



از آنها تمام زاویه ب ا د است از قائمه بجهت آنکه زاویه د ا ح هر گاه با زاویه ب ا ح

ثم شود

ثم شود حاصل میشود زاویه ب ا ح قائمه زیرا که بفرض زاویه قائمه است از مثلث
و نیز یکی از زوایای مربع است و زاویه ح ب ا هر گاه با زاویه ب ا ح ضم شود مجموع مساوی
یک قائمه است زیرا که در مثلث ا ب ح زاویه ا ح ب قائمه است باعتبار آنکه مساوی ح ب د
قائمه است نظر بتوازی ا ل ب د بفرض پس دو زاویه ما بقی از آن مثلث که ح ا ب ا ب ح
باشد مساوی یک قائمه است ۳۲ و زاویه ا ب ح قائمه است بعمل و چون ثابت شد که ح ب ا
د ا ح متساویند و ا ب ح قائمه است میگوییم ا ب ا ح که دو ضلع قائمه اند از مثلث که متساوی
باشند نقطه س بعینه نقطه ح خواهد بود و خط د س ح خط واحد متصل خواهد بود
و زاویه س ا ح یعنی ح ب ا نصف قائمه خواهد بود زیرا که در مثلث ا ب ح زاویه ا قائمه است
و چون وتر ح ب ا که ا ح باشد مساوی است ا ب که ا ب باشد باید این دو زاویه متساوی
باشند و چون این دو متساوی لازم است که برابر یک قائمه باشند بنابر ۳۲ باید هر یک
نصف قائمه باشد و هر گاه ح ب ا نصف قائمه باشد س ا ح که مساوی است نیز نصف
قائمه است و نصف قائمه بودن زاویه س ا ح موقوفست بر آنکه دو ضلع ا ر ر س متساوی
باشند زیرا که هر گاه ضلع ا ر اطول از ضلع ر س باشد و این زاویه یعنی س ا ح نصف
قائمه باشد لازم می آید که سه زاویه مثلث زیاد تر از دو قائمه باشند بجهت آنکه زاویه
ا ر س قائمه است و زاویه ا س ر چون وتر آن که ا ر است اعظم از وتر نصف قائمه است که
ر س باشد باید اعظم از نصف قائمه باشد و این یعنی زیادتی سه زاویه مثلث از دو قائمه
محالست و اگر ا ر اقصر از ر س باشد و زاویه مذکوره قائمه باشد لازم می آید که زاویه مثلث

کمتر از دو قائمه باشند زیرا که زاویه اسح در این صورت کمتر از نصف قائمه خواهد بود و
ملخص کلام آنکه چون زاویه ابح قائمه است پس دو ضلع اد و سه اگر متساوی باشند هر یک
از دو زاویه حسا اسه از نصف قائمه خواهد بود و اگر اد اطول از سه باشد زاویه
سدا کمتر از نصف قائمه خواهد بود و اگر اقصر از آن باشد این زاویه اعظم از نصف
قائمه خواهد بود لکن چون زاویه اسح که مساوی این زاویه یعنی زاویه سدا است بر
تقدیر تساوی اب اد نصف قائمه است پس باید این زاویه نیز نصف قائمه باشد و این
در وقتی است که بح که ضلع مربع است منطبق شود بر سه که ضلع مثلث است و منطبق
شود نقطه سه بر ح هم چنانکه مذکور شد و در این هنگام اد و سه نیز متساوی خواهند
بود و از آنچه مذکور شد معلوم میشود که در صورت تساوی اب اد هر گاه نقطه سه
بر نقطه ح منطبق نشود و در فوق یا تحت آن واقع شود باید دو زاویه دا و حسا
متساوی نباشند هم چنانکه بعد از این بتفصیل مذکور میشود پس با وجود ثبوت تساوی
آنها انطباق مذکور لازم است و جمیع این احکام که مذکور شد در صورت تساوی
اب اد است و اگر اب مساوی اد نباشد نقطه سه بر ح منطبق نخواهد شد پس اگر
اب اطول باشد نقطه سه بر خط بح بر فوق نقطه ح واقع خواهد شد و زاویه حسا
کمتر از نصف قائمه خواهد بود زیرا که وتر آن که اد باشد اقصر است از وتر سه حا
که اب باشد لیکن زاویه ا در مثلث ابح قائمه است پس باید دو زاویه دیگر
معادل یک قائمه باشند پس هر گاه این دو زاویه مختلف باشند بجهت اختلاف وتر باید

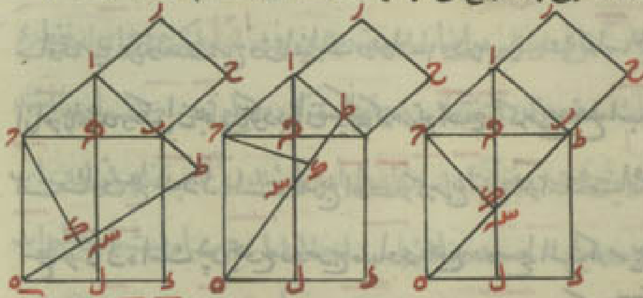
انکه وتران

آنکه وتر آن کمتر است یعنی حسا اصغر از نصف قائمه باشد و دیگری که وتر آن اطول
است یعنی سحا اعظم از نصف قائمه باشد و هر گاه حسا کمتر از نصف قائمه باشد زاویه
راسه که مساوی اوست نیز کمتر از نصف قائمه است پس در مثلث راسه چون زاویه راسه
از آن کمتر از نصف قائمه است باید زاویه اسر که با آن معادل یک قائمه است اعظم از نصف
قائمه باشد و بنا بر این رسه اصغر است از را و اگر اب اقصر از اد باشد نقطه سه
در خارج خط بح و در تحت نقطه ح واقع خواهد شد و در این صورت زاویه حسا
اعظم از نصف قائمه است و هم چنین زاویه راسه که مساوی اوست اعظم از نصف
قائمه است و بنا بر این باید هر یک از زاویه ارب که تمام حسا است از قائمه و
زاویه رسه که تمام راسه است از قائمه کمتر از نصف قائمه باشد و در این صورت رسه
اعظم از را است و مخفی نیست که بیان اختلافات مذکوره یعنی وقوع نقطه سه بر نقطه
ح یا در فوق یا تحت آن یا آنچه متفرع بر آن میشود موقوف علیه برهان نیست زیرا که
برهان بدون تعرض آن تمام میشود لیکن چون این اختلافات لازم تساوی اب
اد و اختلاف آنهاست در واقع و نفس الامر باین جهت مذکور شد لهذا در تتمیم برهان
میگوییم بنا بر جمیع این اختلافات و تقدیرات مربع ب ارح و سطح ب اسه د که بر
قاعده اب واقعند و میان دو خط اب ده که متوازیند ۲۸ واقعند متساویند
۲۵ و هم چنین دو سطح ب اسه د ب د ل ه که بر قاعده ب ه اند و واقعند ما بین
دو خط متوازی ب ه ال ۲۸ متساویند ۲۵ پس مربع ب ارح که مربع ضلع اب

از مثلث است مساوی سطح ب د ل ه است صح و بمثل بیانی که در اصل کتاب ثابت
میکنیم که مربع ضلع ا ج از مثلث مساوی سطح ج ل است در هر سه صورت مذکوره یعنی تساوی
ا ب ا ج و زیادتی ا ب بر ا ج و عکس آن پس ثابت شد که دو مربع دو ضلع قائمه درین قسم
مساوی مجموع دو سطح د ه ج ل است که مربع وتر قائمه است وهو المطلوب **قسم سیوم** آنست که مربع
ا ج منطق باشد بر مثلث و دو مربع دو ضلع دیگر که ا ب ب ج باشند غیر منطق باشند پس
درین قسم مثلث و مربع وتر قائمه و مربع ا ب و خط ا ل موازی بر حال خود باقی خواهند بود
و هیئات اشکال نظر بصور ثلثه چنین خواهد بود و طریق بیان در صورت اول یعنی تساوی
ا ب ا ج ظاهر است زیرا که خط ا ل موازی درین صورت مربع ب ه را تنصیف میکند پس
بمثل بیانی که در کلام مجرد گذشت ثابت میشود که مربع ضلع ا ج مثل سطح ج ل است
و بمثل بیانی که در اصل کتاب گذشت ثابت میشود که مربع ضلع ا ب مساوی سطح
ب ل است پس مجموع مربع ضلعین مساوی مجموع سطحین است که مربع وتر قائمه است
وهو المطلوب و مخفی نیست که در سه صورت ازین قسم و قسم دوم چون دو مربع دو ضلع با
یکدیگر برابرند و هم چنین دو سطح نیز با یکدیگر برابرند هرگاه مربع ضلع منطق بر مثلث
عمل شود و مساواة آن با احد سطحین بیان شود بر بیانی که مجرد عوده دیگر احتیاج بعمل
مربع ضلع غیر منطق و بیان اصل کتاب نیست زیرا که بعد از اثبات مساواة ضلع
منطق بر مثلث احد سطحین ثابت میشود که مربع ضلع غیر منطق نیز مساوی سطح دیگر است
و هم چنین هرگاه مربع ضلع غیر منطق عمل شود و مساواة آن با احد سطحین بیان شود بهیچ وجه

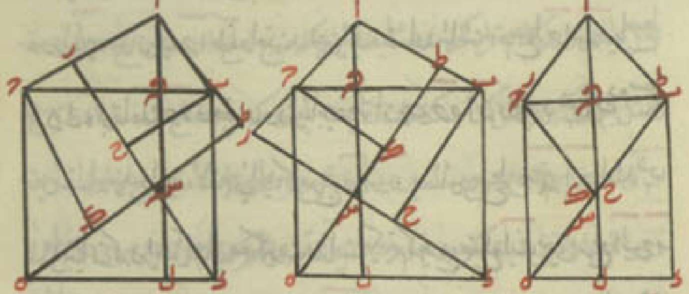
در اصل کتاب

در اصل کتاب دیگر احتیاج بعمل مربع ضلع منطق و بیانی که مجرد عوده نیست بجهتی که مذکور
شد پس این صورت از دو قسم از مواضعی است که میتوان اکتفا بعمل مربع احد ضلعین
شود و احتیاج برسم مربع ضلع دیگر نیست و اما در صورت دوم که ا ج اصغر از ا ب باشد



میکنیم مربع ضلع ا ج یعنی مربع ج ا ط ی منطق بر مثلث با سطح ج ا س ه بر قاعده ج ا
و در میان دو متوازی ج ا ط ه واقعند پس باید متساوی باشند و سطح ج ا س ه با سطح
د ل ه بر قاعده د ه واقعند و در میان دو متوازی د ه ا ل واقعند پس این دو سطح
نیز متساویند و ازین لازم می آید که مربع ج ا ط ی مساوی سطح د ه ل ه باشد پس
بمثل بیانی که در اصل کتاب مذکور شد ثابت میکنیم که مربع ضلع ا ب یعنی مربع ا ب ح ر
که غیر منطق است مساویست با سطح ب د ه د پس مجموع دو مربع مساویست با مجموع دو
سطح که مربع وتر قائمه است وهو المطلوب و در صورتی که ا ج اطول از ا ب باشد بیان مطلوب
بهمین طریق است **قسم چهارم** آنست که مربع ا ب و مربع ا ج هر دو منطق بر مثلث
باشند و مربع وتر قائمه منطق نباشد و درین قسم در صورت اول که ا ب ا ج متساوی باشند
دو مربع انها بر یکدیگر منطبق میشوند بر سبیل تساوی و وحدت یعنی همین یک مربع رسم میشود

که مربع هر یك است وخط اد که مربع وتر قائمه است تضعیف میکند واثبات مطلوب درین صورت
درنهایت سهولت است زیرا که بعد از انکه بنحو مذکور تساوی این مربع که مربع هر یك از ضلعین
است با احد ضعفین اند ونصف مربع وتر قائمه بیان شود معلوم میشود که مربع هر دو ضلع
مساوی مربع هر دو نصف مربع وتر قائمه است وهو المطلوب ودر صورت دوم که اب اطول
از اح باشد وعکس ان بنحو مذکور بیان میکنیم که مربع اب ح ر که مربع ضلع اب
است مساوی سطح ب د ل ء است ومربع اط ك ح که مربع ضلع اح است مساوی
سطح ح د ل ه است پس مجموع دو مربع مساوی مجموع دو سطح است که مربع
وتر قائمه است وهو المطلوب وهیئت اشکال بنابر صور ثلثه باین کیفیت است



قسم پنجم انست که مربع وتر قائمه منطبق بر مثلث باشد ودو مربع اب واح
غیر منطبق باشند دپس خط ال موازی را بر حال خود باقی میگذاریم لهذا قطع خواهد
کرد ب ح را بر م وده را بر ل ومربع وتر را رسم میکنیم بنحویکه منطبق بر مثلث باشد
وواجب است که ح ا داخل در مربع وتر باشد که اگر داخل نباشد لازم می اید انطباق
قائمه با منفرجه بر خاده پس اخراج میکنیم ح ا را تا از مربع خارج شود واین ح ا مخرج
واقع در مربع

واقع در مربع نمی تواند شد که واقع بر ضلع ب ا ه شود والا لازم اید احاطه دو
خط مستقیم بیك سطح پس باید بر یکی از دو ضلع دیگر واقع شود یعنی یا بر نقطه ء
واقع شود که موضع ملاقات دو ضلع ب ء ده است از مربع وتر یا در ما بین ده
یا ء ب واقع شود پس در اینجا سه صورت بهم میرسد اول انکه خروج اح از نقطه ء
باشد وخروج ان از نقطه ء در وقتی است که دو ضلع اب اح متساوی باشند
وبااین جهت دو ضلع اء اب نیز متساوی باشند زیرا که بر تقدیر تساوی اب
اح دو ضلع اب ب ء وزاویه اب ء از مثلث اب ء مساویست با دو ضلع اب
ب ح وزاویه اب ح از مثلث اب ح پس بنابر ۴ اء مساوی اح یعنی اب
است وزاویه اء ب مساوی زاویه اح ب است پس بملاحظه ۵ بدو طریق
اثبات میشود که زاویه اء ب نصف قائمه است وتوضیح مقام انست که هرگاه خط
اح اخراج شود لازم است که با ضلع ب ء ملاقات کند زیرا که از خط اح اخراج
شده اند برکمتر از دو قائمه پس اگر دو خط اب اح مساوی باشند وتساوی انها
بنحوی باشد که در مرکز مربع وتر با یکدیگر ملاقات کنند لازم است که اح بعد از اخراج
ملاقات کند ب ء را بر نقطه ء زیرا که هر خطی که از یك زاویه مربع اخراج شود و
بمرکز ان بگذرد البته بزاویه مقابل میرسد واینجا بر تقدیر مساوات ضلعین اگر اح ا
ملاقات نکند ب ء را بر نقطه ء پس یا ان را بر نقطه ملاقات میکند که در ما بین
ء ب باشد یا خارج از ء ب باشد وبر هر دو تقدیر محال لازم می اید وبیان لزوم محال

بعد از انکه فرض کنیم که نقطه که غیر ی است نقطه ک است انست که بر تقدیر اول در مثلث
اب ک زاویه اب ک نصف قائمه است زیرا که هر یک از دو زاویه اب ح اح ب نصف
قائمه است و زاویه اب ک تمام اب ح است از قائمه پس باید نصف قائمه باشد و
زاویه اک قائمه است لح و ضلع اب مشترک است پس جمیع زوایای مثلث اب ک
و اضلاع ان مساوی جمیع زوایای مثلث اب ح و اضلاع انست بر تناظر ۲۶ پس
ب ک مساوی ب ح است و ب ت نیز مساوی ب ح است پس لازم می اید تساوی کل
و جزو و هم چنین بر تقدیر دوم نیز لازم می اید بعمل بیان مذکور تساوی ب ک با ب ح
و حال اینکه ب ت که بر این تقدیر جزو ب ک است مساوی ب ح است پس واجبست که بر
تقدیر تساوی اب اح ملاقاة اح با ب ی بر نقطه ی باشد و هو المطلوب و اما اگر
اب اطول از اح باشد ملاقات اح با ب ی بعد از اخراج ب ی در فوق نقطه ی
واقع میشود و اگر اب اقصر از اح باشد ملاقی در تحت نقطه ی در ما بین ی و ب
واقع میشود هم چنانکه مذکور میشود پس بعد از انکه اح بر نقطه ی واقع شود حاصل
خواهد شد مثلث اب ی که یک ضلع ان اب است و یک ضلع دیگر ان خط ای است
که در ما بین نقطه ا و نقطه ی که محل ملاقات است واقع است و ضلع دیگر ان ضلع
مربع است پس میگوییم که دو ضلع ای اب ازین مثلث برابر یکدیگرند و این را بدو وجه
میتوان اثبات نمود وجه اول انست که مذکور شد وجه دوم انست که زاویه
رات ازین مثلث قائمه است زیرا که دو زاویه ب اح معادل دو قائمه اند و مساو

بود ملاقات

بفرض قائمه است پس زاویه اب ت نیز قائمه است و زاویه اب ی ازین مثلث نصف قائمه است
زیرا که ان تمام زاویه اب ح است از قائمه و زاویه اب ح چون بنا بر ۵ مساوی اح ب
است باید نصف قائمه باشد پس اب ی نیز نصف قائمه است و چون اب ی نصف
قائمه باشد زاویه باقی ازین مثلث یعنی ای ب نیز نصف قائمه است پس اب ی ای ب
متساویند لهذا ساقهای انها یعنی ای اب نیز متساویند و این تساوی مترتب است بر خروج
ح ا بر نقطه ی هم چنانکه معلوم شد و وجه سیم انست که هر گاه ما بین نقطه ی
و نقطه ا وصل شود بخطی حاصل میشود مثلث اب ی و شکی نیست که ضلع ی ب ازین
مثلث مساوی ضلع ب ح است از مثلث ب اح زیرا که هر یک ضلع مربع و ترند
و دو زاویه ب ازین دو مثلث متساویند هم چنانکه معلوم شد و ضلع اب مشترک
است پس ضلع ای مساوی ضلع اح یعنی اب است و هو المطلوب و غیر ای از خطوطی که از
ا اخراج شود بخط ب ی عنقریب ثابت شد که مساوی اب باشد زیرا که اگر غیر ای از خطوط
مذکوره مساوی اب باشد لازم می اید مساوات زاویه داخله با زاویه خارجه و ان
باطل است و ایضا لازم می اید تساوی کل و جزو زیرا که هر گاه خروج ح ا از مربع بر نقطه
باشد که در میان ی و ب باشد مثل نقطه ک مثلا باید ب ک اقصر از ب ی باشد
و حال انکه اگر اک مساوی اب باشد برهان قائم خواهد شد بر مساوات ب ک با ب ح
با وجود انکه ب ی که اعظم است از ب ک نیز مساوی ب ح است پس لازم می اید تساوی
کل و جزو و هم چنین اگر اح ملاقات کند ب ی را بعد از اخراج ان عنقریب ثابت شد که خط

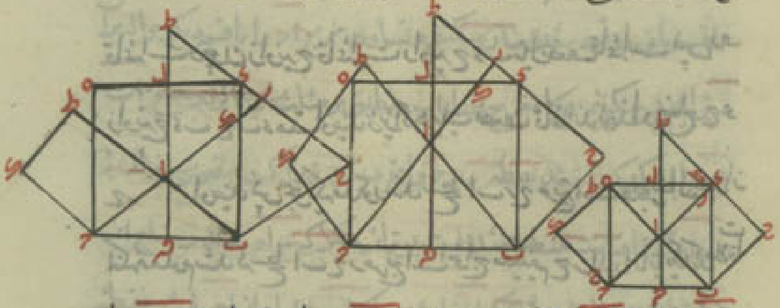
واصل میان آ و نقطه ملاقات که در ما فوق د بهم میرسند بعد از اخراج ب ء ا ی بساقی
ا ب باشد بمثل بیان مذکور پس بنا بر تقدیر اقل که اد در ما بین د و ب واقع شود
باید ضلع ا ی از مثلث کمتر از ا ب باشد و زاویه ب ی ا اعظم از نصف قائمه باشد و بنا
بر تقدیر دوم که او بر فوق نقطه ی مثلث واقع شود باید ا ی اعظم از ا ب باشد
و زاویه ب ی ا اصغر از نصف قائمه باشد هم چنانکه در صورت دوم و سیم بتفصیل مذکور
میشود **صورت دوم** آنست که خروج د ا از مربع بر نقطه ی از خط د ه باشد که
تقاطع د ا با ب ء بر نقطه باشد که فوق نقطه ی باشد و این در وقتی است که ا ب
اطول از ا د باشد تا ضلع ی ه اقصر از ه د باشد و زاویه ه د ی یعنی ا س د که
مساوی آنست نظر باینکه هر یک از انها تمام زاویه ا د ب است از قائمه اصغر از نصف
قائمه باشد زیرا که در مثلث ا ب د چون دو زاویه ب د معادل یک قائمه اند و زاویه ب
بجهت آنکه وتر آن یعنی ا د اقصر است از وتر د یعنی ا ب کمتر است از زاویه د لهذا باید
زاویه ا د کمتر از قائمه باشد و در مثلث د ی ه چون زاویه ه قائمه است باید دو زاویه
ی د معادل یک قائمه باشند و چون وتر ی که د ه است اعظم از وتر د است که ی ه
است باید زاویه ی اعظم از زاویه د باشد لهذا زاویه ه د ی اصغر از نصف قائمه است
و زاویه د ی ه اعظم از نصف قائمه است و حاصل کلام آنکه در صورتی که ا ب اطول از
ا د باشد واجب است که ا د و ه ی بایکدیگر ملاقات کنند زیرا که اخراج شده اند از خط
د ه بر کمتر از دو قائمه و جایز نیست که ملاقات انها بر نقطه ی یا در خارج خط ه ی باشد
اما اول

اما اول بجهت آنکه زاویه ه د ی اصغر از نصف قائمه است باعتبار آنکه ا د ب اعظم
از نصف قائمه است هم چنانکه معلوم شد پس زاویه ی د ه اعظم از نصف قائمه است
بنابر ۱۹ ضلع د ه اطول از ه ی است و حال آنکه اگر نقطه ی که طرف خط د ا است
بر ی واقع شود باید د ه و ه ی مساوی باشند هف و اما دوم بجهت آنکه لازم می آید
که د ه که مساوی ه ی است اطول از ه ی باشد که ه ی جزء آنست پس لازم می آید
جزء اعظم از کل باشد پس معین شد که بر تقدیر اعظمیت ا ب از ا د باید نقطه ی که
محل ملاقات د ا با ه ی است در ما بین دو نقطه ی ه باشد و ضلع ی ه اقصر از
ضلع ه د باشد و زاویه ه د ی اصغر از نصف قائمه باشد و اگر نقطه ی بر ی واقع
شود لازم می آید که دو ضلع مذکور مساوی باشند و زاویه مذکوره یعنی ه د ی نصف
قائمه باشد و این محالست هم چنانکه مذکور شد و هم چنین لازم می آید هر گاه تقاطع
ا د با ه ی بعد از اخراج ه ی باشد هم چنانکه معلوم شد **صورت سیم** آنست که خروج
د ا از مربع بر نقطه ی از خط ی ب باشد که تقاطع د ا با ه ی بر نقطه باشد که فوق
نقطه ی باشد و این در وقتی است که ا ب اقصر از ا د باشد تا ضلع ی ب اقصر از ی ه
باشد و زاویه ی ب ا یعنی ا س د که مساوی آنست نظر باینکه هر یک از انها تمام زاویه
ا س د است از قائمه اصغر از نصف قائمه باشد و حاصل کلام آنکه در صورتی که ا ب
اقصر از ا د باشد لازم است تقاطع د ا با ه ی باعتبار خروج آنها از ه ب بر کمتر
از دو قائمه و جایز نیست که ملاقات انها بر نقطه ی یا در خارج ه ی باشد اما اول

باعتبار انکه زاویهٔ ا ب د اصغر است از نصف قائمه زیرا که زاویهٔ ا ب ج اعظم از
نصف قائمه است پس زاویهٔ ا ب ب اعظم از نصف قائمه است پس بنا بر ٢٩ باید ب ج
اطول از ب د باشد پس در صورت وقوع نقطهٔ د بر ه لازم می اید ب ج اطول از
ب د باشد وهف واما دوم بجهت انکه لازم می اید که ب ج اطول باشد از ب د
که اطول از ب د است وبطلان این اظهر است پس متعین است که در هر صورت نقطه
د که محل ملاقات ج ا با ب د است در ما بین ب د باشد ومخفی نیست که هم چنانکه
در اقسام سابقه مذکور شد اثبات مطلوب وجریان برهان موقوف نیست
در بیان این صورت واختلافاتی که برانها مترتب است لیکن چون این
اختلافات لازم تساوی اختلاف دو خط ا ب ا د است بااین جهت مذکور
شد پس بر جمیع این اختلافات وصور از جهت اثبات مطلوب اخراج میکنیم
عمود ب ج را بر ا ب ١١ واخراج میکنیم از د عمود د ج را بر ب ج ١٢ مای را اخراج
میکنیم تا ملاقات کند د ج را بر ر زیرا که هر گاه توهم خطی کنیم که واصل میان
ج ا باشد از تقاطع این خط با ا د د ج در جهت ر دو زاویه بهم میرسد که کمتر از
دو قائمه است وسر این ظاهر است پس در سطح ا ب ج چون ج ب عمود بر ا ب و
د ج عمود بر ج ب است وبااین جهت هر یک از زاویهٔ ب ج قائمه است واز وقوع
د ج یا ا ب بر دو خط ج ب ا د داخله وخارجه مقابله که بهم میرسند متساویند
لهذا بنا بر ٢٨ سطح ا ب ج مذکور متوازی الاضلاع است وبنا بر عمل با ملاحظه

٣٤ قائم الزوایا است

٣٤ قائم الزوایا است پس بجهت اثبات تساوی اضلاع ان میگوئیم در دو مثلث
د ج ب ا ب ج ضلع د ب وزاویهٔ د ج ب قائمه مثل وزاویهٔ د ب ج مساوی با ضلع



ب ج وزاویهٔ ب ا ج قائمه بفرض وزاویهٔ ج ا ب بر تناظر وتساوی د ج ب با
ج ب ا بجهت انست که هر یک از زاویهٔ ج ب د ا ب ج قائمه است وزاویهٔ ا ب د
مشترکست وچون این مشترک اسقاط شود باقی میماند ج ب ا مثل ج ب د پس
دو ضلع ا ب ب ج باین متساویند ٢٦ وچون این دو ضلع از سطح ا ب ب ج
متساویند بنا بر ٣٤ جمیع اضلاع ان برابر یکدیگر ند لهذا سطح مذکور مربع
خواهد بود وان مربع خط ا ب است که غیر منطبق است بر مثلث ا ب ج ومخفی
نیست که با انجا مطلوب اثبات مربع بودن سطح ا ب ج بود وعمل کردن مربع در اینجا
باین طریق محال البته ممکن بود عمل ان مجرد حوالهٔ شکل ٤٦ بجهت انست که هر گاه
در عمل مربع بر خط ا ب اقتصار بر مجرد حوالهٔ شکل مذکور میشد از ان معلوم نمیشد
که ضلع ج ر از ان مربع بر نقطهٔ د میگذرد یا بر جهت ان واقع میشود پس سطح د ب اط
که اتمام برهان موقوف بر انست حاصل نمیشد وممکن است که در بیان این مطلوب

گفته شود که زاویه ح ب ء مساوی اب ح است زیرا که هر یک از آنها تمام زاویه
اب ء است از قائمه و زاویه اب ح نصف قائمه است پس زاویه ء ب ح نیز نصف
قائمه است و چون زاویه ح قائمه است زاویه ح ء ب نیز نصف قائمه است پس دو
زاویه ء ب ح ب ء متساویند زیرا که هر یک نصف قائمه اند لهذا دو ضلع ح ء
ح ب متساویند پس بنحوی که مذکور شد سطح اب ح ء مربع است و بهر حال بعد از
آنکه معلوم شد که سطح اب ح ء مربع است اخراج میکنیم ح ء را تا با یکدیگر ملاقات
کنند بر نقطه ط زیرا که اخراج شده اند از خط ء ب بر کمتر از دو قائمه نظر بانکه
زاویه ط ء ح قائمه است ۱۳ باعتبار قائمه بودن اب ح و زاویه ء ط اصغر از
قائمه است باعتبار تساوی آن باه ح ر خادة زیرا که ر ا ط و ه ح ر دو زاویه
داخله و خارجه اند که از وقوع اح بر دو خط متوازی ل د ه ر بهم رسیده اند
پس سطح ء ب ا ط متوازی الاضلاع ۳۴ مساوی مربع اب ح ء است ۳۵
باعتبار آنکه واقعند بر قاعده اب در مابین دو خط متوازی ب ا ح ط و همچنین
سطح ء ب ا ط مذکور مساوی است با سطح ء ب د ل ۳۵ زیرا که واقعند بر قاعده
ب ء در مابین متوازیین ب ء ط د پس بنا بر صدر مربع ب اح ط که مربع خط اب
است مساوی سطح ء ب د ل است و مثل این بیان میکنیم بعد از رسم خطوط و تقسیم
لازم که مربع اح که آن هم غیر منطبق بر مثلث است مساوی سطح د ء ه ل است پس
مجموع سطحین که مربع وتر قائمه است با دو مربع دو خط اب اح و هو المطلوب

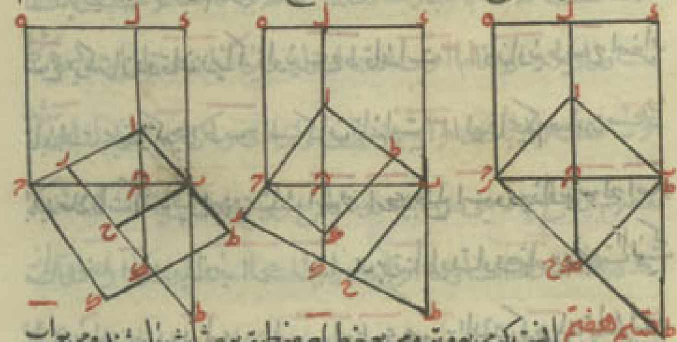
قسم ششم

قسم ششم آنست که هر سه مربع یعنی مربع وتر و دو مربع ضلعین منطبق بر مثلث
باشند و بنا بر قیاس سابق تساوی مربع ب ح را با احد قسمین مربع وتر که بخط موازی
منقسم بان دو قسم شده بیان میکنیم و تساوی مربع اح را با قسم دیگر حواله برآن
مینمائیم پس میگوئیم هرگاه مربع خط اب منطبق بر مثلث شود اگر دو ضلع اب
اح برابر یکدیگر باشند نقطه ر بر ح واقع میشود زیرا که در این صورت زاویه
ب ا ر که قائمه است منطبق شده است بر قائمه دیگر که ب اح باشد و ضلع ار
نیز منطبق بر مثل خود شده که اح باشد و اگر اب اطول از اح باشد نقطه
ر در خارج اح واقع میشود و اگر اب اقصر از اح باشد نقطه ر بر خط اح واقع
میشود و دو زاویه د اح ح ب ا متساویند زیرا که هر یک از آنها تمام زاویه
ب اد است از قائمه ۳۲ نظر بانکه زاویه اح ب قائمه است باعتبار آنکه لم
عمود بر ب ح است بفرض و اخراج میکنیم اد را تا ملاقات کند ضلع ب ح را بر ک
زیرا که خارج اند از خط ار بر کمتر از دو قائمه زیرا که زاویه ار ح قائمه است و ک ار
با نصف قائمه است یا اعظم از نصف قائمه است اما بقدر قائمه نیست نظر بتفاوت
اختلاف اب اح پس اگر اب اح متساوی باشند نقطه ک بر نفس ح واقع میشود
زیرا که در این دو صورت دو زاویه ب اد اب ح و ضلع اب از مثلث اب ح
مساوی دو زاویه ار ک ر اک و ضلع ار است از مثلث ار ک پس رک مساوی
اح است که اح مساوی اب است و اب مساوی ب ح است پس رک ب ح مثل

یکد کنند لهذا باید دو نقطهٔ ح ح متحد باشند و درین صورت زاویهٔ د ا ح که مساوی
د ا ب است هم چنانکه مذکور شد نصف قائمه است زیرا که هر یک از دو زاویهٔ ا ب ح
ا ح ب نصف قائمه است باعتبار تساوی انها و قائمه بودن ب ا ح هم چنانکه مفروض
است و زاویهٔ د ا ح تمام ا ح ب است از قائمه زیرا که ا د ح قائمه است پس هر کاه
ا ح ب نصف قائمه باشد د ا ح نیز نصف قائمه است و اگر ا ب اطول از ا ح باشد
نقطهٔ ک بر ضلع ح ز یعنی در ما بین دو نقطهٔ ح ز واقع میشود زیرا که مذکور شد که
ز ک در مثلث ز ک ا مساوی ا ح است در مثلث ا ب ح پس هر کاه ا ح اقصر از
ا ب باشد که ا ب مساوی ز ح است پس ز ک اقصر از ز ح لهذا نقطهٔ ک در ما بین
ح ز واقع میشود و درین صورت زاویهٔ مذکوره یعنی د ا ح اقصر است از نصف قائمه
زیرا که زاویهٔ ا ح ب اعظم است از ا ب ح و این دو زاویه مساوی یک قائمه اند و چون زاویهٔ
یعنی ا ح ب اعظم است از ا ب ح باید اعظم از نصف قائمه باشد پس تمام ان از قائمه
یعنی د ا ح اصغر از نصف قائمه است و اگر ا ب اقصر از ا ح باشد نقطهٔ ک واقع میشود
بر ز ح بعد از اخراج ان زیرا که معلوم شد که ز ک مساوی ا ح است پس هر کاه ا ح اطول
از ا ب باشد که ا ب مساوی ز ح است باید نقطهٔ ک خارج از نقطهٔ ح واقع شود
و درین صورت زاویهٔ مذکوره یعنی د ا ح اعظم است از نصف قائمه زیرا که ح ب ا
اعظم است از نصف قائمه ۱۸ و د ا ح مساوی انست هم چنانکه مذکور شد و بعضی که
در اهتمام سابقه اشاره بان شد بیان این اختلافات و تقدیرات بجهت انستکه
ازلوازم تساوی

از لوازم تساوی و اختلاف دو خط ا ب ا ح است و اتمام برهان موقوف بر ان
نیست پس برجیع این اختلافات و تقدیرات اخراج میکنیم د ب ز ک را تا ملاقات
کنند بر نقطهٔ ط و لزوم ملاقات انها بجهت انست که اخراج شده اند از خط
ب ح بر کمتر از دو قائمه زیرا که زاویهٔ ب ح ط قائمه است ۱۳ و زاویهٔ ط ب ح اصغر از
قائمه است بجهت انکه جزو ط ب د است که ان قائمه است ۱۳ لهذا بحکم مصادرهٔ مشهوره
باید ملاقات کنند پس هر دو مثلث ا ب ح ا ز ک ضلع ا ب و دو زاویهٔ ب ا ح ا ب ح
مساوی ضلع ا ز و دو زاویهٔ ا ز ک ز ا ک است بر تناظر و تساوی ضلعین بجهت انست که
هر یک ضلع مربعند و تساوی دو زاویهٔ ب ا ح ا ز ک بجهت انست که هر یک قائمه اند و
تساوی دو زاویهٔ ا ب ح ز ا ک بجهت انست که سابقا ثابت شد که د ا ح د ب ا
متساویند پس ا ک مساوی ب ح است ۲۶ و ب ح مساوی د ب است و سطح
مساوی ا ک است ۳۴ و سطح ا ط که متوازی الاضلاع است بجهت توازی د ب
ل د بفرض و توازی ب ح ب ا بجهت انکه هر یک ضلع مربع ا ح ب است بنا بر ۳۶
مساوی سطح د ک است زیرا که در ما بین دو خط د ط ل ک اند که متوازیند
بعل و بر دو قاعده مساوی واقعند که د ب ب ط باشند بجهت انکه ب ط مساوی
ک ا است هم چنانکه مذکور شد و ک ا مساوی ب ح است که ان مساوی ب د است
و بنا بر ۳۵ سطح مذکور یعنی ا ط مساوی مربع ا ح ب را است زیرا که واقعند بر قاعدهٔ
ا ب در ما بین دو خط متوازی ا ب ر ط پس بنا بر ۴ مربع ا ح ر مساوی سطح د د

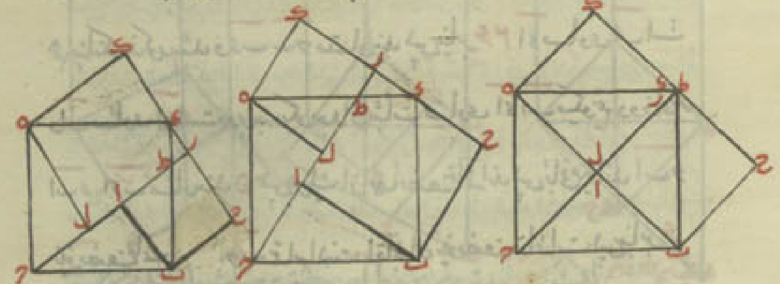
است و بمثل این بیان بعد از رسم مثل خطوط مرسومه که بیان موقوف بر آنست ثابت
میکنیم که مربع خط اج که درین قسم نیز منطبق است مساوی سطح ه د است پس
مجموع سطحین که مربع وتر است مساوی دو مربع خط اب و خط اج است وهو المطلوب



قسم هفتم آنست که مربع وتر و مربع خط اج منطبق بر مثلث باشند و مربع اب
منطبق نباشد قسم هشتم آنست که مربع وتر و مربع اب منطبق باشند و مربع
اج غیر منطبق باشد و کیفیت هیئت اشکال درین دو قسم در صورت و طریق بیان
از انچه مذکور شد ظاهر است و مخفی نماند که بنای این هشت قسم که مذکور شد بر آن
بود که مربع وتر قائمه منفصل شود بخط موازی بدو قسم که آن دو قسم مساوی دو مربع
دو ضلع قائمه باشند و اما هرگاه خط موازی اخراج نشود و مربع وتر بآن منقسم نشود
تا اقسام و صور متکثره بهم میرسد که طرق اثبات آنها مختلف است قسم اول
آنکه مربع وتر قائمه منطبق بر مثلث باشد و مربع اب بجانب ب عمل شود و مربع اج بر آن
عمل نشود و از جهت اثبات مطلوب یکی از دو ضلع مثلث را مثل جا اخراج میکنیم تا بیرون
رود از مربع بر نقطه ط پس اگر نقطه ط بر نقطه ی واقع شود دو ضلع اب اج مساوی
خواهند بود

خواهند بود زیرا که درین صورت حط قطر مربع وتر است پس هر یک از دو زاویه
ب د ح ب ح د نصف قائمه است و چون زاویه ب اج قائمه است پس زاویه اب ح
نیز نصف قائمه است لهذا اب اح مساوی خواهند بود و ایضا درین صورت در دو مثلث
اب د اح د دو زاویه ب ا د ب اح قائمه اند و دو زاویه اب د اح د متساویند
هم چنانکه مذکور شد و د ب ب ح متساویند پس بنابر ۲۶ ا د مساوی اب است
و اب مساوی اح است و بوجه دیگر بعد از اثبات تساوی ا د اب میگوییم دو زاویه
اب د ا د ب مساویند ۵ پس هر یک از آنها نصف قائمه اند پس باقی میماند اب ح
نیز نصف قائمه و چون ا د ب تمام اح ب است تا قائمه آن نیز نصف قائمه است پس بنابر ۶
اب مساوی اح است و بوجه دیگر میگوییم در مثلث د ب ح دو زاویه ب ح د ب د ح
متساویند بجهت ب د ب ح پس هر یک از آنها نصف قائمه است پس زاویه اب ح
که تمام اح ب است تا قائمه نیز نصف قائمه است پس بنابر ۶ اب اح متساویند
و اگر بر یکی از دو ضلع د ب د ه واقع شود دو ضلع اب اج مختلف خواهند بود پس اگر
بر ضلع د ه واقع شود اب اطول از اج خواهد بود زیرا که درین صورت در مثلث
ه ط ح زاویه ه ط ح که وتر آن ه ح است اعظم است از زاویه ه ح ط که وتر آن
ه ط است و این دو زاویه یعنی ه ط ح ه ح ط مساوی یک قائمه اند زیرا که زاویه ط ه ح
قائمه است پس زاویه ه ح ط اصغر از نصف قائمه است و از این لازم می آید که اح ب
اعظم از نصف قائمه باشد و اب ح اصغر از نصف باشد پس بنابر ۲۹ اب اطول است

از اح و اگر نقطه ط بر ضلع ی ب واقع شود اب اصغر از اح خواهد بود زیرا که درین
صورت در مثلث ط ح ب زاویه ب ط ح که وتر ان ب ح است اعظم است از زاویه
ط ح ب که وتر ان ط ب است پس ط ح ب اصغر است از نصف قائمه پس اح که تمام
انست ما قائمه اعظم است از نصف قائمه پس بنا بر ۲۹ اح اطول است از اب



پس بنا بر ۱۲ اخراج میکنیم از ی عمود ی ر را بر خط اح مخرج که قاطع احد اضلاع
است بر ط و ان را در هر دو وجه اخراج میکنیم یعنی عمود ی ر در هر دو جهت خط مخرج
اخراج میشود و تسمیه این عمود بعمود ی ر نه بجهت انست که یک طرف ان ی است و طرف
دیگر ر است زیرا که این عمود هم چنانکه معلوم شد خط غیر محدود است بلکه تسمیه بجهت
انست که مخرج این عمود ی است و موقع ان ر است و در صورت اولی مخرج با موقع متحد
میشود و در ینوقت بایست حواله اخراج ان بشکل ۱۱ شود و در دو صورت دیگر مخرج با موقع
مختلفات و در ینوقت حواله بشکل ۱۲ است و برای عمود مخرج اند دو جهت خط در
اخراج میکنیم از دو نقطه ب ه دو عمود ب ح ه ک را ۱۲ و هم چنین اخراج میکنیم از
نقطه ه بر خط ح ر عمود ه ل را ۱۲ پس در صورت اولی که در ضلع اب اد متساوی باشد
عمود ه ل

عمود ه ل بر نقطه ا واقع میشود زیرا که در دو مثلث اب ح ه ل ح دو زاویه ه ل ح
ح اب قائمه اند و دو زاویه ل ه ح اح ب متساویند زیرا که هر یک از انها تمام
اح ه است از قائمه و دو ضلع ه ح ح ب متساویند پس ل ح مساوی اب است
که اب مساوی اح است پس اگر نقطه ل در فوق ا یا در تحت ان واقع شود لازم می اید
تساوی کل و جزو و این محالست و ه ل اب خط واحد متصل خواهد بود ۱۴
و اگر مختلف باشند عمود ه ل بر نقطه واقع میشود که غیر نقطه ا باشد پس اگر
اب اطول از اح باشد وقوع ل در خارج اح خواهد بود زیرا که سابقا ثابت شد
که ل ح اب متساویند و اب اطول است از اح لهذا ل ح نیز اطول از اح است پس
نقطه ل در خارج اح واقع میشود و اگر اب اقصر از اح باشد نقطه ل بر خط اح
واقع خواهد شد بمثل بیانی که مذکور شد پس در چهار مثلث اب ح ح ب ی
ی ک ه ل ح ه اضلاع ب ح ب ی ی ه ه ح متساویند زیرا که اضلاع مربع و ترند
و زوایای اح ی ک ل قائمه اند اما قیام زاویه ا باعتبار انکه زاویه مثلث است
که بفرض قائمه است و اما ح باعتبار انکه ب ح عمود بر ح ی است و اما ک بجهت انکه
ه ک عمود بر ی ک است و اما ل بجهت انکه ه ل عمود بر ح ر است و زوایای باقیه
متساویند بر سبیل تناظر یعنی زیرا که هشت زاویه باقی مانده از چهار مثلث هر چهار
ان از چهار مثلث که متناظرند در هر صورت از سه صورت متساویند زیرا که دو زاویه
اب ح ح ب ی متساویند بجهت انکه هر یک از انها تمام زاویه اب ی است از قائمه

نظر بانکه زاویه ب د ج قائمه است باعتبار انکه زاویه مربع است و زاویه ج ب ا قائمه است
باعتبار انکه دو خط ج ب ا ر چون عمود اند بر خط ج د باید متوازی باشند و ا ب
بر انها واقع شده است و از وقوع ان بر ا ر زاویه ر ا ب قائمه بهم رسیده و هرگاه ر ا ب
قائمه باشد باید ج ب ا نیز قائمه باشد پس هر یک از دو زاویه ج ب د ا ب ج
تمامی زاویه ا ب د است از قائمه پس این دو زاویه متناظر اند از دو مثلث ج د ب
ا ب ج متساوی اند پس بنا بر ۲۶ دو زاویه ا ج ب ج د ب نیز از این دو مثلث متساوی اند
و دو مثلث نیز متساوی اند پس میگوئیم دو زاویه ل ه ج د ه ک متناظر از دو مثلث
ل ه ج د ه ک نیز متساوی اند زیرا که هر یک تمام زاویه د ه ل اند از قائمه [illegible]
که معلوم شد پس بنا بر ۲۶ دو زاویه ا ج ه ک د ه نیز متساوی اند و این دو مثلث
نیز متساوی اند پس از جهت اثبات تساوی هر یک از این دو مثلث با هر یک از دو مثلث اول
بعد از ملاحظه انچه ثابت شد از مساوات یک ضلع و یک زاویه هر یک از چهار مثلث
با یک ضلع و یک زاویه از هر یک از مثلث دیگر میگوئیم در دو مثلث ا ب ج که یکی از دو مثلث
اول است و مثلث ل ج ه که یکی از دو مثلث دوم است دو زاویه ا ب ج ل ج ه نیز
متساوی اند اما در صورت اول بجهت انکه چون ا ب ج نصف قائمه است و ل ج ه
تمام ا ج ب نصف قائمه است ما تمام ان نیز نصف قائمه است پس هر دو برابر یکدیگر اند
و اما در صورت دوم بجهت انکه بهر قدر که ا ب ج از نصف قائمه کمتر است بهمان قدر
ل ج ه از نصف قائمه کمتر است هم چنانکه بهمین قدر هر یک از ا ج ب ل ه ج زیادتر
از نصف قائمه

از نصف قائمه اند چنانچه سرّ ان سابقا معلوم شد و صورت سیم عکس صورت دوم است
یعنی بقدر یکه ا ب ج از نصف قائمه زیادتر است بهمان قدر ل ج ه از نصف قائمه
زیادتر است و بهمین قدر هر یک از ا ج ب ل ه ج از نصف قائمه کمتر است پس معلوم شد
که در هر سه صورت ا ب ج ل ج ه متساوی اند پس بنا بر ۲۶ دو زاویه ا ج ب ل ه ج
از این دو مثلث و دو مثلث نیز متساوی اند و بمثل این بیان ثابت میکنیم که در دو مثلث
د ج ب ک د ه دو زاویه ج ب د ک د ه متساوی اند و هم چنین دو زاویه باقی مانده
نیز متساوی اند و دو مثلث نیز متساوی اند و از این لازم می آید تساوی چهار مثلث
هم چنانکه وجدان ظاهر است بلکه میگوئیم احتیاج باین اثبات نیست زیرا که بعد از
اثبات تساوی مثلث ا ب ج با مثلث ل ج ه میگوئیم چون مثلث ا ب ج مساوی
با هر یک از دو مثلث ل ج ه د ج ب و مثلث ل ج ه مساوی مثلث ک د ه است باید
ا ب ج مساوی ک د ه باشد و هم چنین چون مثلث د ج ب مساوی با ا ب ج است که
ان مساوی ل ج ه و ک د ه است باید د ج ب نیز مساوی هر یک از این دو مثلث باشد
پس ثابت شد که این چهار مثلث برابر یکدیگر اند و اضلاع انها بر سبیل تناظر متساوی اند
پس میگوئیم سطح ا ح مربع است بجهت انکه متوازی الاضلاع است زیرا که چون س ح
ا ر عمود اند بر ح ر متوازی اند و هم چنین چون ب ا ح ر عمود اند بر ح ا ر متوازی اند پس سطح
ا ح متوازی الاضلاع است و دو ضلع ا ب س ح از ان متساوی اند زیرا که ثابت شد
که دو مثلث ب ا ح س ح د و اضلاع انها بر تناظر متساوی اند لهذا ا ب س ح متساوی اند

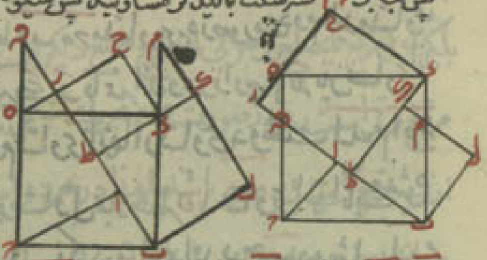
وچون این دو ضلع متساویند بنابر ۳۴ همه اضلاع او متساویند و چون اضلاع
آن بریکدیگر عمودند زوایای آن قائمه اند و هر سطح متوازی الاضلاع و متساوی الاضلاع
قائم الزوایا نباشد مکر مربع پس اح مربع است و آن مربع ضلع اب است و سطح لک
نیز مربع است زیرا که اضلاع او متوازیست و دو ضلع هک هل متساویند بمثل بیان
کرده مذکور شد و این سطح لک مساوی مربع خط اد است زیرا که در دو مثلث ا ب ح
ه ل ح چون بیان شد که یکضلع و دو زاویه از هر یک مساوی یکضلع و دو زاویه است از
دیگری و باین سبب بملاحظه ۲۶ ثابت شد که دو مثلث متساویند و اضلاع و باقی زوایا
متناظر متساویند لهذا دو ضلع ه ل اد از این دو مثلث متساویند پس مربع ضلع
ه ل که سطح لک باشد بعینه مربع ضلع اد است و این دو سطح یعنی دو مربع اح لک
که دو مربع دو خط اب اد اند که دو ضلع زاویه قائمه اند از مثلث مساوی مربع ب ه
اند که مربع وتر قائمه است زیرا که هم چنانکه ثابت شد دو مثلث ح ب د ک ه م متساوی
با دو مثلث ا ب ح ه ل ح پس هر گاه باقی سطح که دو مثلثات در صورت اول و یک مثلث
و یک ذو اربعة اضلاع در دو صورت دیگر مشترک قرار دهیم و اضافه کنیم بر دو مثلث اول
یعنی ح ب د ک ه حاصل میشود دو مربع دو ضلع اب اد و اگر اضافه کنیم بر دو مثلث
دوم یعنی ا ب ح ه ل ح حاصل میشود مربع وتر یعنی ب ح پس بنابر ع مجموع مربع ضلعین
مساویند با مربع وتر و هو المطلوب ضم دوم آنست که در هر صورت تا خر یعنی در صورت
اختلاف دو ضلع قائمه که اب اد باشد مربع وتر بان منطبق بر مثلث باشد و همچنین آن
مربع ضلعین

مربع ضلعین بر نفس ضلع عمل نشود یعنی هم چنانکه در شکل اول مربع اد بر اد عمل
نشده بود و مربع اب بر آن عمل شده بود در اینجا مربع همچنین از اب اد بر اب اد
رسم نمیشود و سبب تخصیص بدو صورت اختلاف بجهة آنست که تقریر و بیانی که مذکور
میشود در صورت تساوی ضلعین جاری نمیشود هم چنانکه بعد از این مذکور میشود
و از جهة اثبات مطلوب اخراج میکنیم ضلع ب اد و بحکم مصادره مشهوره
باید بعد از اخراج ملاقات کند با ده بر نقطه و فرض میکنیم که آن نقطه د است و این
نقطه د بر نفس ه ح واقع میشود اگر اب اطول از اد باشد زیرا که در این صورت
زاویه اب ح اصغر است از نصف قائمه پس بنابر ۳۲ زاویه ب د ح اعظم است از
قائمه پس د ح که وتر است اقصر است از ب ح که وتر ب د ح است پس اقصر از
ح ه نیز خواهد بود و چون د ح اقصر از ه ح باشد باید نقطه د بر نفس خط ه ح
واقع شود و اگر اب اقصر از اد باشد نقطه د در خارج ضلع ه ح واقع میشود زیرا
که در این صورت د ح چون د ب ح است که اعظم است از نصف قائمه اعظم است از
ب ح که وتر ب د ح است که کمتر است از نصف قائمه و هر گاه د ح اعظم از ب ح باشد
اعظم از ح ه نیز خواهد بود پس باید نقطه د در خارج ح ه واقع خواهد شد و بنا بر
۱۲ اخراج میکنیم از دو نقطه ده دو عمود ه ر ک ط بر خط ب د و ه ر را اخراج میکنیم
از جانب ه در صورت اول از این دو صورت یعنی صورتی که اعظم اب از اد در ما بین
دو نقطه ب ا واقع میشود یعنی نقطه ط در ما بین ب ا واقع میشود و در صورت دوم در خارج

اب واقع میشود لیکن در هر دو صورت در داخل مربع واقع میشود باعتبار آنکه نمی تواند شد
که منطبق بر یکی از دو ضلع د ب ده شود و نمی تواند شد که در طرف دو ضلع از خارج مربع
واقع شود زیرا که اگر منطبق بر د ب شود لازم می آید مساوات زاویه قائمه با حاده و در باقی
اقسام لازم می آید وقوع دو قائمه یا منفرجه و قائمه در مثلث هم چنانکه معبر ان ظاهر است
پس متعین است که در داخل مربع واقع شود و در دو مثلث د ط ب ا ح ز زاویه د ط ب
قائمه و زاویه ط ب د و ضلع د ب متساوی اند با زاویه ز اح قائمه و زاویه اح ب و ضلع
ح ب بر سبیل تناظر پس جمیع اضلاع دو مثلث بر تناظر متساوی اند و دو مثلث نیز برابر
یکدیگر کند لهذا ط ب مساوی اح است و اح در صورت اول اقصر است از اب پس نقطه ط
بر اب واقع میشود و در صورت دوم اطول است از اب پس نقطه ط خارج از اب واقع
میشود و اما عمود ه ر در هر دو صورت در خارج مربع واقع میشود لیکن در صورت اول
نقطه ر بر بالای نقطه د واقع میشود و در صورت دوم در مابین دو نقطه د ط واقع
میشود زیرا که اگر در صورت اول منطبق بر ضلع ه ح شود لازم می آید مساوات منفرجه
با قائمه و اگر در داخل مربع واقع شود لازم می آید اجتماع منفرجه و قائمه در یک مثلث و در صورت
دوم اگر منطبق بر ه د یا ه د شود لازم می آید مساوات حاده با منفرجه و اگر خارج
از مابین ه د ه د واقع شود لازم می آید اجتماع منفرجه و قائمه در مثلث پس متعین شد
که در خارج مربع بتفصیلی که در هر دو صورت مذکور شد واقع شود و باید حال بعد از اخراج
دو عمود مذکور یعنی ه ر د ط و اخراج ه ر از جانب ه یا ر با نقطه ح اخراج میکنیم

عمود ح و را

عمود ح و را به ر بخراج ۱۲ و ح ط را مثل ط ب میکنیم یعنی در صورت اول چون
ط د اطول از ط ب است از آن ط د را بقدر ط ب جدا میکنیم و در صورت دوم چون
ط د اقصر است از ط ب زیرا که ط د درین صورت مساوی اب است که اقصر از اح
است و ط ب مساوی اح است لهذا ط د را اخراج میکنیم تا مساوی ط ب شود
۲ و اخراج میکنیم د ل را مساوی ط ب ۳۱ و بنا بر حکم مصادره مشهوره د ل
ملاقات خواهد کرد ه ب را بر نقطه م زیرا که خارج شده اند از د ک بر کمتر از دو
قائمه و اخراج میکنیم ا ر ب ک ل عمود ب ل را ۱۲ پس میگوئیم که سه مثلث ا ب ح
ط د ب ح ده متساوی اند زیرا که سه ضلع ب ح د ب ده که قواعد این سه مثلث اند
متساوی اند و سه زاویه ا ط ح قائمه اند و سه زاویه ا ب ح ط د ب ح ده نیز
متساوی اند زیرا که هر یک از دو زاویه اول تمام زاویه ط ب د است از قائمه پس
این دو زاویه متساوی اند و ط د ب مساوی ح ده است پس این سه زاویه متساوی اند
پس بنا بر ۲۶ سه مثلث با یکدیگر مساوی اند پس میگوئیم دو سطح ل ط ک ر



دو مربع اند که مساوی
دو مربع دو ضلع اب
اح اند زیرا که در سطح
ل ط ط ر مساوی اح است و ک ط مثل ط ب است بعمل و دو ضلع دیگر که
مقابل ط ر ط ک اند مساوی اینها اند پس هر یک مساوی اح اند پس

این سطح بعینه مربع اح است و دو سطح د ر هر یك از د ط ب ح
مساوی ا سا است بجهت تساوی مثلث مذکوره و دو ضلع
دیگر مقابل این دو ضلع مساوی این دو ضلع اند و هر یك مساوی
اب است پس این سطح بعینه مربع اب است و دو مثلث ل ب م
اح ه مساوی اند زیراکه ل ب اح مساوی اند همچنانکه مذکور شد
و دو زاویه ل ا قایمه اند و دو زاویه ل ب م اح ه متساوی اند زیراکه
هر یك از انها مساوی اب ح است همچنانکه مکرر مذکور شد و بتقریر
دیگر میگوییم اح ه تمام زاویه اح سا است یعنی د سط از قایمه
ب ل نیز تمام د سط است از قایمه پس هر دو متساوی اند پس بنابر ۲۶
دو مثلث مذکور متساوی اند و نیز دو مثلث د م ك ه ح ر متساوی اند
زیراکه دو ضلع م ك ح ه چون باقی میمانند از د ب ه ح متساویین بعد از
اسقاط ب م ح ه متساویین در صورت اولی و باقی میمانند از ب م ح ه
متساویین بعد از اسقاط د ب ه ح متساویین در صورت دوم باید متساوی
باشند ص و دو زاویه ك ر قایمه اند و دو زاویه م ه نیز مساوی اند
زیراکه در صورت دوم تساوی انها از تساوی دو مثلث ل ب م اح ه
ثابت شد و در صورت اول بملاحظه ۱۵ تساوی انها ثابت میشود
پس بنابر ۲۶ دو مثلث مذکور متساوی اند پس جمیع دو مثلث ل ب م
د ب ط یعنی جمیع مربع ل ط و مثلث ه ح ر مساویست با مثلث ب ه ح

پس هرگاه

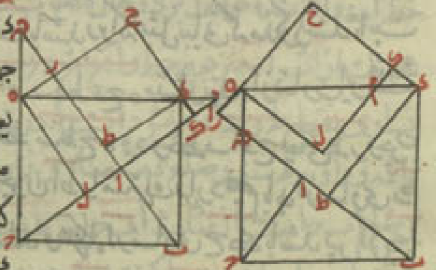
پس هرگاه اضافه کنیم براول یعنی مربع ل ط و مثلث ه ح ر مثلث ح ك ه را
و بر اخیر یعنی مثلث ب ه ح مثلث ط د ب را و بگردانیم سطح د ط ح ه
را در صورت اول مشترکی که همه انرا زیاده کنیم و در صورت دوم مشترکی که
بعضی ازانرا زیاده کنیم و بعضی را نقصان کنیم ظاهر میشود تساوی دو
مربع ضلعین با مربع وتر ص زیراکه چون مجموع سطح ل ط و مثلث ه ح ر
مساویست با ب ه ح و اول عبارتست از مربع احد ضلعین با مثلث
ه ح ر که در صورت اول جزء مربع ضلع دیگر است و در صورت دوم
مدخلیتی بهیچ یك از مربعین ضلعین و مربع ندارد و دوم که مثلث
ب ه ح باشد عبارتست از بعض مربع وتر بدون زیادتی چیزی که خارج
از مربع باشد در صورت اول و با زیادتی مثلث مذکور در صورت دوم
لهذا در صورت اول دو مساوی مذکور که یکی سطح ل ط و مثلث ه ح ر
باشد و دیگری مثلث ل ه ح باشد مشتمل بر چیز خارج از سه مربع نیستند
بلکه اول مربع یکضلع و جزئی از مربع ضلع دیگر است و دوم بعضی از
مربع وتر است و در صورت دوم هر یك مشتمل است بر شیء زاید خارج
از سه مربع که مثلث ه ح ر باشد لهذا در هر دو اسقاط میشود و انچه باقی
میماند یعنی مربع ل ط و انچه داخل مربع وتر است از مثلث ب ه ح باید که
مساوی باشند و بهر تقدیر دو مساوی در صورتین دو مساوی دیگر که دو مثلث

ح ده طدب باشد زیاد کرده ایم که اول جزء مربع احد ضلعین است و ثانی بعض
مربع وتر است پس مجموع دو مساوی نیز مساوی مجموع دو مساوی بود بر هریک
ازین دو مجموع متساوی سطح دط ده که در صورت اول مشترک زاید است
و در صورت دوم بعض ازو که داخل در مربع وتر و مربع حط است زاید است
و بعض دیگر که در خارج این دو مربع است ناقص است و حاصل انست که در
صورت اول مجموع سطح دط ده بر هریک از دو مجموع متساوی زیاد شد
و در صورت دوم انقدر که داخل مربع وتر و مربع حط است زیاد شد پس
ماحصل از مجموع اول با مشترکی که زیاد شده که عبارتست از دو مربع ضلعین
مساوی است با مجموع ثانی با مشترکی که زیاد شده که عبارتست از مربع
وتر و هو المطلوب و چون مطلوب مذکور به بیان مبسوط معلوم شد
بدانکه سبب تخصیص بصورت اختلاف دو خط اب اج بجهت انست که در
صورت تساوی دط که اخراج بر ب آ شده واقع بر نقطه آ خواهد بود و فوق
و تحت ان واقع نخواهد شد و هرگاه نقطه ط بر آ واقع شود مربع اب بر نفس
خط اب واقع شده خواهد بود و حال مطلوب ازین قسم انست که مربع
هیچیک از اب اج نیز بعین خط واقع نشود و اما سبب انکه در صورت
تساوی نقطه ط بر آ واقع میشود انست که در مثلث دسط زاویه دطب
قائمه و زاویه طبد و ضلع دب مساوی زاویه باج و زاویه اجب
و ضلع بج است از مثلث اجب پس طب مساوی اج است که
اج مساوی اب است پس اگر نقطه ط بر غیر نقطه آ واقع شود لازم اید
تساوی کل و جزو پس باید بر نقطه آ واقع شود و هرگاه بر نقطه آ واقع شود

مربع اب

اب بر نفس خط اب واقع خواهد شد و حال انکه مطلوب خلاف انست
پس معلوم شد که مطلوب مذکور تمام میشود در صورت اختلاف نه تساوی
قسم سیم انست که با وجود انطباق مربع وتر بر مثلث و عدم رسم
دو مربع ضلعین بر نفس ضلعین که مربع احد ضلعین منطبق بر مربع دیگری باشد
و از جهت اثبات مطلوب در این قسم عملی که در شکل سابق کردیم تا مربع حط
تمام شد در اینجا نیز میکنیم یعنی ضلع ب آ را اخراج میکنیم تا ملاقی ه ح شود
بر نقطه م و از دو نقطه د ه دو عمود ه ر دط را اخراج میکنیم بر خط ب ح
و ه ر را اخراج میکنیم و از د عمود دح را بر ه ر مخرج اخراج میکنیم
و بعد ازین عمل که بان مربع حط تمام میشود ح ک را مثل ح ه میگردانیم بمثل
بیانی که در گردانیدن طک مثل طب مذکور شد و بنابر اخراج میکنیم
ک ل ه ل بنحوی که موازی ح ر ح د باشند و ملاقات کنند با یکدیگر بر نقطه
ل بجهت انکه خارج اند از خط متوهم در مابین ک د ه بر کمتر از دو قائمه
و ک ل ملاقات میکنند د ه را بر نقطه م و این ک ل با اح خط متصل واحد
میشود اگر اح اطول از اب باشد زیرا که بمثل بیانی که مذکور شد ثابت
میکنیم که سه مثلث ب اح ب دط د ح ه متساویند و از تساوی این سه مثلث
لازم می اید تساوی دو خط سطح ه و دو خط ب اح یعنی ط ر و چون
ب ا مساوی ط ر باشد چون اط را مشترک قرار دهیم باید ار مساوی دط
یعنی ح ه یعنی ح ک باشد و هرگاه ار مساوی ح ک باشد پس اگر ک ل
موازی ح ر اخراج شود باید از ر ب مثل ح ک قطع کند پس خواهد گذشت
بر نقطه آ چون زاویه ک ا ب قائمه است ک ل مذکور با اح خط متصل

واحد خواهد شد و مخفی نیست که برهان بر مطلوب توقفی بر بیان این اتصال
و وحدت ندارد لیکن چون امری است که در واقع لازم است اشاره بآن
شد و باقی حال میگوییم چون بمثل بیان مذکور ثابت است که سه مثلث مذکور
یعنی ا ب ح ط د ب ه د ح متساوی اند پس باید ه ل ا ح متساوی باشند
زیرا که نظر بتساوی دو مثلث ب ا ح د ح ه ا ح مساویست با ح ه د ح ه مساوی
ه ل است پس باید ا ح مساوی ه ل باشد پس میگوییم در دو مثلث ه ل م
ح ا و دو ضلع ه ل ا ح متساویند و دو زاویه ل ا قائمه و چون ثابت شد که
زاویه ح ه د مساوی زاویه ا ب ح است پس زاویه ل ه م که تمام زاویه ه ح د است
از قائمه مساویست با زاویه ا ح و که تمام زاویه ا ب ح است از قائمه پس بنا بر
دو مثلث مذکور اعنی ه ل م ح ا و متساوی اند و چون هر از د ک ه
فضل احد ضلعین مثلث است بر ضلع دیگر باید متساوی باشند پس در
دو مثلث د ک م ه ر ق دو ضلع ک د ه ر متساوی اند و دو زاویه ک
ر نیز متساویند و وجه آن ظاهر است و دو زاویه ک م د ه ق ر نیز متساویند
زیرا که ک م د مقابل ل م ه است پس مساوی است و ه ق ر مقابل ا و ح است پس
است و ثابت شد که ل م ه ا و ح متساویند پس بنا بر ۲۶ دو مثلث مذکور اعنی
د ک م ه ر ق متساویند پس
جمیع دو مثلث د ح ه م ل ه
یعنی مربع ح ل و مثلث ه د ر
مساوی مثلث ب ح ا است



که اضافه میکنیم بر اول مثلث
د ح ه را و بر ثانی مثلث ط ب
را و سطح ه د ط ق را مشترک زاید میکردانیم اگر ا ب اطول باشد از ا ح و اگر
بر عکس باشد بعضی از آن سطح مشترک زاید خواهد بود و بعضی مشترک

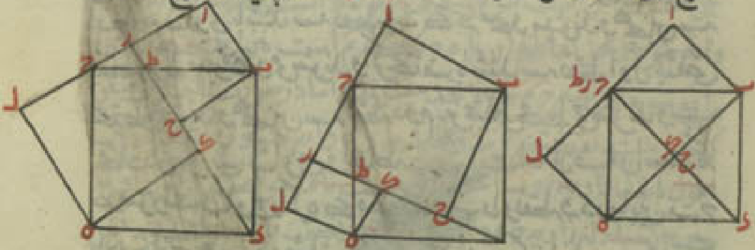
ناقص

ناقص پس جمیع دو مربع ح ل ح ط که دو مربع ضلعین اند مساوی اند با مربع
د ه که مربع وتر است و توضیح این بحث آنست که در دو شکل سابق گذشت
و مخفی نماند که ظاهر کلام محرر و اقتصار او بر رسم دو شکل مشعر است که
این حکم نیز تخصیص بصوره اختلاف دارد مثل حکم سابق و حال آنکه
چنین نیست زیرا که در سابق اگر اختلاف ضلعین نباشد لازم می آید
که مربع ا ب بر ا ب واقع شود همچنانکه مذکور شد و حال آنکه مطلوب
خلاف آنست اما در اینجا این فساد لازم نمی آید پس احتیاج بتخصیص نیست
غایة ما فی الباب آنست که در صورت تساوی لازم می آید انطباق تمام
احد مربعین بر تمام مربع دیگر و خطوطی که بتحصیل مربع ا ح رسم شده بر
اضلاع مربع ا ب منطبق خواهد شد و منطبق خواهد شد نقطه ق بر ه
و ط بر ا و دو مثلث د ک م ه ق ر بهم نخواهند رسید و هیئت شکل چنین

خواهد بود و بیان در نهایت سهولت خواهد بود و
گویا که محرر صورت تساوی را ذکر نکرده بجهت طریق بیان
صورت اختلاف مختلف است با طریق بیان صورت
تساوی با وجود اینکه کیفیت بیان در صورت تساوی در
نهایت ظهور است قسم چهارم آنست که مربع وتر منطبق بر مثلث نباشد
بلکه منطبق بر مثلث احد ضلعین باشد و فرض میکنیم که آن ضلع ا ب است
مربع آن که منطبق است از ح ب است پس اگر ضلع ا ب ا ح متساوی باشند
نقطه ر خارج از ضلع ا ح واقع میشود و اگر بعکس باشد نقطه ر بر خط ا ح واقع
میشود و وجه آن نیز ظاهر است پس وصل میکنیم د ح را و بمثل آنچه در قسم
دوم از هشت قسم اول مذکور شد بیان میکنیم د ح بر خط واحد متصل است
و اخراج میکنیم از نقطه ه بر خط د ح ر عمود ه ک را و بر خط ا ب عمود ه ل را
و عمود ه ک بر د ح ر لازم است که بنحوی واقع شود که نقطه ک در ما بین

د ر بلکه در داخل مربع و تر واقع شود زیراکه جایز نیست منطبق بر ده
شود و الّا لازم اید انطباق قائمه بر حاده و جایز نیست که در جهت
خارج ده واقع شود و الا لازم اید اجتماع منفرجه و قائمه در مثلث
ه د ک و جایز نیست منطبق بر ه ح شود و الّا لازم اید اجتماع دو قائمه و منفرجه
در مثلث مذکور و جایز نیست در طرف خارج واقع شود و الّا لازم
اید اجتماع قائمه و منفرجه در مثلث مذکور و در صورت سیم جایز
نیست که نقطه ک بر نقطه ز یا در ما بین ط ز واقع شود و سبب ان
با ندك تاملی ظاهر است پس متعین شد که باید عمود ه ک بنحوی
واقع شود که نقطه ک در داخل مربع وتر واقع شود و اما عمود ه ل
بر ا ز لازم است که در خارج مربع وتر از جانب خط ه ح واقع شود زیرا
که اگر بر غیر این موضع واقع شود لازم می اید اجتماع قائمه و منفرجه در
در مثلث ل ح همچنانکه وجدان ظاهر است با دنی تاملی و چون ثابت شد
که عمود ه ک در داخل مربع وتر واقع میشود میگوییم که اگر ا ب ا ح متساوی
باشند ه ک ب ح خط متصل واحد میشود و اگر ا ب اطول باشد
ه ک در ما بین ز ح واقع میشود و اگر ا ح اطول باشد در ما بین د ح
واقع میشود زیراکه هر گاه متوازی الاضلاع ز ک ه ل تمام شود ز ک
مساوی ه ل خواهد بود و ه ل مساوی ح ا خواهد بود باعتبار تساوی
دو مثلث ه ل ح ب ا ز زیراکه دو زاویه ا ل از این دو مثلث قائمه اند و
زاویه ا ب ح مساوی زاویه ل ح ه است زیراکه ل ح ه مساوی ح ه ک است
بجهت انکه هر یك از انها تمام ح ه ل است با قائمه و ح ه ک مساوی
ک د ه است زیراکه هر یك از انها تمام ک ه د است با قائمه و ک د ه مساوی
د ب ح است که د ب ح مساوی ا ب ح است پس ل ح ه مساوی ا ب ح است
و ضلع ب ح مساوی ح ه است پس دو مثلث ه ل ح ح ب ا متساوی اند
و از تساوی انها تساوی ه ل ا ح لازم است پس ز ک که مساوی ه ل است

مساوی ح ا است پس اگر ا ب ا ح متساوی باشند ز ک که مساوی ا ح
است مساوی خواهد بود با ز ح که مساوی ا ب است و نقطه ک بر نقطه
ح منطبق خواهد شد و اگر ح ا اقصر از ا ب باشد ز ک اقصر از ز ح خواهد
بود و نقطه ک در ما بین ز ح واقع خواهد شد و اگر ا ح اطول باشد ز ک
اطول از ز ح خواهد بود و نقطه ک در ما بین د ح واقع خواهد شد پس بتمثیل بیانی
که مذکور شد ثابت میکنیم که چهار مربع ا ب ح ح ب د ک د ه ل ح ه متساوی شدند
و از تساوی این مثلثات لازم می اید تساوی ه ک ط و از این لازم می اید که
سطح ک ل مربعی باشد که مساوی مربع ضلع ا ح باشد زیراکه نظر بتساوی
مثلثات مذکوره هر یك از ز ک ه ل مساوی ا ح است پس میگوییم مجموع دو
مثلث ا ب ح ل ح ه مساوی مجموع دو مثلث ک د ه ح ب د است پس بعد
از انکه باقی سطح را مشترك بگردانیم ثابت میشود که دو مربع ضلعین مساوی
مربع وتر است و هو المطلوب تتمه بجهت انکه هیچیك از مربع و دو



مربع ضلعین منطبق بر مثلث نباشد مربع ضلعین بر نفس ضلعین رسم نشود
پس مثلث و مربع وتر را رسم میکنیم و هر یك از ضلعین یعنی ا ب ا ح را اخراج
میکنیم و بر این دو ضلع مخرج اخراج میکنیم از دو نقطه د ه دو عمود د ز ه ح د

همچنین بر دو ضلع مخرج از دو نقطه مذکوره یعنی ی ه دو عمود دیگر اخراج میکنیم
ک ط ه ک باشد اخراج میکنیم بنحویکه موازی دو عمود اول باشند یعنی ی ط
موازی ه ح باشد و ه ک موازی ی ر باشد پس میگوییم دو عمود ی ط ه ک
بایکدیگر تقاطع میکنند بر نقطه ل زیراکه اخراج شده اند از خط ی ه بر یکتراز دو
قائمه و واجبست که تقاطع در داخل مربع و تر قائمه واقع شود زیراکه نقطه ل
که محل تقاطع است اگر بر یکی از سه ضلع مربع و تر که غیر ب ح است واقع شود
لازم می اید احاطه دو خط مستقیم بیک سطح و نمیتواند شد که در خارج این
سه ضلع واقع شود و وجه ان ظاهر است و اگر بر ضلع ب ح واقع شود لازم
می اید که ضلع زاویه قائمه اطول از وتر ان باشد و این لزوم مبنی است بر تساوی
چهار مثلث همچنانکه مذکور میشود تا دو مثلث ا ب ح ل ی ه متساوی
باشند و زاویه ی ل ه قائمه باشد و اگر مثلثات مساوی نباشند لازم
نماید که زاویه ی ل ه قائمه باشد که هرگاه ل بر ب ح واقع شود لازم اید
که ضلع قائمه که ی ل یا ه ل است اطول باشد از وتر ان که ی ه است و این
ی ط ه ک بنابر مصادره مشهوره قطع میکنند ه ح ح ب پس اگر دو ضلع
ا ب ا ح متساوی باشند سه نقطه ت ک د متحد میشوند و همچنین سه
نقطه ح ط م نیز متحد می شوند و اگر مختلف باشند سه نقطه اول بمثلثی
محیط میشوند و همچنین سه نقطه دوم نیز بمثلثی محیط می شوند و سبب
اتحاد در صورت تساوی و احاطه در صورت اختلاف ان است که
در صورت تساوی اگر ه ک قطع کند ح ب را بر نقطه د در مابین ب ح
یا در خارج ح ب در مثلث ح ه د شکی نیست که زاویه ه ح د قائمه است
و زاویه ح ه د و چونکه مبادله زاویه ه ح ح است مساوی با انست و زاویه
ه ح ح چون مساوی زاویه ا ح ب است که نصف قائمه است باید
ه ح ح نیز نصف قائمه باشد پس باید زاویه ح ه د که مساوی ه ح ا ست

نیز نصف

نیز نصف قائمه باشد و سبب انکه ح ه د مبادله ه ح ح است ظاهر است و وجه
تساوی ه ح ح و ا ح ب ان است که ب ح واقع شده است بر ا ح پس دو زاویه
در دو جنبه ب ح حادث شده معادل دو قائمه باشند لکن ا ح ب در صورت
تساوی نصف قائمه است و ب ح ه قائمه است پس باقی میماند ه ح ح
نیز نصف قائمه پس ه ح ح و ا ح ب متساویند و هر یک نصف قائمه اند
پس ح ه د که مساوی ه ح ح است نیز نصف قائمه است و هرگاه ح ه د
نصف قائمه باشد باید ه د ح نیز نصف قائمه باشد زیراکه زاویه د ح ه
از مثلث د ه ح قائمه است پس بنابر ۶ لازم می اید ح د ح ه متساوی باشند
لیکن ح ه مساوی است با ا ح که اعظم از د ح است اگر قطع در مابین ب ح
باشد و اصغر از انست اگر قطع در خارج باشد و بر هر یک از تقدیرین لازم می
اید تساوی کل و جزء و این محالست پس باید طرف عمود ه ک که نقطه ک است
بر طرف ح ب که ت است واقع شود و محل تقاطع ان با ب ح که نقطه است
نیز بر طرف ح ب که ت است واقع شود پس سه نقطه ت ک د متحد می
شوند و همچنین بیان میکنیم که ی ط اگر قطع کند ح ه را بر نقطه م در مابین
ح ه یا در خارج خط ح ه لازم می اید تساوی ی ه ه م یعنی تساوی کل و
جزء و ان باطل است پس باید طرف ی ط که ط است بر طرف ه ح که ح است
واقع شود و محل تقاطع ان با ه ح که نقطه م است نیز بر طرف ه ح که ح است
واقع شود پس سه ح م ط نیز متحد میشوند و اما در صورت اختلاف میگوییم
که جایز نیست نقطه ک بر ت و نقطه ط بر ح واقع شود زیراکه هرگاه ا ب
اطول باشد زاویه ا ح ب اعظم از نصف قائمه خواهد بود پس زاویه
ه ح ح که مبادله زاویه ح ه د است اصغر از نصف قائمه خواهد بود پس
زاویه ح د ه اعظم از نصف قائمه خواهد بود پس ح ه که وتر زاویه عظمی است
اطول است از ح د که وتر زاویه صغری است لهذا نقطه د که محل تقاطع
ک ه با ب ح است در مابین ب ح واقع میشود و نقطه ک که طرف ه ک است

در مابین ب آ واقع ولازم احاطه سه نقطه ت ک د بیك مثلث که ان
مثلث ب ک د است وبمثل این بیان میکنیم که د ه اعظم از ه م است
ونقطه م درمابین ح ه واقع میشود ونقطه ط درمابین ح ح واقع میشود
وازسه نقطه ح م ط مثلث ح م ط بهم میرسد وبمثل انچه مذکور شد ثابت
میکنیم مطلوب را هرگاه اح اطول باشد از اب وتفاوت معتد به در
بیان وکیفیت شکل درصورت اطولیة اب اح وصورت عکس ان بهم نمیرسد
وازین جهت محرر اکتفا بصورت اول کرده ویك شکل ازجهت صورت
تساوی رسم نموده ویك شکل ازجهت صورت اطولیت اب از اح زیرا
که صورت عکس با ان تفاوت معتد به دربیان وهیئت شکل ندارد وبا
حال بعداز اعمال مذکوره بیان میکنیم که چهار مثلث اب ح ر ی ب ل د ه
ح ح ه متساوی اند زیراکه درهریك ضلعی است از اضلاع مربع وتر این
چهار ضلع ازچهار مثلث متساوی اند وچهار زاویه که این ضلع اوتار انها
اند یعنی ا ر ح ل قوائم اند پس این چهار زاویه نیز مساوی اند وزاویه اح ب
ازمثلث اح ب مساویست بزاویه ر ب ی ازمثلث ر ی ب زیراکه زاویه
ر ب ی با ی ب ا معادل دو قائمه اند و ی ب ح قائمه است پس ر ب ی اب ح
مثل یکقائمه اند واح ب با اب ح نیز مساوی یکقائمه اند پس ر ب ی اح ب
متساوی اند پس بنابر ۲۶ دو مثلث اح ب ر ی ب متساوی اند وبمثل این
بیان میکنیم که دو مثلث اح ب ح ح ه نیز متساوی اند پس میگوییم زاویه ر ی ب
ه د ل متساویند زیراکه هریك تمام زاویه ب ی ل اند از قائمه پس دو مثلث
ر ی ب ی ل ه نیز متساویند ۲۶ وبهمین قدر تساوی چهار مثلث ثابت میشود
زیراکه چون ثابت شد مثلث ر ب ی مساوی ب اح است و ب اح مساوی
ح ح ه است ثابت شد که ر ب ی مساوی ح ح ه نیز هست وچون ثابت شد
که ر ب ی مساوی ی ل ه است معلوم میشود که مثلث ی ل ه مساوی هریك از سه مثلث

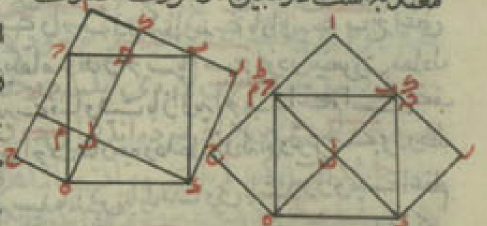
دیگراست

دیگراست ومیتوانیم بمثل انچه گذشت تساوی دو مثلث ی ه ل ح ه ح را نیز
بیان کنیم باینکه بگوییم زاویه ح ه ح مساوی ی ه ل است زیراکه هریك ازانها
تمام م ه ل است از قائمه پس بنابر ۲۶ دو مثلث مذکور نیز متساویند واین بیان
مبنی است برانکه زاویه ل ه ح قائمه باشد ودلیل براین انست که درصورت
تساوی میگوییم ل ه موازی است باخط ح م پس دو زاویه ح م ه ل ه م نیز
متبادلین متساویند وزاویه ح م ه مساوی یکقائمه اند پس زاویه ل ه م با
ح ه م مساوی یکقائمه اند پس مجموع ل ه ح قائمه است وهو المطلوب وباندك
تغییر دربیان مطلوب درصورت اختلاف نیز ثابت میشود پس میگوییم در
سطح ر ل ل ح دو مربع اند که مساوی دو مربع دو ضلع اب اح اند اما مربع
بودن انها بجهت انست که اضلاع هریك نظر بتساوی مثلثات متساویند
ونظر بتوازی اضلاع زوایا قائمه اند وتوضیح مطلوب انست که چون سطح
اه متوازی الاضلاع است خط اک ازان مساوی خط ه ح است ۳۴
وخط ه ح مساوی خط اح است بجهت تساوی مثلثات پس اک مساوی
خط اح است پس ب ک فضل خط اب است بر اح پس ر ک که مساوی اح است
نظر بتساوی مثلثات مساوی است با اک وازین لازم می اید که ر ک مساوی
اب باشد واب نظر بتساوی مثلثات مساوی ر ی است پس ر ک مساوی
ر ی است پس بنابر ۳۴ مجموع اضلاع سطح ر ل متساویند زیراکه این سطح
متوازی الاضلاع است وزوایای ان نیز قائمه اند پس این سطح مربع است
وازجهت مربع بودن سطح ل ح میگوییم که چون سطح ر ط متوازی الاضلاع
است خط ر ی ازان مساوی اط است ۳۴ پس اب که مساوی ر ی است
مساویست با اط واب مساوی ح ح است نظر بتساوی مثلثات پس اط نیز
مساوی ح ح است پس بعد اسقاط ح ط مشترك باید اح ح ط متساوی باشند
واح نظر بتساوی مثلثات مساوی ح ه است پس ح ط نیز مساوی ح ه است
پس همچنانکه مذکور شد سطح ل ح متوازی الاضلاع هم اضلاع ان متساویند

وقائم الزوایاست پس مربع است زیراکه مربع نیست مگر ذوا ربعة اضلاع که
اضلاع ان متوازی ومتساوی باشند وزوایای آن قائمه باشند واما تساوات
این دو مربع با دو مربع ضلعین بجهت انست که نظر بتساوی مثلثات ثابت شد
که اب ری متساویند وهمچنین اح هل نیز متساویند پس میکوییم دو مثلث بکه
وطم متساویند باعتبار انکه بک حط چون هریك بقدر فضل مابین دو ضلع
اب اح اند متساویند زیراکه ثابت شد که اک مساوی اح است و بک فضل
اب است بر اح و نظر بتساوی مثلثات اب مساوی هح است وحط که مساوی
هح است مساوی اک است پس حط با بک مساوی است وچون ثابت شد که
ک ب حط از دو مثلث بکه وطم متساویند میکوییم زاویهٔ ب نیز مساوی
زاویهٔ ح است نظر بتساوی مثلثات وهریك از دو زاویهٔ ک ط قائمه اند پس بنا
بر ۲۶ دو مثلث مذکور متساویند وهمچنین میکوییم دو مثلث دمه وهح متساویند
زیراکه هریك از دو زاویهٔ ه ح قائمه اند ودو ضلع ح ه ه د متساویند باعتبار
انکه دو ضلع مربع اند ودو ضلع هم قح نیز متساویند زیراکه چون ثابت شد که
ب ق حم متساویند پس هرگاه انهارا از دو ضلع مربع بیندازیم انچه باقی میماند
یعنی دح م ه متساوی خواهند بود پس ثابت شد که دو ضلع ویك زاویه که درما
بین انهاست از مثلث دحه یعنی دو ضلع دح حه وزاویهٔ ح مساویست با دو
ضلع وزاویه که مابین انهاست از مثلث دمه یعنی دو ضلع م ه ه د وزاویهٔ ه
پس دو مثلث متساویند ۴ پس هرگاه از این دو مثلث متساوی مثلث م ل ه مشترك
رابیندازیم باقی میماند سطح دلم ح مساوی مثلث دله اعنی دح ه اعنی مجموع
سطح م ه ح ط ومثلث بکه پس هرگاه اضافه کنیم بر سطح دلم ح مثلث دله را
بر مجموع سطح م ه ح ط ومثلث بکه مثلث دب ر راکه متساوی مثلث دله
است خواهد گردید مجموع سطح دلم ح ومثلث دله که این مجموع بعضی از مربع
وتر است مساوی مجموع سطح ه ح ط ر د ومثلث بکه دب ر که این مجموع بعضی
از دو مربع ضلعین اند پس بعد از ملاحظه اشتراك مجموع سطح دب دل ومثلث
م ل ه ثابت میشود که مربع وتر مساوی دو مربع دو ضلع است وهو المطلوب
وهیئت شکل صورت تساوی ضلعین وشکل اطولیهٔ اب از اح باینطریق است

وبترا اکتفا

وبترا اکتفا بیك صورت اختلاف همچنانکه مذکور شد بجهت عدم تفاوت
معتد بها است درمابین دو صورت اختلاف قسم ششم انست که با وجود



انکه هیچیك از مربع وتر
ودو مربع ضلعین منطبق
بر مثلث نباشد ومربع
ضلع بر نفس ضلع رسم
نشود همچنانکه در قسم
سابق بود مربع احد ضلعین منطبق بر مربع دیگری باشد ومحرر در اینقسم اکتفا
به بیان وایراد هیئت دو شکل صورت اختلاف کرده است وصورت تساوی را
حواله بظهور نموده است باعتبار اینکه کیفیت بیان در صورت تساوی
ضلعین از این قسم در نهایت سهولت است زیراکه هرگاه ضلع اب را مثلا اخراج
کنیم در ان دو عمود در هح از دو نقطه د ه بکشیم منطبق خواهد شد نقطه
ح بر ب پس هرگاه اخراج کنیم دط را بنحویکه عمود بر هح باشد حاصل میشود
سطح رط مربعی که مساوی مربع احد ضلعین است بلکه مربع هر دو ضلع است
لیکن مربع احدهما منطبق بر مربع دیگری شده واین مربع مساوی نصف مربع وتر است
پس مجموع دو مربع مساوی مجموع مربع وتر اند وجمیع این احکام ظاهر است و
چون محرر بیان این صورت را بظهور حواله فرموده از جهت بیان مطلوب در
دو صورت اختلاف گفته است واما بر تقدیر اختلاف ضلعین پس اخراج
میکنیم اب را واز دو نقطه د ه دو عمود در هح را بر اب مخرج اخراج میکنیم
وبنا بر مصادره مشهوره هح ملاقات میکند بح را بر نقطه ی وجایز نیست
که این نقطه ی در صورت اول یعنی اطولیهٔ اب از اح منطبق بر ب شود زیرا
که هرگاه منطبق بر ب شود لازم می اید که زاویهٔ ه ی ح با زاویهٔ اب ح معادل
یکقائمه باشند وزاویهٔ اح ب که در اینصورت اعظم از نصف قائمه است
با اب ح نیز معادل یکقائمه است پس باید زاویهٔ ه ی ح که مساوی زاویهٔ اح ب
است اعظم از نصف قائمه باشد وچون زاویهٔ ه ح ی قائمه است پس زاویهٔ
ح ه ی که تمام ه ی ح است تا قائمه اصغر است از نصف قائمه پس لازم می اید

ه ح اطول از ب ح باشد و این باطل است وجایز نیست که نقطه ی در این
صورت خارج از ب واقع شود زیرا که اگر در خارج ب واقع شود لازم می
اید تساوی دو زاویه ی و ا ح ب زیرا که زاویه ی با زاویه ی ب ح اعنی
ا ب ح مقابله معادل یکقائمه اند و ا ح ب با ا ب ح نیز در اینصورت معادل
یکقائمه است پس زاویه ی مساویست با زاویه ا ح ب که اعظم است از نصف
قائمه و ایضا زاویه ی و ا ح ب خارجه و داخله اند که از وقوع ح ی بر دو خط
متوازی ا ح ح ی بهم رسیده اند پس باید متساوی باشند و زاویه ی اعظم
از نصف قائمه باشد پس وتر آن یعنی ح ه اعظم از وتر ح ه ی باشد که
کمتر از نصف قائمه است و ازین لازم می اید که ه ح یعنی ح ب جزء اطول
از ح ی کل باشد و این محالست پس متعین شد که نقطه ی در ینصورت باید
در ما بین ح ب واقع شود و اما در صورت دوم که ا ب اقصر باشد میگوییم
باز جایز نیست که نقطه ی بر ب واقع شود زیرا که اگر بر ب واقع شود خواهد
بود زاویه ه ی ح اصغر از نصف قائمه زیرا که آن مساوی ا ح ب است که در
اینصورت اصغر از نصف قائمه است و سبب مساواه آن است که هر یک تمام
ا ب ح است از قائمه پس باید ح ه اقصر از ح ب باشد که در این صورت وتر
ح ه ی است که اعظم از نصف قائمه است و همچنین جایز نیست که نقطه
ی در اینصورت در ما بین ب ح واقع شود والا لازم اید که زاویه ه ی ح اعنی
ح ی ب مساوی ا ح ب باشد زیرا که هر یک تمام ا ب ح است از قائمه و زاویه
ا ح ب در اینصورت اصغر است از نصف قائمه پس زاویه ح ه ی اعظم است
از نصف قائمه پس لازم می اید که ه ح اعنی ح ب کل اقصر باشد از ح ی جزء
و آن باطل است پس باید در اینصورت نقطه ی در خارج ب واقع شود و
بعد از اعمال مذکوره از نقطه د عمود د ط بر ه ح اخراج میکنیم و از ب عمود ب ک
را بر د ط اخراج میکنیم بعد از اخراج د ط در صورت دوم زیرا که در ینصورت
جایز نیست که نقطه ک بر نقطه ط واقع شود والا لازم اید که خط زاویه قائمه
منفرجه باشد زیرا که زاویه ح ط د قائمه است پس زاویه ب ط د بر تقدیر وقوع
ک بر ط اعظم است از قائمه پس هر گاه ک بر ط واقع شود ب ط د نیز قائمه
خواهد بود زیرا که ب ک عمود است بر د ط بفرض و ایضا بنا بر تساوی مثلثات

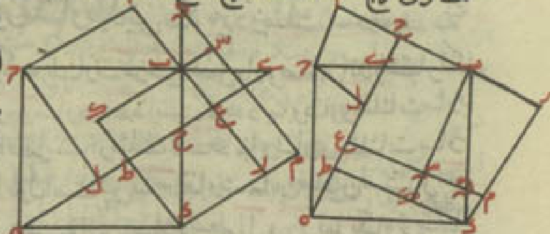
د ط مساوی ا ب است و د ک مساوی ا ح است پس اگر ک بر ط واقع شود
لازم اید تساوی دو ضلع ا ب ا ح و بعضی از ناظرین در سبب
عدم وقوع ک بر ط گفته اند اگر ک بر ط واقع شود لازم می اید ب ط د خط
متصل واحد شود و ازین لازم می اید که دو خط مستقیم بیک سطح
محیط شوند و برین ایراد نموده اند که این در وقتی است که ب ک عمود
بر ه ح باشد همچنانکه د ط نیز عمود بر انست اما هر گاه ب ک عمود بر ان نباشد
لازم نیست که ب ط د یک خط شود و همچنانکه محقق نیست و ممکن است که
گفته شود که ب ک هر گاه بر ط واقع شود عمود بر ه ح خواهد بود زیرا که ب ک
ط ح واجب است که متوازی باشند باعتبار آنکه زاویه ب ح ط قائمه است
و این ظاهر است و ح ب ط بر تقدیر وقوع ک بر ط نیز قائمه است زیرا که ب ک
د ط متوازیند و ب ک د قائمه است پس ح ب ط نیز قائمه است پس ب ک
ح ط بنا بر قیام دو زاویه ط ح ب ح ب ط متوازی اند ٢٨ و هر گاه ب ک
ح ط متوازی باشند و ب ک بر ط یعنی بر خط واقع شود باید زاویه ب ک
یعنی ب ط د قائمه باشد زیرا که زاویه ح ب ک قائمه است و هر دو زاویه
متقابل در دو خط متوازی هر گاه احدهما قائمه دیگری نیز قائمه است و هر گاه
ب ط د قائمه باشد ما دام ب ک بر تقدیر وقوع ان بر نقطه ط یعنی بر خط ه ح عمود بر ان
باشد و چون عمود بر ان باشد لازم می اید ب ک د خط متصل واحد شود و احاطه
دو مستقیم بسطح واحد لازم اید و بهر تقدیر چون ثابت شد که نقطه ک در صورت
دوم نمیتواند شد بر ط واقع شود میگوییم که نمیتواند شد در ما بین ط د نیز واقع شود
والا لازم وقوع دو قائمه در مثلث پس باید در صورت دوم وقوع ک بر د ط بعد
اخراج د ط باشد پس اخراج میکنیم از نقطه ح عمود ح ل را بر ه ح و دوم را در جهت
د مثل د ک میگردانیم و بنا بر ٣١ اخراج میکنیم م ق س ع را بنحوی که موازی
د ط باشد و ملاقات کند د ب را بر ق و ب ک را بر س و ه ح را بر ع پس بمثل انچه
در قسم سابق گذشت اثبات میکنیم تساوی پنج مثلث ا ب ح ل ح ه ط ه د د ر ب
د ب ک یعنی میگوییم در هر یک ازین پنج مثلث یک قائمه است که وتر آن ضلعی
است از اضلاع و تر دو در دو مثلث ا ح ب د ر ب دو زاویه ا ح ب ر ب د متسا

زیراکه زاویتا ا ح ب با ا ب ح معادل قائمه اند و بجهه ان ظاهر است و زاویه
ر ب د نیز با ا ب ح معادل قائمه اند زیراکه خط ب ک واقع بر خط ا ب شده
وازدو جنب ان دو زاویه حاصل شده که معادل دو قائمه اند وازجملهٔ
این دو زاویه زاویهٔ مربع است که قائمه است پس مابقی که ر ب د
ا ب ح باشد نیز معادل یکقائمه و چون هریك از ا ح ب ر ب د با ا ب ح
معادل یکقائمه اند باید ا ح ب ر ب د متساوی باشند پس بنابر ۲۶ دو
مثلث مذکور یعنی ا ب ح د ر ب متساویند یعنی جمیع زوایا و اضلاع
انها بر تناظر متساویند پس میکوییم در دو مثلث ر ب د د ب ک دو زاویه
د ب متساویند زیراکه هریك با ب د ک معادل یکقائمه است پس بنای
۲۶ این دو مثلث نیز متساویند و از تساوی انها لازم می اید تساوی سه
مثلث یعنی ا ب ح ر ب د د ب ک پس میکوییم در دو مثلث د ب ک ط د م
دو زاویه ب د ک ط د م متساویند زیراکه هریك با زاویهٔ ط د ه معادل قائمه
است پس این دو مثلث یعنی د ب ک ط د ه نیز متساویند و از تساوی انها
تساوی چهار مثلث ثابت شد پس میکوییم در دو مثلث ط د ه ل ح ه دو
زاویهٔ ط ه د ل ح ه متساویند زیراکه هریك از انها تمام ل ح ه از قائمه پس
این دو مثلث نیز متساویند و از تساوی انها ثابت میشود که پنج مثلث مذکور
متساویند پس میکوییم دو سطح م ک ر ط مربع اند زیراکه دو ضلع م د د ک
متساویند بعمل و دو ضلع ر د د ط متساویند بجهت تساوی مثلثات پس
بنحویکه در رقم سابق گذشت باید هریك از انها متساوی الاضلاع و
قایم الزوایا باشد پس مربع خواهند بود و این دو مربع مساوی د و مربع ضلعین
اند زیراکه نظر بتساوی مثلثات ا ب ر د متساویند و همچنین ا ح د ک
متساویند پس میکوییم دو مثلث م د ه ل ح ب متساویند زیراکه دو خط م د
ح ل متساویند زیراکه هریك مساوی د ک است و مساوات اول با د ک
بجهت انست که هریك ضلعی از مربع م ک اند و مساوات دوم با د ک بجهت

تساوی مثلثات است

تساوی مثلثات است و دو زاویهٔ م ل بجهت قائمه بودن هریك
متساویند و دو زاویهٔ م د ه ل ح ب نیز متساویند زیراکه اول تمام م د ک
است از قائمه و دوم تمام ا ح ب است از قائمه و ذوالتمامین یعنی
ب د ک ا ح ب نظر بتساوی مثلثات متساویند پس باید تمامین یعنی
م د ه ل ح ب نیز متساوی باشند و ایضا م د ه مساوی ل ه ح است
نظر بتساوی مثلثات و ل ه ح مساوی ل ح ی است زیراکه هریك
با ل ح ه معادل قائمه است پس م د ه مساوی ل ح ب است پس
بنابر ۲۶ اضلاع و زوایای باقیه ازین دو مثلث یعنی م د ه ل ح ب
و اصل مثلث نیز متساویند پس میکوییم دو مثلث ب ه س ب ح
متساویند زیراکه هریك از ب س س ح فضل مابین ضلعین اند باعتبار انکه
در صورت اول س ک مساوی ک د است که ک د بنابر تساوی مثلثات مساوی
ا ح است که ضلع اقصر است از مثلث د ب ک بنابر تساوی مثلثات مساوی
ا ب است که ضلع اطول است پس ب س تفاوت مابین ضلعین است و ا ح
مساوی ح ل است بجهت توازی اضلاع سطح ا ل و ح ل نظر بتساوی مثلثا
مساوی ا ح است پس ا ح مساوی ا ح است که ضلع اقصر است در ینصورت
پس س ح که باقی ضلع ا ب اطول فضل مابین ضلعین است و در صورت دوم
ب ک مساوی د ر است که د ر بنابر تساوی مثلثات مساوی ا ح است که ضلع
اقصر است درین صورت و س ک مساوی ک د است که ک د بنابر تساوی مثلثا
مساوی ا ح است که ضلع اطول است درینصورت پس س ب فضل مابین
ضلعین است و ا ح مساوی ا ح است که ضلع اطول است پس س ح فضل ا ح
است بر ا ب که ضلع اقصر است درینصورت و چون ثابت شد که هریك از
ب س س ح فضل مابین ضلعین اند باید متساوی باشند پس این دو ضلع از
دو زاویهٔ ب ه س ب ح متساویند و چون دو زاویهٔ م ه ل ب ح متساویند

دو زاویه مقابله انها اعنی ب د و ب ح نیز از این دو مثلث متساوی اند
و دو زاویه د و ب ح ی قائمه اند پس بنا بر ۲۶ دو مثلث مذکور اعنی
ب هم و ب ح ی متساویند و از انچه مذکور شد ظاهر شد که مجموع دو مثلث
م د ی ب د ک اعنی مجموع مربع م ک و مثلث ب ح ی مساوی مثلث ه ح ی
است پس زیاده میکنیم بر اول یعنی مجموع مربع م ک و مثلث ب ح ی مثلث
ر ب د را و بر اخیر یعنی مثلث ه ح ی مثلث د ط ه را و بعد ذلک هر کاه سطح
ب د ط ی در صورت اول مشترک زاید و در صورت دوم مشترکی که بعض ان
زاید باشد و بعضی ناقص ظاهر میشود که دو مربع م ک ر ط یعنی دو مربع ضلعین
مساوی مربع ب ه است که مربع ضلع وتر است و کیفیت ظهور و توضیح ان



بجزئیت که در بعضی
اقسام سابقه مذکور
شد و مخفی نماند که
اقسامی که مذکور شد
مبتنی بود بر عدم
اخراج خط موازی
که با ن مربع وتر منقسم بدو قسم شود که ان دو قسم مساوی دو مربع ضلعین
باشند شش قسم شد و محرر بعد از بیان این شش قسم بجزئیکه مذکور شد
گفته است و قیاس کن بر اشکال این شش قسم امثال انها که باختلاف شروط
مختلف می شوند مثلا هرگاه شرط شود که اخراج ضلع اطول از دو ضلع
بشود خواه ضلع اطول اب باشد یا اح بنا برین سطح مشترک در جمیع
صور زاید خواهد بود و اگر شرط شود که اخراج ضلع اقصر شود خواه
اب باشد یا اح سطح مشترک در بعضی صور زاید خواهد بود و در بعضی
صور ناقص و باین سبب اشکال مختلف می شود و شکی نیست که شروط
و تقادیر دیگر متصور است که باختلاف ان اشکال و بیان مختلف

میشود همچنانکه بعد از تامل ظاهر میشود و مخفی نماند که هشت قسم اول
اول مبنی بود بر انکه خط موازی اخراج شود و مربعات اضلاع بر اضلاع
رسم شود و شش قسم اخر مبنی بود بر انکه خط موازی اخراج نشود و جمیع
مربعات بر اضلاع رسم نشود و اگرچه بر سبیل اتفاق مربع بعضی اضلاع بر
نفس ان رسم شود و از ین در اکثر اقسام هیچیک از مربعات بر اضلاع رسم
نشده و اگرچه در بعضی اقسام مربع بعضی از اضلاع بر نفس ضلع عمل شده
بود و از جهت محرر بعد از بیان شش قسم گفته است که اگر بتقدیر عدم اخراج
خط موازی شرط شود که جمیع مربعات در یکی از دو جهت اضلاع بر نفس
اضلاع عمل شود هشت قسم دیگر حاصل میشود که فرق انها از هشت قسم
اول انست که هشت قسم اول مبنی بود بر انکه اخراج خط موازی شود که
از ان مربع بدو قسم شود و اثبات شود که هر قسمی از ان مساوی یکی از
دو مربع ضلعین است و هشت قسم دیگر مبنی است بر انکه مطلوب بطریقی
دیگر بیان شود و طریق استخراج این هشت قسم انست که هرگاه مربع وتر
یعنی ب ح در جهتی از ب ح واقع شود که منطبق بر مثلث شود پس
مربع اب نیز یا منطبق است بر مثلث یا در جهتی دیگر واقع میشود که
غیر منطبق باشد و بر هر یک از ین دو تقدیر مربع اح یا منطبق است یا
غیر منطبق و این چهار قسم میشود و هرگاه مربع وتر در جهتی از وتر واقع
شود که غیر منطبق بر مثلث باشد یا بر مربع اب یا منطبق یا غیر منطبق و بهر
تقدیر مربع اح یا منطبق یا غیر منطبق و این نیز چهار قسم میشود پس مجموع
هشت قسم میشود انست که همین مربع وتر منطبق بر مثلث باشد
و همچنین از دو مربع ضلعین منطبق نباشد لهذا اشکال را چنین رسم

میکنیم و اکتفا برسم دو شکل میشود یکی از جهت صورت تساوی اب اج
و یکی از جهت احد دو صورت اختلاف که در اینجا صورت دوم باشد
یعنی اطولیة اب از اج زیراکه تفاوت متعدد بدر ما بین دو صورت
اختلاف این قسم در بیان نیست و ازین جهت محرر بعد از بیان مطلوب
در صورت اطولیة اب صورت اقصریة از احواله بر صورت اطولیة
نموده پس بجهت اثبات مطلوب اخراج میکنیم ب ا ج ا را تا از مربع
بیرون روند و بر نقطه م د پس اگر اب اج متساوی باشند این دو
نقطه بر دو نقطه ه د واقع میشوند زیراکه اگر بر غیر این دو نقطه واقع
شوند هیچیک از دو زاویه اج ب اب ج نصف قائمه نخواهند بود
و حال انکه درینصورت لازم است که هر یک ازین دو زاویه نصف
قائمه باشد مثلا اگر خط ب ا بر ج ه واقع شود که نقطه م در ما بین
ج ه واقع شود زاویه ب م ج اعظم از زاویه اب ج خواهد بود زیرا
که وتر ب م ج که ج ب باشد برین تقدیر اعظم است از وتر اب ج که
ج م باشد لهذا ب م ج اعظم از نصف قائمه است و اب ج اصغر
از نصف قائمه است و اگر ب ا بر ه د واقع شود که نقطه م در ما بین
ه د واقع شود زاویه م ب د اصغر از نصف قائمه خواهد بود پس
اب ج اعظم از نصف قائمه خواهد بود و بمثل این بیان ثابت میکنیم
که خط ج ا اگر بر غیر نقطه د واقع شود زاویه اج ب نصف قائمه نخواهد
بود پس متعین شد که درین صورت نقطه م باید بر ه واقع شود و نقطه
د بر د واقع شود و اگر اب اج مختلف باشند دو نقطه مذکوره یعنی
م د بر نفس ضلعین واقع یعنی ج ه ه د واقع میشوند زیراکه بر تقدیری
که اب اطول باشد همچنانکه مفروض است اگر ب ا بر ه واقع شود که نقطه
م بر ه واقع شود زاویه ج ه ب مساوی زاویه اب د خواهد بود و وجه

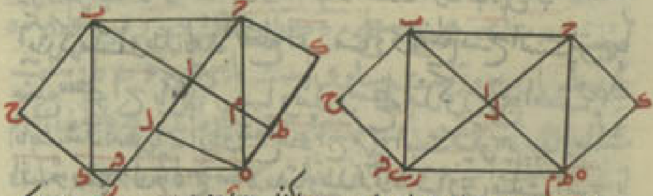
ان ظاهر است

ان ظاهر است و اب د اعظم است از نصف قائمه بجهت انکه تمام اب ج
است از قائمه و اب ج کمتر از نصف قائمه است پس ج ه ب نیز اعظم
است از نصف قائمه و میتوانیم بگوییم چون ج ب ا اصغر از نصف قائمه
است ج م ب اعظم از نصف قائمه است پس ج ب بجهت انکه وتر
زاویه عظمی است در مثلث ج ب ه اطول است از ج ه که وتر زاویه
ج ب ا صغری است و هو خلف و اگر ب ا ج ه را در خارج نقطه ه
ملاقات کند یعنی نقطه م بر خط د ه واقع شود زاویه د ب م اعظم
خواهد بود از زاویه ب م د زیراکه مثلث ب م د زاویه د قائمه است
پس باید دو زاویه دیگر که د ب م ب م د باشند مساوی بقائمه باشند
و مجموع د ب م م ب ج یعنی اب ج نیز مساوی بقائمه اند و چون د ب م
مشترک لهذا ا ب م د مساوی اب ج خواهد بود پس د ب م اعظم است از
ب م د لهذا باید ضلع د م که وتر زاویه د ب م عظمی است اطول باشد از ضلع
ب د که وتر زاویه ب م د صغری است و این باطل است پس متعین شد
که نقطه م باید در ما بین ج ه واقع شود و همچنین میگوییم اگر ج ا بر
نقطه د واقع شود یعنی نقطه د بر د واقع شود لازم می اید که ج ه اطول
از ه د باشد زیراکه ج ه د مساوی زاویه ب ج ا است زیراکه دو زاویه
متبادله اند که از وقوع خط ج د بر دو متوازی ج ه ب د واقع شده و ایضا
دو زاویه ج د متقابل از مربع چون قطر ج د از احدهما بدیگری اخراج
لهذا هر یک بان قطر تنصیف شده پس ج د ه که نصف احدهما است
مساوی ب ج ا است که نصف دیگریست و چون این دو زاویه متساوی
باشند و دوم که ب ج ا است اعظم از نصف قائمه درین صورت باید
ج د ه نیز اعظم از نصف قائمه باشد و اعظم باشد از ه ج د که کمتر از

نصف قائمه است پس ه ح که وتر زاویه عظمی است اطول است از
ه ک که وتر صغری است وهذا خلف واگر نقطه ق بر خط ب ی واقع
شود لازم می اید ب د اعظم از ب ح باشد زیراکه ب د وتر زاویه
ب ح د است که اعظم است از زاویه ب د ح است بجهت تساوی
ان با زاویه ا ب ح همچنانکه وجه ان ظاهر شد واعظمیة ب د از ب ح
ظاهر البطلان است پس متعین شد که باید ح ا بعد از اخراج در مابین ه
ی واقع شود وچون این معلوم شد اخراج میکنیم از ی ه دو عمود ی ر
ه ط را بر ح ا که اخراج شده اند یعنی ی ر را بر ح ا مخرج اخراج میکنیم
و ی ر را از طرف ی و ه ط را از طرف ط اخراج میکنیم پس این دو عمود
درصورت اول ی ح ه ک خواهند بود وبنابرین اخراج دو عمود درصورت
اول حواله بر شکل آ خواهد بود ودرصورت اخر بشکل ۲ ا خواهد
بود واخراج میکنیم از ب ح دو عمود ب ح ح ک را بر ر ح ه ک پس
ملاقات میکند ب ح ر ح را بر نقطه ح بجهت انکه خارج اند از ح
بر کمتر از دو قائمه ر ح ک ه ک را بر نقطه ک بجهت انکه خارج از ح ه
بر کمتر از دو قائمه پس بنا بر تقدیر اختلاف ب را اطول فرض میکنیم
همچنانکه رسم شده واخراج میکنیم از ه عمود ه ل را بر ح ر وان عمود
درصورت تساوی بر نقطه آ واقع میشود که دو نقطه ل آ متحد میشوند
زیراکه اگر بر غیر نقطه آ واقع شود بعد از اخراج ب آ بنقطه ه لازم میاید
اجتماع دو قائمه در مثلث ل آ ه ودرصورت اختلاف مفروض یعنی
اطولیة ا ب بر غیر نقطه آ واقع میشود ولازم است که در مابین آ ه
واقع شود زیراکه اگر بر نقطه آ واقع شود لازم می اید تساوی جزء و
کل بجهت انکه زاویه م آ ل قائمه است وبر تقدیر وقوع ل بر آ ه ل ه

جزء ان خواهد

جزء ان خواهد بود باوجود انکه قائمه است وبعضی گفته اند که اگر ل بر آ واقع شود
لازم می اید ه ل ح خط متصل واحد شود ودو خط مستقیم بیک سطح
محیط شوند وبراین تعلیل ایرادی که سابقا مذکور شد وارد می اید و
توجیه مذکور نیز ممکن است واگر ل بر نقطه ق واقع شود لازم می اید که زاویه
حاده قائمه باشد زیراکه ه د ح حاده است واگر بر ز واقع شود لازم می اید
که با ز ی خط واحد مستقیم شود ودو خط ه ی ه ر ی بیک سطح محیط شوند
واین محال است پس باید در مابین آ ه واقع شود پس میگوییم دو سطح ل ک
ا ح که متوازی الاضلاع اند بجهت قیام زوایا بلکه مربع اند بجهت انکه بنا
بر تساوی مثلثات ح آ ح ک متساویند وهمچنین ب آ ب ح نیز متساوی اند
این دو مربع مساوی مربع ب ه که مربع وتر است اما درصورت تساوی ضلعین
مساوات ظاهر است زیراکه دو مثلث خارج از مربع وتر ودلخل در دو مربع
ضلعین مساویند با دو مثلث داخل در مربع وتر وخارج از دو مربع ضلعین
واما درصورت اختلاف میگوییم دو سطح ا ک ا ح مربع اند وسطح ل ک
مربع نیست ومربع نبودن ل ک ظاهر است اما مربع ا ک بجهت انکه



سطح ل ک متوازی الاضلاع است زیراکه زاویه ط قائمه است باعتبار انکه
ه ط عمود است بر ب آ مخرج وهمچنین زاویه آ قائمه است ووجه ان ظاهر
پس بنا بر کج دو خط ک ه ح ل متوازی اند وباوجود توازی این دو خط
وقیام زاویه ل باید زاویه ه نیز قائمه باشد وبعمل زاویه ک نیز قائمه است
پس بنا بر کج دو خط ح ک ه ل نیز متساویند پس سطح ل ک متوازی الاضلاع است

و ح ک مساوی ه ل است و ه ل مساوی آ ح است زیراکه در دو مثلث
ا ب ح ه ل دو زاویه ا ب ح ه ل متساویند زیراکه هریک تمام زاویه
ا ح ب است از قائمه و هریک از دو زاویه ک آ قائمه اند و دو ضلع ح ب
ح ه متساویند پس دو مثلث مذکور بایکدیگر برابرند پس ه ل مساوی آ ح
و ثابت شد که ه ل مساوی ک ح است پس ک ح مساویست با آ ح و چون این
دو ضلع که بایکدیگر ملاقات نموده اند متساوی باشند باید چهار ضلع
سطح ا ک بایکدیگر مساوی باشند لهذا سطح مذکور مربع خواهد بود زیراکه
ذو اربعه اضلاعی است که متساوی الاضلاع و الزوایاست و اما مربع
بودن سطح ا ح بجهت انست که هریک از سه زاویه ا ر ح قائمه است پس
زاویه ب نیز قائمه است زیراکه اگر قائمه نباشد لازم می اید بعد از اخراج قطر
ا ح سه زاویه مثلث کمتر یا زیادتر از دو قائمه باشد و این باطل است و چون
ثابت شد که این سطح قایم الزوایاست میگوییم ضلع ا ب مساوی ضلع ب ح است
زیراکه در دو مثلث ا ب ح ک ب ح هریک از دو زاویه ا ح قائمه است و
دو ضلع ح ب ک ب متساویند و زاویه ح ب آ مساوی زاویه ح ب ک است
زیراکه هریک از انها تمام زاویه ا ب ک است از قائمه پس دو مثلث مذکور
بایکدیگر متساویند لهذا ضلع ا ب مساوی ضلع ب ح است پس چهار
ضلع سطح ا ح بایکدیگر مساویند و سطح مذکور مربع است و چون
ثابت شد که هریک از دو سطح ا ک ا ح مربع است میگوییم چهار مثلث
ا ب ح ک ه ح ل ح ه ح ب ک متساویند زیراکه تساوی مثلث ا ب ح با
هریک از مثلث ل ح ه و مثلث ح ب ک ثابت شد پس این سه مثلث
بایکدیگر مساویند و مثلث ل ح ه مساویست با مثلث ک ه ح زیراکه دو زاویه
ک ه ح ل بایکدیگر برابرند بجهت انکه دو متبادله اند که درمابین دو خط
ک ه ح ل موازی واقعند و هریک از دو زاویه ک ل قائمه است و خط
ه ح مشترک است پس این دو مثلث نیز مساویند و از تساوی انها تساوی

چهار مثلث

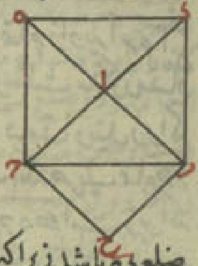
چهار مثلث مذکوره لازم است پس میگوییم دو مثلث ا ح م ل ه د متساویند
زیراکه هریک از دو زاویه ا ل قائمه است و زاویه ا ح م مساوی زاویه
ل ه د است زیراکه هریک تمام ح ه ل است از قائمه و ایضا زاویه ا ح م
مساوی زاویه ک ه ح است بجهت انکه متبادله اند چنانکه مذکور شد
و ک ح مساوی ل ه د است زیراکه هریک تمام ح ه ل است از قائمه پس
ا ح م مساوی ل ه د است و دو خط ل ه ا ح متساویند چنانکه مذکور شد
پس دو مثلث مذکور یعنی ا ح م ل ه د متساویند پس ح م ه د متساویند
و چون دو متساوی را در دو ضلع ح ه ه د متساوی بیندازیم آنچه باقی
میماند یعنی م ه د ه نیز متساویند پس دو مثلث ه م ط د ه ر نیز متساوی
اند زیراکه م ه د ه متساویند و هریک از دو زاویه ر ط قائمه اند و زاویه
ر د ه مساوی زاویه ط م ه است زیراکه زاویه مقابله اولی یعنی ه د ل
مساوی مقابله ثانیه است که ح م ا باشد پس دو مثلث مذکور متساویند
پس میگوییم چونکه دو مثلث ا ح م ل ه د متساویند پس هرگاه سطح ل ا م ه را
مشترک بگردانیم خواهد بود سطح د ا م ه مساوی مثلث ل ح ه اعنی
مثلث ه ح ک اعنی مجموع سطح م ح ک ط و مثلث د ه ر پس سطح د ا م ه
که بعضی از مربع وتر است مساوی است با سطح م ح ک ط و مثلث
د ه ر که هریک بعضی از احد دو مربع ضلعین اند پس هرگاه اضافه کنیم
بر اول مثلث ا ب ح را و بر ثانی مثلث ح ب ک را که مساوی مثلث
ا ب ح است خواهد گردید مجموع سطح د ا م ه و مثلث ا ب ح که این
مجموع بعضی از مربع وتر است مساوی مجموع سطح م ح ک ط و دو مثلث
د ه ر ح ب ک که این مجموع بعضی از دو مربع ضلعین است پس هرگاه سطح
د ب ا ح و مثلث ا ح م را مشترک بسازیم و بر مجموع اول زیاد کنیم مربع
مربع ب ه یعنی مربع وتر حاصل میشود و اگر بر مجموع ثانی زیاد کنیم دو مربع

اح اک را یعنی دو مربع ضلعین حاصل میشود پس مربع وتر با دو مربع ضلعین
مساویست وهو المطلوب دمحرّر بعد از اتمام این مطلوب گفته است که قیاس
کن بران اگر اب اقصر باشد ومخفی نیست که هرگاه اب اقصر باشد مثلث احم
بهم نخواهد رسید وهیئت شکل چنین خواهد بود وطریقه بیان درین

صورت انست که اثبات تساوی چهار
مثلث بشود بنحویکه مذکور شد پس اثبات
تساوی دو مثلث ددره طم بشود باین
نحو که میگوئیم دو مثلث دبح م ب د متساویند
زیرا که دو ضلع بح ب د متساویند وهریك از دو زاویه ب د قائمه است
ودو زاویه بح د م ب د متساویند زیرا که هریك تمام زاویه اب ح است
از قائمه پس این دو مثلث متساویند لهذا دب م د متساویند وهرگاه این دو
متساوی از دو ضلع د ک ده د متساوی بیندازیم د ک م ه که باقی میماند که
هریك ضلعی اند از دو مثلث ددره طم متساویند وهریك از زاویه رط
قائمه است ودو زاویه م ه ط د د ر نیز متساویند زیرا که ددر مساوی
ح ه ل است نظر بتساوی مثلثات و ح ه ل مساوی م ه ط است زیرا که
هریك تمام ل ه م است از قائمه پس د د ر مساوی م ه ط است پس دو مثلث
ددره طم متساوی بعد از اثبات تساوی چهار مثلث واین دو مثلث
برهان را بمثل انچه مذکور شد تمام میکنیم وممکن است که در شکلی که در
شکل دوم که در کتاب ا ح از اب هرگاه اقصر باشد فرض کنیم واعمالی که با
ا ح در اصل کتاب عمل شده بعنوان انکه ا ح است با ان عمل شود بعنوان انکه
اب است وبنابرین مثلثات بنحوی خواهند بود که اب اطول باشد لکن اسماء
انها مختلف میشود وعدد انها مختلف نخواهد شد وهمچنین سایر خطوط
مثلا در موضع نقطه ه د خواهد بود وعمود ه ل د ل خواهد شد وخط
ح ال ب ال خواهد بود وعلی هذا القیاس قسم دوم انست که مربع وتر با مربع

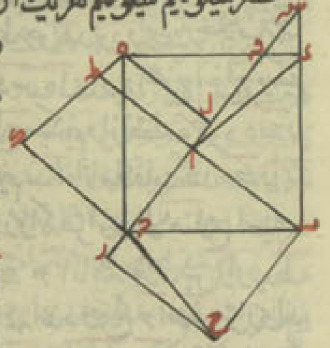
احد ضلعین که

احد ضلعین که اب باشد منطبق بر مثلث باشند ومربع قسم دیگر که ا ح باشد
منطبق نباشد ودرین قسم اگر اب ا ح متساوی باشند حکم ظاهر است
زیرا که بعد از اخراج ب ا ا ح تا واقع شوند بر دو نقطه ه د وعمل مثلث ب ح
که مساوی اب ح باشد میگوئیم جمیع مثلثاتی که بهم رسیده اند متساویند و



وهر دو مثلث از ان مساوی مربع احد ضلعین وچهار
مثلث مساوی مربع وتر است واگر اب اطول باشد
بعد از رسم مربع ان بنحویکه لازم است اخراج میکنیم
ح ا را تا بیرون از مربع وموضع خروج ان از مربع یعنی
نقطه د واجب است که در مابین دو نقطه د ه از
ضلع د ه باشد زیرا که نقطه د منطبق شود بر نقطه د باید زاویه ه ح د نیز
قائمه باشد وحال انکه بفرض اصغر از نصف است واگر بر خط د ب واقع
شود زاویه ا ح ب اصغر از نصف قائمه خواهد بود واین نیز خلاف فرض
است پس از دو نقطه د ه دو عمود د س ه ل را بر ح ا المخرج اخراج میکنیم
واز نقطه ح عمود ح ک را بر ا ح اخراج میکنیم واز نقطه ه عمود ه ک را
بر ح ک اخراج میکنیم واخراج میکنیم ب ا را تا ملاقات کند ه ک را بر ط
پس میگوئیم سطح ا ک ط مربع است زیرا که متوازی الاضلاع است
باعتبار انکه هریك از سه زاویه ک ح ا قائمه بفرض پس زاویه ط
نیز قائمه است پس چونکه دو زاویه ح ک قائمه اند دو ضلع ح ا ک ط متوازی اند
وچونکه دو زاویه ا ح با ط ک قائمه اند دو ضلع ا ط ح ک متوازی اند وچون
توازی اضلاع ان ثابت شد هریك از دو ضلع متقابل ان متساویند
۳۴ وچونکه دو مثلث اب ح ه ح ک متساویند زیرا که زاویه ا ح ب مساوی
زاویه ه ح ک است باعتبار انکه هریك تمام ا ح م است از قائمه وزاویه
ا مساوی ک است چون هریك قائمه است ودو ضلع ب ح ه ح مساوی اند پس
دو ضلع ا ح ح ک نیز متساویند پس سطح مذکور یعنی ا ک مربع است ووصل

میکنیم ح ح د آ را و میگوییم دو مثلث ا م ح ل ه د متساویند زیرا که ا ح ه ل متساویند
بجهت آنکه سطح ا ل ه ط متوازی الاضلاع است پس ه ل مساوی ا ط است
که ا ط مساوی ا ح است پس ه ل نیز مساوی ا ح است و ایضا دو مثلث
ه ل ح ا ب ح مساویند زیرا که هر یک از دو زاویه ل ا قائمه اند و دو زاویه
ل ه ح ا ح ب متساویند زیرا که هر یک از آنها تمام زاویه ا ح م است
از قائمه و دو ضلع ه ح ب ح متساویند پس دو مثلث مذکور متساویند
و ل ه مساوی ا ح است و دو زاویه ا ح م ل ه د متساویند زیرا که
زاویه ا ح م مساوی زاویه ح ه ک است بجهت آنکه هر یک تمام ح ح
است از قائمه و زاویه ل ه د نیز مساوی زاویه ح ه ک است زیرا که
هر یک تمام ل ه م است از قائمه پس ا ح م ل ه د متساویند و بوجه
اخصر میگوییم هر یک ازین دو زاویه تمام ل ه ح است از قائمه



و بوجه دیگر میگوییم که ثابت شد که
دو زاویه ل ه ح ا ح ب متساویند
پس باید ل ه د ا ح م که از دو قائمه
باقی میمانند بعد از اسقاط دو متساوی
مساوی باشند و هر یک از دو زاویه
ل قائمه است پس بنا بر ۲۶ دو مثلث
~~دو مثلث~~ مذکور اعنی ا م ح ل ه د
متساویند و بعد از ملاحظه اشتراک سطح ل ا م ه سطح د ا م ه مساوی
مثلث ل ح ه است که مساوی مثلث ه ح ک است زیرا که سطح ه ل
ح ک متساوی الاضلاع است و قطر ازا تنصیف باین دو مثلث
کرده است پس سطح د ا م ه مساوی مثلث ه ح ک است پس میگوییم
دو مثلث د س د م ه ط متساویند زیرا که م ه د ک دو بقیه اند از دو

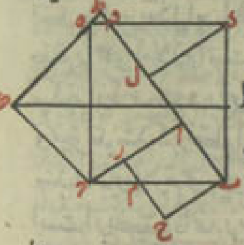
ضلع متساوی

ضلع متساوی ح ه ه د بعد از اسقاط دو متساوی ح م ه د متساویند و هر یک
از دو زاویه ط س قائمه است و دو زاویه ه م ط د س متساویند بجهت آنکه
دو زاویه متقابله انها اعنی ا م ح ه د ل متساویند بجهت تساوی دو
مثلث ا م ح ل ه د همچنانکه مذکور شد پس بنا بر ۲۶ دو مثلث مذکور اعنی
د س د ه م ط متساویند و دو مثلث د ب ا ح ب ح نیز متساویند زیرا
که دو زاویه د ب ا ح ب ح مساویند زیرا که هر یک از آنها تمام ح ب ا است
از قائمه و دو ضلع ب د ب ح متساویند و دو ضلع ب ح ب ا نیز متساویند
پس بنا بر ۴ دو مثلث متساویند و دو مثلث ا د س ح ح ر نیز متساویند
زیرا که دو زاویه د ا س ح ح ر که باقی میمانند از دو زاویه س ا ب ح ب
بعد از اسقاط دو زاویه د ا ب ح ب که تساوی انها ثابت شد متساویند
و هر یک از دو زاویه س ر قائمه اند و دو ضلع ا د ح متساویند نظر
بتساوی دو مثلث د ب ا ح ب ح پس تساوی دو مثلث مذکور یعنی ا د س
ح ح ر لازم است پس میگوییم جمیع د ب ا س مساوی جمیع ح ب ح ر است
و مثلث د س د مساوی مثلث ه م ط است پس جمیع سطح د ب ا د و
مثلث ه م ط مساوی سطح ح ب ح ر است پس هرگاه سطح م ح ط ک را
مشترک بگردانیم و اضافه کنیم بر اول حاصل خواهد شد مجموع سطح
د ب ا د و مثلث ه ح ک اعنی سطح د ا م ه که مساوی این مثلث است
همچنانکه ثابت شد و این مجموع عبارت است از مجموع سطح د ب م ه
که بعضی از مربع وتر است و هرگاه اضافه کنیم بر اخیر حاصل خواهد شد
مجموع دو سطح ح ب ح ر م ح ک ط که بعضی است از دو مربع ضلعین
پس مجموع اول که بعض مربع وتر است مساویست با مجموع اخیر که بعضی
از دو مربع ضلعین است پس بعد ملاحظه اشتراک مثلث ب م ح
مجموع اول با این مثلث مربع وتر است و مجموع اخیر با این مثلث دو مربع

ضلعین است پس مربع وتر با دو مربع ضلعین مساویند وهو المطلوب
واین حکم صورتی بود که اب اطول باشد واما اگر اقصر باشد اخراج میکنیم
اب را تا از مربع بیرون رود وموضع خروج یعنی نقطه د باید درمابین ده
باشد ونمیتواند شد که بر نقطه ه یا و بر خط ه ح واقع شود بمثل بیانی که
که در صورت سابقه مذکور شد واخراج میکنیم بر اب مخرج از دو نقطه
ده دو عمود دل ه ط را و ه ط را از طرف ه اخراج میکنیم واخراج عمود
ه ط بر اب مخرج بعد از اخراج اد است از نقطه د وطرف عمود دل اعنی
نقطه ل جایز نیست که بر ا واقع شود والا دل اح خط واحد مستقیم خواهد
شد واز این لازم می اید که دو زاویه د ح ب ب د ح متساوی باشند
یعنی هر یك از انها نصف قائمه باشد واین باطل است زیرا که زاویه
اح ب اصغر از نصف قائمه است بجهت انکه اح اطول است از اب
بفرض وایضا لازم می اید تساوی دو زاویه اب ح اح ب زیرا که زاویه ا قائمه است
وزاویه اح ب بر این تقدیر نصف قائمه است زیرا که قطر د اح تنصیف میکند
قائمه ح ب را پس زاویه باقیه از مثلث یعنی اب ح نصف قائمه است پس
اح ب اب ح مساوی خواهند بود واز این لازم می اید تساوی دو ضلع اب
اح هذا خلف وجایز نیست که نقطه ل در مابین اب واقع شود والا چونکه
دو مثلث د ب ل اح ب متساویند دو زاویه ل ا قائمه اند ودو زاویه د ب ل
اح ب متساویند زیرا که هر یك تمام اب ح است از قائمه ود ب مساوی ب ح
است لازم می اید که ب ل مساوی اح باشد وحال انکه ب ل اصغر است از
اب که ان اصغر است از اح وهذا خلف وعمود ه ط چون اد بعد از اخراج ان تا
از نقطه د جایز نیست که طرف ان اعنی ط بر نقطه د واقع شود ومع ذلك فرض
وقوع بشود لازم می اید که دو خط مستقیم بیك سطح محیط شوند یا زاویه
قائمه منطبق بر حاده یا بر منفرجه شود زیرا که اگر با وجود نقطه ط بر د خط ه ط
منطبق بر ه د نشود امر اول لازم می اید واگر منطبق باید هر یك از زاویها که

ازتقاطع ه و با د

از تقاطع ه د با ل د بعد از اخراج ل د بهم میرسد وحال انکه دو زاویه از ان
حاده است ودو منفرجه پس لازم می اید انطباق قائمه هم بر حاده وهم
بر منفرجه واگر نقطه ط در مابین د ل واقع شود لازم می اید در مثلث ه د ط
اجتماع قائمه ومنفرجه پس ثابت که عمود د ل بر مابین اد واقع شود و
عمود ه ط بعد از اخراج ل د بر فوق نقطه ح واقع شود وبعد از اعمال
مذکوره از نقطه ح اخراج میکنیم عمود م ك را بر عمود ط ه مخرج بنحوی که
سابقا مذکور شد بیان میکنیم که سه مثلث اب ح ك ه ح د ل ب
متساویند و ا ك مربع است پس میکوییم دو مثلث د ل د ب ح م متساویند
زیرا که هر یك از دو زاویه ل ح قائمه است وزاویه د د ل مساوی زاویه ب ح
است زیرا که ب ح ا ب ح است از قائمه و د د ل تمام ل د ب است از قائمه
و ل د ب نظر بتساوی مثلثات مساوی اب ح است پس د د ل نیز تمام
اب ح است از قائمه لهذا تساوی د د ل م ب ح لازم است وضلع د ل
مساوی ضلع ب ح است زیرا که ب ح مساوی ب ا است که ب ا مساوی
د ل است نظر بتساوی مثلثات پس بنا بر ۲۶



دو مثلث مذکور اعنی د ل د ب ح م متساویند
لهذا دو ضلع د د ب م متساویند وبعد از اسقاط
این دو متساوی از د ه ب ح انچه باقی میماند یعنی
د ه م ح نیز متساویند واز این لازم می اید تساوی
دو مثلث د ط ه م ر ح زیرا که د ه م ح متساویند
وهر یك از زاویه ط و ر قائمه ودو زاویه د م نیز متساویند بجهت تقابل بفا
بامتساویین همچنانکه مذکور شد پس بنا ۲۶ دو مثلث مذکور متساویند
واز انچه مذکور شد ظاهر شد که مجموع دو مثلث ب د م ر ح که بعضی از
مربع وتر است مساویست با مجموع مثلثات ك ه ح د ط ه ب ح م که بعضی
از دو مربع ضلعین است وبعد از ملاحظه اشتراك باقی سطح که ح ه د

بـ ج بر باشد ثابت میشود تساوی مربع وتر با مربع ضلعین وهو المطلوب
قسم سیم انست که مربع وتر با مربع اج منطبق بر مثلث باشد ومربع اب
منطبق نباشد ومحرر متعرض این قسم نشده زیرا که بیان وکیفیت شکل
ان بمقایسه قسم دوم ظاهر است بجهت انکه اگر اج مساوی اب باشد
حکم ان مثل صورت تساوی قسم دوم است واگر اج اطول باشد باید
حکم ان قیاس بر اب اطول شود واگر اقصر باشد قیاس بر اب اقصر
میشود وبعد از انچه مذکور شد کیفیت قیاس در رسم شکل وبیان در
غایت وضوح است قسم چهارم انست که هر سه مربع یعنی مربع وتر ودو
مربع ضلعین منطبق بر مثلث باشند پس اگر دو ضلع اب اج متساوی
باشند دو مربع انها بر یکدیگر منطبق میشوند باین هیئت وحکم ان ظاهر است

زیرا که مثلثاتی که بهم رسیده متساویند وهر دو از ان
مثلثات مساوی مربع احد ضلعین است وچهار
مثلث مساوی مربع وتر است همچنانکه ظاهر است واگر
احد ضلعین مثل اب اطول باشد رسم میکنیم مربع وتر ومربع هر یک از دو
ضلع را بنحوی که لازم است واخراج میکنیم حک را تا ل و طک را تا م واخراج
میکنیم از د عمود د ن را بر اب ونقطه ن لازم است که در مابین اب واقع شود
ونمیتواند شد که بر نقطه ا واقع شود والا خط د ا ح خط مستقیم واحد خواهد
شد واز ین لازم می اید که زاویه ح ا د نصف قائمه باشد وحال انکه صغر
است از نصف قائمه زیرا که اح ب اعظم است از نصف قائمه وایضا
در دو مثلث د ب ن ا ح ب بجهت تساوی انها همچنانکه مکرر مذکور شد
دو ضلع د ن ا ب متساویند ودو ضلع ب ح ا ح نیز متساویند پس اگر نقطه
ن بر ا واقع شود لازم می اید تساوی اب اح وهذا خلف ونمیتواند شد که
ن در خارج اب واقع شود بنحوی که ا در مابین ب ن واقع شود والا لازم
اید که اح اطول از اب باشد وهذا خلف پس متعین شد که طرف عمود

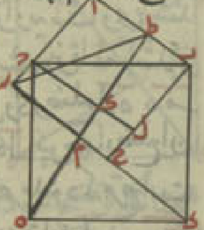
دو اعتراض در اول

ج
د ن واقع در مابین اب واقع شود پس اخراج
میکنیم از ه عمود ه س را بر د ن ونقطه س یا
در مابین د ن واقع شود ونمی تواند شد که
بر ن واقع شود والا ه ن ب خط واحد متصل
خواهد شد واز ین لازم می اید که زاویه د ب ه
نصف قائمه باشد وحال انکه اعظم است
از قائمه زیرا که ا ب ح اصغر است از نصف قائمه

هذا خلف وایضا ضلع د ن از مثلث د ب ن مساوی اب است و
ضلع د س از مثلث د ه س مساوی اح است پس اگر س بر ن یا بر فوق
ان واقع شود لازم می اید اح مساوی اب یا اعظم از ان باشد پس
متعین شد که س در مابین د ن واقع شود پس اخراج میکنیم ح ا را
بر نقطه ع پس منفصل خواهد شد مربع ه د بچهار مثلث متساوی
ودو جه تساوی انها مکرر مذکور شد وباقی میماند مربع ف ع که مربع فضل اب
است بر اح زیرا که چون قائم الزوایا است متوازی الاضلاع است وچون نظر
بتساوی مثلثات د ه مساوی اب است وهر یک از د س ب ح مساوی
اح است پس س و ا د با یکدیگر مساویند وهر یک فضل اب است بر اح و
از تساوی این دو ضلع تساوی چهار ضلع ثابت میشود پس ثابت شد که
مربع فضل اب است بر اح ووصل میکنیم ط ر را پس دو سطح ا ل ا م نیز
منفصل خواهند شد بچهار مثلث که با یکدیگر مساوی باشند ومساوی چهار
اول باشند زیرا که هر یک دو مثلث از چهار مثلث اخیر که در یک سطح
واقعند بنا بر ٣٤ متساویند وهر یک ازین دو نیز مساویند با هر یک از
دو مثلث که در سطح دیگر واقعند مثلا ب ل ح مساوی ا ط ر است زیرا
که ضلع ل ح مساوی ضلع ا ر است ووجه ان ظاهر است وضلع ب ل

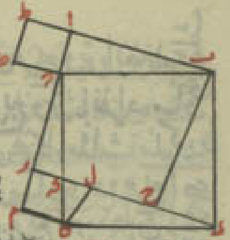
مساوی اط است زیرا که بل مساوی اح است و اح مساوی اط است
پس بل مساوی اط است و زاویهٔ ل مساوی زاویهٔ ا است پس بنا بر ۴
دو مثلث مذکور اعنی بلح اطر مساویند و از ین تساوی چهار مثلث
اخیر لازم است و چون مثلث ابح مشترک است درمیان چهار مثلث
اول و چهار مثلث اخیر و با هر یک از سه مثلث اول و سه مثلث اخیر
مساویست پس چهار مثلث اخیر مساوی چهار مثلث اول میشود و باقی
میماند مربع کح مساوی مربع دع اما مربع بودن ان بجهت انکه لک مساو
کم است زیرا که حل اعنی بل مساوی ار است اعنی طم پس حل
طم متساویند و هرگاه از ین دو متساوی حک کط متساویین نقصان
کنیم باقی میماند لک کم برابر یکدیگر و چون لک کح از سطح کح مساوی
باشند چهار ضلع ان باید متساوی باشند پس مربع بودن ان ثابت شد
و چون لح مساویست باح و رح ر فضل ار یعنی اب است بر اح لهذا
هر یک از اضلاع مربع کح بعد از فضل اب است بر اح پس این مربع
مساویست با مربع دع که مربع فضل اب است بر اح و چون ثابت شد که
مربع حد اعنی مربع وتر مساوی باد و سطح ال ام و مربع کح و مربع
اک جزء هر یک از سطحین است پس دو سطح با مربع کح عبارتست
از مربع اح که مربع خط اب باشد و مربع اک که مربع خط اح باشد پس
مربع وتر مساوی دو مربع ضلعین است و همچنانکه مذکور شد این در
صورتیست که اب اطول از اح باشد و اگر بر عکس باشد بمثل این بیان
بعد از عدم غفلت از ملاحظهٔ اختلاف حال خطوط و نقاط مطلوب
ثابت میشود قسم پنجم انست که دو مربع ضلعین منطبق باشند و مربع
وتر منطبق نباشد پس اگر دو ضلع اب اح برابر یکدیگر باشند حکم
صورت تساوی قسم سابق است یعنی باید مثلث بح ر را مثلث

ابح فرض نشود و بمثل انچه مذکور شد مطلوب را بیان نمود و اگر اب
اطول باشد رسم میکنیم سه مربع را بنحویکه لازم است و وصل
میکنیم حد را و میگوییم دح ر خط واحد است زیرا که زاویهٔ بح
قائمه است و زاویهٔ بحد نیز قائمه است پس بنا بر ۱۴ دح ر خط
واحد متصل است و وصل میکنیم کده را و میگوییم هکط نیز
خط واحد است زیرا که هر یک از دو زاویهٔ طکح هکح قائمه است
پس هکط خط واحد است و اخراج میکنیم حکر را تا ل پس منفصل
میشود مربع حک که مربع وتر است بچهار مثلث متساوی و مربع فضل
اب بر اح که مربع کح باشد و وصل میکنیم طر را پس منفصل میشود دو
سطح ال ام بچهار مثلث که متساویند و مساویند با چهار مثلث اول
و باقی میماند سطح کح مشترک میان مربع وتر
و مربع اح که مربع خط اب است پس بمثل انچه
در قسم سابق گذشت بعینه مطلوب ثابت
میشود قسم ششم انست که مجموع احد ضلعین
که اب باشد منطبق و همچنین دیگر از مربع وتر
و مربع اح منطبق نباشد پس اگر اب اح متساوی
باشند حکم ان در صورت تساوی قسم سابق ظاهر است زیرا که مربع وتر
درینصورت منقسم میشود بچهار مثلث متساوی و هر یک از مربع
ضلعین منقسم میشود بدو مثلث متساوی و مساوی با دو مثلث از
چهار مثلث مربع وتر پس مربع وتر مساوی میشود با دو مربع ضلعین و اما
اب اطول از اح باشد رسم میکنیم سه مربع را بنحویکه لازم است و
وصل میکنیم دح را و بمثل بیان متقدم ثابت میکنیم که دح ر خط واحد
متصل است و اخراج میکنیم اح را یعنی ال را درینصورت که اب اطول از

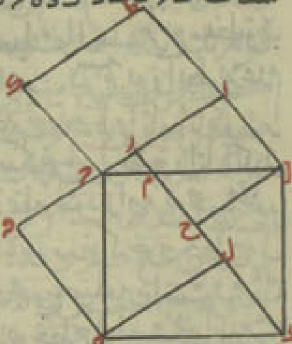


بعد از اخراج تا ز انرا از ز اخراج میکنیم و در صورت ثانیه که اح اطول است
انرا اولا از نقطه ح اخراج میکنیم و اگر گفته شود و اخراج میکنیم ا ز را
اولی خواهد بود و شامل هر دو صورت خواهد بود و بهر تقدیر بعد
از اخراج ان اخراج از نقطه ه عمود ه م را بر اح مخرج و از همین نقطه
عمود ه ك را بر ب ز پس انچه مکرر مذکور بیان میکنیم که چهار مثلث
ا ب ح ب ك ل ك ه م ح ه متساویند پس میگوییم سطح ل م مربع است
و مساوی مربع ا ك است که مربع خط اح باشد اما مربع بودن ان
بجهت انست که چهار زاویه ان قوایم اند و قیام سه زاویه ل م ز
ظاهر است اما قیام زاویه ه بجهت انست که زاویه ه یکی از دو زاویه
است که حادث شده اند از وصل خطی در ما بین دو عمود متساوی
بر خط دیگر پس بنا بر ثانی سبعه باید این دو زاویه متساوی باشند
و چون احدهما قائمه است باید دیگری که ه باشد نیز قائمه باشد پس
ثابت شد که چهار زاویه سطح ل ك قوایم اند و دو ضلع ل ه ه م
متساویند بجهت تساوی دو مثلث ح ه م ه ك ل پس چهار ضلع ان
متساوی سطح مذکور یعنی ل م میشود و باین ظاهر میشود که مربع است
و چون اح مساوی ه م است بجهت تساوی دو مثلث ا ب ح ه ح م
ثابت میشود که بعضی از مربع وتر است که مساوی مربع ا ك است پس
در دو مثلث ك ل ه ح م ه متساویین چون مثلث ل ه ه را اشتراك
بگردانیم خواهد گردید مثلث ك ه ه که بعضی از مربع وتر است مساوی
مجموع مربع ل م اعنی مربع ا ك و مثلث ح ه ز که این مجموع عبارت است
از مربع احد ضلعین یعنی اح با بعضی ضلع دیگر که ا ب باشد پس چون اضافه
کنیم با ول مثلث ب ك ح را که با جزئی از مربع وتر است و با اخیر مثلث
ا ب ح که جزئی از مربع ضلع ا ب است و باقی سطح را ب ح ه ح باشد اشتراك

کردایم

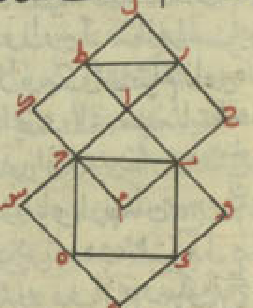


کردانیم ظاهر میشود که مربع وتر یعنی ب ح مساوی
با دو مربع ضلعین که مربع ب ز و مربع ا ك باشد و هو
المطلوب و اگر اب اقصر باشد از اح مربعات ثلثه را
بنحو لازم رسم میکنیم و وصل میکنیم ز ح را و اخراج
میکنیم اح را و بر اح مخرج عمود ه ق را اخراج میکنیم
و بر ز عمود ه ل را اخراج میکنیم پس بمثل انچه گذشت بیان میکنیم که
مثلثات ا ب ح ح ب ك ل ه ه ح ه ق متساویند و نیز بیان میکنیم که سطح



ل ق مربعی است که مساوی مربع ا ك است
زیرا که نظر بتساوی مثلثات دو ضلع
ل ه ه ق از مربع ل ق و مساویند با دو
ضلع اح ح ك از مربع ا ك و چهار زاویه
ل ق نیز مثل چهار زاویه ا ك قوایم اند
و قیام دو زاویه ل ق ظاهر است و
همچنین زاویه ز و اما قیام زاویه ه
بجهت انچه در ثانی سبعه ثابت شد
همچنانکه توضیح ان در سابق گذشت و بعد از ظهور تساوی دو ضلع
ل ق و مساوات انها با دو ضلع ا ك و قیام زوایای اربعه ان مربع بودن
ان و مساوات ان با مربع ا ك ظاهر است پس در دو مثلث ك ل ه
ح ه ق که مساوی اند سطح ل ه ح ز را اشتراك میاندازیم و میگوییم سطح
ك ه ح ز یعنی مجموع سطح ك ه ح م که بعضی از مربع از مربع وتر است
و با مربع م ح ز که خارج است از مربع وتر مساویست با جمیع مربع ل ق
اعنی ا ك که مربع اح اطول است و چون در دو مثلث ب ك ح ا ب ح
مثلث ب ح م را اشتراك بیاندازیم خواهد گردید مجموع مثلث ب ك م
که بعض باقی است از مربع وتر مساوی مربع اح که مربع ضلع ا ب

اقصراست ومثلث م ر ح چون بعض اول مربع وتر بانضمام م ح ر مساوی مربع ا ك بود وبعض دوم مربع وتر بانفراده مساوی
مربع ا ح ومثلث مذكور یعنی م ح ر بود پس هرگاه مثلث مذكور را
از دو موضع اخراج كنیم باقی میماند مربع وتر مساوی دو مربع ا ك
ا ح وهو المطلوب شكل هفتم آنست كه همین مربع ا ح منطبق باشد
ومربع هیچیك از وتر وضلع ا ب منطبق نباشد ومحرر متعرض این
شكل نیز نشده زیراكه حكم آن بقیاس بر شكل ششم باندك تاملی
ظاهر میشود شكل هشتم آنست كه هیچیك از سه مربع منطبق بر
مثلث نباشد همچنانكه در اصل كتابست پس مربع را بطریق عدم
انطباق رسم میكنیم واخراج میكنیم ح ر ك ط را تا ما تا یكدیگر را
بر نقطه ل ملاقات كنند واخراج میكنیم ح ب ك ح را تا با یكدیگر
بر نقطه م ملاقات كنند ومربع ح ك تمام شود وآن مربع مجموع ضلعین



است باین معنی كه چون خط ح ل
مساوی مجموع ضلعین است ومربع
ح ك مربع خط ح ل است پس این مربع
مربع مجموع ضلعین است هرگاه فرض
ایصال ووحدت دو ضلع بشود نه آنكه
مربع هریك است باین معنی كه یكمرتبه
مربع احد ضلعین باشد ومرتبه دیگر مربع
ضلع دیگر باشد زیراكه این بدیهی البطلانست پس اخراج میكنیم
ا ب ا ح را وور ا ب مخرج عمود د ق را اخراج میكنیم وبر ا ح مخرج عمود ه س
را اخراج میكنیم ودو عمود مذكور را اخراج میكنیم تا بر نقطه ع ملاقات
كنند پس میگوییم چهار مثلث ا ب ح ق د ب ع د ه س ه ح متساویند
زیراكه چهار ضلع ب ح ب د د ه ه ح ازین چهار مثلث مساوی یكدیگرند

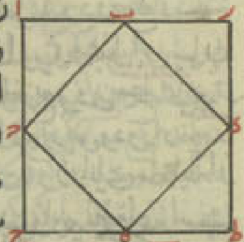
وچهار زاو

وچهار زاویه ا ق ع س قوایم اند وبواقی زوایا نیز علی التناظر
متساویند مثلا زاویه ق ب د از مثلث ق ب د مساوی ع د ه
است از مثلث ع د ه زیراكه خط د ه واقع شده است بر خط ق ع
پس باید دو زاویه حادثه از دو جنب آن خط یعنی ق د ه ه د ع
معادل دو قائمه باشند وزاویه قائمه است پس باقیمانده زاویه
ع د ه با ق د ب مساوی یكقائمه وزاویه ق ب د با ق د ب نیز
معادل یكقائمه است پس زاویه ع د ه مساوی ق ب د است زیرا
كه هریك از آنها تمام زاویه ق د ب است از قائمه وهمچنین است
حكم در بواقی مثلثات پس بنا ٤٦ تساوی چهار مثلث ثابت می
شود پس میگوییم سطح ق س مربع است ومساوی مربع ح ك است
زیراكه نظر بتساوی مثلثات ق س مساوی ا ح اعنی ح ك است
وع ه مساوی ا ب اعنی ح م است پس س ع مساوی ك م است
وهمچنین د ع مساوی ا ح اعنی ب م است وق د مساوی ا ب
اعنی د ح است پس ع ق مساوی م ح است وجمیع زوایای
ق س مثل زوایای ح ك قوایم اند پس بنا بر ٣٤ تمام مطلوب كه مربع
بودن ق س ومساوات آن با ح ك باشد ثابت است ووصل میكنیم
ر ط را ومیگوییم چهار مثلث ر ل ط ر ا ط ب ا ح ب م ح با یكدیگر
متساویند ومساوی اند با چهار مثلث اول اما مساوات آنها
با یكدیگر بجهت آنست كه دو سطح ا ل ا م بدو قطر ر ط ب ح منتصف
شده اند بچهار مثلث مذكوره پس بنا بر ٣٤ با یكدیگر متساویند
وایضا دو مثلث ر ل ط ب م ح با یكدیگر متساویند بجهت تساوی
ر ل ب م ودو ضلع ل ط م ح ودو زاویه ل م پس جمیع با یكدیگر
متساویند واما مساوات این چهار مثلث با چهار مثلث اول
بجهت آنست كه مثلث ا ب ح یكی از چهار مثلث اول ویكی از چهار

مثلث اخیر است پس مساوی باهر یک از شش مثلث دیگر است
پس باید جمیع با یکدیگر مساوی باشند و چون چهار مثلث اول را از
مربع د س بیندازیم و چهار مثلث اخیر از مربع ح ک بیندازیم باقی
میماند مربع ب ه که مربع وتر است مساوی با دو مربع ح ا ا ک که دو مربع
ضلعین است زیرا که هرگاه دو مساوی از دو مساوی ساقط شوند
انچه باقی میماند با یکدیگر مساویند و هو المطلوب و مخفی نیست که حکم
این قسم نظر بصورت مثلث که مساوات اب اج و اطولیة اب از اج و
عکس ان باشد مختلف نمی‌شود بلکه بیان در جمیع متحد است و تا
اینجا هشت قسم تمام شد و میتواند شد که اقتصار بر رسم مربع وتر کنیم
خواه غیر منطبق بر مثلث باشد یا منطبق بران باشد و اثبات مطلوب
کنیم بدون احتیاج برسم و هیچیک از دو مربع ضلعین پس دو قسم دیگر
حاصل میشود مخالف جمیع اقسام سابقه قسم اول انکه همین مربع وتر
رسم شود و منطبق بر مثلث نباشد پس باین نهج مثلث و مربع وتر را
رسم میکنیم و اخراج میکنیم اب اج را و بر اب اج مخرجین دو عمود
د ر ه ح میکنیم و این دو عمود را اخراج میکنیم تا بر نقطه ط ملاقات
کنند پس چهار مثلث متساوی حاصل میشود و مربع اط تمام میشود و مربع
تساوی چهار مثلث بجهت انست که دو زاویه و ضلعی از هر یک ازین
مثلثات مساوی دو زاویه و ضلعی است از مثلث دیگر مثلا در دو
مثلث د ر ب ب ا ج دو زاویه ا ر متساویند باعتبار انکه قائمه اند
و دو زاویه ب د ر ا ب ج نیز متساویند زیرا که زاویه ب د ر با زاویه
د ب ر معادل یکقائمه اند و زاویه ا ب ج نیز با زاویه د ب ر مساوی
یکقائمه است بجهت انکه خط ب د واقع شده است بر خط ر ا پس دو
زاویه حادثه معادل دو قائمه اند و زاویه د ب ج قائمه پس د ب ر
ا ب ج مساوی قائمه است و چون هر یک از ب د را ب ج با د ب ر

ساوی یکقائمه

مساوی یکقائمه باشد باید متساوی باشند و دو ضلع د ب ب ج
مساوی پس بنابر ٢۴ دو مثلث مذکور متساویند و بمثل این بیان
تساوی چهار مثلث را ثابت میکنیم و اما مربع بودن سطح اط بجهت
انست که زوایای ان قوایم اند زیرا که زاویه قائمه بعرض و در زاویه ح ر
قائمه اند بعمل و زاویه ط مقابل زاویه ا است و زوایای متقابله از
سطوح متوازیة الاضلاع متساویند پس زاویه نیز قائمه است
و اضلاع ان بجهت تساوی مثلثات مذکوره برابر یکدیگرند و بعد
از ثبوت تساوی زوایا و اضلاع ان مربع بودن ان ظاهر است و این
مربع مربع مجموع ضلعین است باین معنی که مثل مربع مجموع ضلعین
است نه اینکه مثل مجموع دو مربع ضلعین است زیرا که اب احد
ضلعین است و ر ب که متصل بانست مساوی ضلع دیگر است که
اج باشد و هر دو بیک خط متصل شده اند و اط مربع انست پس صادق است
که اط مربع مجموع ضلعین است پس میگوییم همچنانکه در شکل چهارم
از مقاله دوم ثابت خواهد شد مربع هر خطی مساویست با دو مربع
دو قسم ان و ضعف سطح احدهما در اخر لهذا مربع اط که مربع اج ا است
مساویست با دو مربع اج ج ح و ضعف سطح احدهما در اخر و چون
چهار مثلث مذکوره اعنی ا ب ج ح ه ط ه د ر د ب متساویند
پس از انها مثل ضعف سطح اب است در اج و هر دو از ان چهار
مثلث مثل سطح اب است در اج پس مجموع چهار مثلث مثل ضعف
سطح اب است در اج پس هرگاه مجموع این چهار مثلث را از مربع
اط که مساوی دو مربع اج است و ضعف سطح احدهما در اخر
بیندازیم باقی میماند مربع ب ه که مربع وتر است مساوی دو مربع
اب اج و هو المطلوب و مخفی نیست که موقوف بودن اثبات مطلوب
باین طریق بر شکل چهارم از مقاله دوم با وجود تاخر ان موجب دور نیست



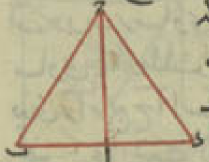
زیرا که شکل مذکور موقوف بر شکل عروس است
و اثبات باین طریق بتساوی ضلعین و اختلاف
انها مختلف نمیشود بلکه طریق بیان در صورت
تساوی و اختلاف هر دو بتجزیت که مذکور
شد قسم دوم انست که همین مربع وتر رسم
شود و منطبق بر مثلث باشد و اخراج میکنیم
عمود د ز را بر ا ب و عمود ه ح را بر د ز و اخراج میکنیم ح ا را تا ط
پس اگر دو ضلع ا ب ا ح مساوی باشند مواقع جمیع عمودها بر ا جمع خواهد
شد و مربع وتر منقسم خواهد شد بچهار مثلث متساوی و هر دو مثلث
از این چهار مساوی سطح احد ضلعین در اخر یعنی مربع احد ضلعین خواهد
بود و مجموع چهار مثلث مساوی مربع وتر خواهد بود و اگر دو ضلع ا ب
ا ح مختلف باشند منقسم میشود مربع وتر بچهار مثلث و باقی میماند

مربع ح ا مربع تفاضل باین هیئت و هر دو مثلث
ازین چهار مثلث مساوی سطح احد ضلعین است
در اخر یعنی مساوی سطح ا ب است در ب ز یا و
ب ح است زیرا که مراد از سطح خط در خطی دیگر
نه انست که مجرد ان دو خط بیک سطح محیط شوند زیرا که احاطه دو خط
مستقیم بیک سطح محال است بلکه مراد انست که ان دو خط احاطه کنند
بسطح متوازی الاضلاع قائم الزوایا باین معنی که توهم شود که احدهما
بر طرف دیگری عمود شود و بر ان گردش کند باستقامت تا بطرف دیگر ان
منتهی شود که دو خط دیگر رسم کند که یکی مثل ان خط باشد و دیگری
مثل این عمود که توهم گردش ان شد پس گویا هر یک ازین دو خط بتضعیف
شد و احدهما بتمامه در دیگری بتمامه ضرب شد پس انچه
حاصل شد سطحی است قائم الزوایا و متوازی الاضلاع که

هر یک از دو ضلع

هر یک از دو ضلع متقابل آن مساوی یکی از ان دو خط است و هر یک از
دو ضلع متقابل دیگر مساوی خط دیگر است از ان دو خط و شکی نیست
که هر گاه ا ب ا ح محیط شوند بسطحی باین طریق هر یک از مثلثات اربعه
نصف ان سطح است و هر دو مثلث مساوی مجموع ان سطح است پس
چهار مثلث مساویست با دو مثل این سطح است و این دو سطح کمتر است
از دو مربع خط ا ب ا ح بقدر مربع ح ا پس هر گاه این مربع را اضافه کنیم بر
چهار مثلث که مساویند با دو سطح مذکور انچه حاصل میشود یعنی
مربع د ح که مربع وتر است مساویست با دو مربع ا ب و ب ز یعنی ا ح
زیرا که هر خطی مربع ان خط و مربع احد قسمین ان باهم مساویست با ضعف
این خط و این قسم و مربع قسم دیگر این خط همچنانکه در شکل هفتم از
از مقاله ثانیه ثابت شد بدون توقف بر این شکل تا دور لازم اید
پس در ما نحن فیه خط مفروض ا ب است و احد قسمین ب ز است و سطح
ا ب در ب ز مساوی دو مثلث است و ضعف سطح ا ب در ب ز
مساوی چهار مثلث است همچنانکه مذکور شد و مربع قسم دیگر خط ا ب
یعنی ز ا مربع ح ا است و مجموع مربع د ح است که مربع وتر باشد و این
مجموع که عبارتست از ضعف سطح خط ا ب در احد قسمین انکه ب ز است
با مربع قسم دیگر که ز ا است همچنانکه در شکل مذکور از مقاله دوم مبین شده
مساویست با مربع خط ا ب که مثلا مربع ا ب ک ع باشد هر گاه بر خط ا ب رسم
شود و منطبق بر مثلث یا غیر منطبق بر ان و مربع احد قسمین انکه ب ز با
که مساوی ا ح است که مثلا مربع ب ز س ه باشد هر گاه بر خط رسم شود
منطبق یا غیر منطبق و چون سطح خط ا ب در ب ز با مربع ز ا مساوی بود
با مربع وتر پس دو مربع دو خط ا ب ب ز یعنی ا ح نیز مساویست با مربع وتر
وهو المطلوب و محرر گفته است که اینست تمام کلام در این شکل و من
طول دادم این کلام را در این شکل بایراد وجوه مذکوره بدو جهت اول انکه

احاطه باین وجوه باعث تدرب در صناعة است زیراکه حصول
تدرب بتمییز امور ملتبسه است که بعضی دایر بر بعضی دیگر
باشد و دوم انکه چون بعضی از طلبه را بجهت استنباط بعضی
ازین وجوه عجیبی بهم رسید من این وجوه متکثره را ایراد نمودم
که عجب ایشان زایل شود مح هرگاه مربع ضلعی از مثلث مساوی
دو مربع دو ضلع دیگران باشد باید زاویه که در ما بین این دو
ضلع دیگر است قائمه باشد و این شکل عکس شکل عروس است
پس فرض میکنیم که مربع ح ب از مثلث ا ب ح مساوی دو مربع اب
اح است پس میگوییم زاویه ا قائمه است و از جهت اثبات مطلوب
اخراج میکنیم از ا بر اح عمود اد را بنحویکه مساوی اب باشد ١١
و وصل میکنیم ح د را و میگوییم دو مربع دو خط د ح ح ب
متساویند زیراکه مربع ح ب مساویست با دو مربع اح اب بفرض
و مربع د ح نیز مساویست با این دو مربع زیراکه

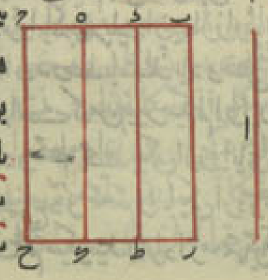


د ح چون وتر زاویه ا است که قائمه است
باعتبار انکه د ا عمود است بر اح و مربع وتر
از مثلث مساویست با دو مربع ضلعین ٤٧
پس مربع د ح مساویست با دو مربع اح اب پس مربع د ح مثل مربع
ح ب مساویست با دو مربع اح اب پس مربع د ح مساویست با مربع
ح ب پس د ح ح ب متساویند زیراکه هر دو خط که مربع انها
متساوی باشد ان دو خط نیز متساویند و این مقدمه اگرچه
در شکلی از اشکال ثابت نشد لیکن حق انست که بدیهی است
و عدم ذکر ان در علوم متعارفه مانعی ندارد زیراکه بسیاری
از اشکال سابقه و لاحقه منتهی میشود بمقدمات بینه که در
صدر مقاله از جمله مصادرات اخذ نشده و لازم نیست که هر مقدمه

بدیهیه

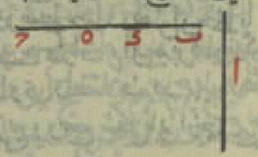
بدیهیه که بعضی اشکال منتهی بان شود در مقاله اول شکل
مذکور شود و مع ذلک ممکن است که گفته شود که اثبات تساوی
دو مربع مستلزم اثبات تساوی خطوط هر یک است با خطوط
دیگر پس مقدمه مذکوره ثابت است به برهان و بهر تقدیر بعد از
تساوی د ح ح ب میگوییم اضلاع دو مثلث اح ب اح د بر سبیل
تناظر متساویند پس زاویه ح ا ب مساویست با زاویه ح ا د قائمه
٨ پس ح ا ب نیز قائمه و هو المطلوب مقاله دوم و این مقاله
مشتمل است بر چهارده شکل و از مصادرات این مقاله انست
که هر دو خط که احاطه کنند بیکی از زوایای سطحی که متوازی الاضلاع
و قایم الزوایا باشد میگویند ان دو خط محیط اند بان سطح
و همچنانکه سابقا اشاره بان شد اطلاق احاطه برین دو خط
بر سبیل تخیل و تجوز است نه بر سبیل تحقیق زیراکه احاطه دو خط مستقیم
بلکه سطح محالست پس گویا دو خط دیگر از سطح مذکور که مساوی این
دو خط اند قایم مقام نفس این دو خط شده اند پس انچه میگویند که مربع
خطی انست که حاصل شده باشد از ضرب خطی در نفس همان خط مراد منه
از ضرب خط در خط همچنانکه سابقا مذکور شد انست که خط اول قایم شود
بر احد طرفین خط دوم بنحویکه مایل بطرفی نباشد پس توهم حرکت ان شود بر
استقامت تا قایم شود بر طرف خط دیگر خط دوم بنحو مذکور پس حاصل
از ضرب خط در خط سطحی است قایم الزوایا که بهر یک از چهار زاویه ان
دو خط محیط باشد خواه نفس ان دو خط باشند یا دو خطی باشند
که مساوی ان دو خط باشند و محرر گفته است که من تعبیر میکنم از این
سطح متوازی الاضلاع قایم الزوایا که دو خط محیط بیکی از زوایای ان
باشند بسطح احد خطین در دیگری و مجموع دو متمم را با یکی از دو سطح
متوازی الاضلاع که در ما بین انهاست علم میگویند و مراد از متممین هر

در سطح متوازی الاضلاع است که واقع باشند بر دو طرف قطر سطحی
دیگر که باز متوازی الاضلاع باشد و بر نقطهٔ از قطر ملاقات کنند
و در دو زاویه با ان سطح دیگر مشارک باشند واما اشکال همچنانکه دانستی
عدد ان چهارده است ا سطح خط در خط اخر مساوی جمیع سطوح خط
اول است در اقسام خط ثانی بلکه فی الحقیقه عین انهاست و تفاوت باجمال
و تفصیل است مثلا سطح خط آ در خط ب ح مساویست با مجموع سطوح
خط آ در اقسام ب ح که ب د د ه ه ح باشد بلکه فی الحقیقه سطح خط آ
در ب ح که ذو اربعة اضلاع ب ح باشد عین سطوح مذکوره است که
ب ط د ک ه ح باشند زیراکه از اخراج د ط ه ک سطح ب ح منقسم
شده است به سطح مذکور که ان سطوح خط آ است در اقسام ب ح
و این سه سطح فی الحقیقه عین سطح ب ح است و همچنین است حکم در
عدد زیراکه مسطح پنج در ده یعنی حاصل ضرب پنج در ده مساویست
با مسطح پنج در اقسام ده که پنج و پنج یا شش و چهار یا چهار و سه و دو
و یک باشند بجهت آنکه احاد اقسام ده مساوی احاد ده است پس
تضعیف پنج بقدر احاد ده مثل تضعیف پنج است بقدر احاد اقسام ده
و بای حال از جهت اثبات مطلوب اخراج میکنیم بنا بر ۱۱ م ۱ عمود ب ر
را بر ب ح بنحویکه مساوی خط آ باشد ۲ م ۱ و تمام میکنیم سطح ب ح
قایم الزوایا را ۳۱ م ۱ و این سطح خط آ است در ب ح و اخراج د ط ه ک را
بنحویکه موازی ب ر باشند ۳۱ م ۱ پس
هر یک از د ط ه ک مساوی ب ر خواهد
بود و چون مساوی ب ر باشند مساویند
با خط آ که مساوی ب ر است پس سطوح
ب ط د ک ه ح سطوح آ اند در خطوط
ب د د ه ه ح که اقسام ب ح اند و جمیع این



سطوح

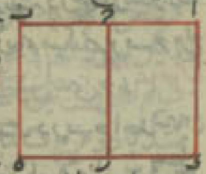
سطوح بتطبیق مساوی سطح ب ح اند بلکه عین ان اند و هو المطلوب و ایضا
سطح ب ح چون منقسم باین سطوح شده است باید بالبدیهه مساوی
این سطوح باشد و محرر گفته است بعبارت اخری میگوییم چونکه اقسام
ب د د ه ه ح هرگاه مجتمع شوند حاصل جمع نیست مگر بعد از خط ب ح پس
حاصل از سطوح آ در اقسام مذکوره هرگاه ان سطوح جمع شوند نیست مگر
مقدار سطح آ در ب ح زیراکه سطوحی که یکی از اضلاع هر یک خط واحد
ممکن نیست که مقادیر ان مختلف شود مگر باختلاف مقادیر اضلاع دیگر
زیراکه اختلاف سطوح در مقدار مستلزم اختلاف ان سطوح است در
بعضی از اضلاع زیراکه اگر همهٔ اضلاع ان سطوح متساوی باشند باید
مقادیر سطوح هم باعتبار تطبیق زوایای قوایم و اضلاع متساوی بعضی
بر بعض متساوی باشند لیکن در ما بین سطح آ در ب ح و مجموع سطوح
آ در اقسام ب ح در اضلاع نیست زیراکه ضلع ب ر که مساوی آ است در
هر دو متحد و مشترک است و مجموع اقسام که ضلع دیگر است از برای
مجموع سطوح مذکوره مساوی ب ح است و بر این قیاس است دو ضلع
دیگر که مقابل دو ضلع مذکور است پس دو ضلع مذکور یعنی سطح آ در ب ح
و مجموع سطوح آ در اقسام ب ح متساویند و حاصل کلام آنکه هرگاه
سطوح مذکوره را جمع کنیم بنحویکه اقسام ب د د ه ه ح با یکدیگر متصل
شوند و یک خط شوند حاصل میشود سطحی که یک ضلع ان خط آ است و
ضلع دیگر ان خطی است که حاصل شده است از اتصال این اقسام و
این خط مساویست با ضلع ب ح پس جمیع اضلاع این سطح که مجتمع است
ازین سطوح مساویست با اضلاع سطح آ در ب ح پس دو سطح متساویند
و مخفی نیست که رسم این خط همچنانکه محرر
در این موضع ایراد نموده است احتیاجی
بان نیست و گویا که علم این دو خط اشاره
بان باشد که در رسم این شکل اختصار بر



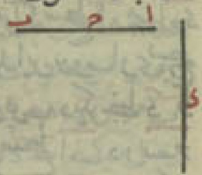
همین دو خط کافی است ب مجموع سطوح خط در اقسام ان خط مساوی
مربع ان خط است مثلا دو سطح خط اب در قسم ان که اج جب است
مساوی مربع خط اب است و همچنین است حکم در عدد یعنی سطح عدد
در اقسام ان عدد مساوی مربع ان عدد است زیرا که تربیع هر عددی
عبارت است از تضعیف ان عدد بعدد احاد ان عدد و فرقی نیست
درمیان تضعیف عدد بعدد و قدر احاد ان عدد و عدد و قدر احاد
اقسام ان عدد مثلا فرقی نیست در ضرب عشره در نفس عشره و در ضرب
ان در دو و خمسه زیرا که حاصل ضرب در صورتین متحد است و مخفی نماند
که دعوای شکل سابق اعم است از دعوای این شکل و دلالت میکند
بر اینکه مربع خط مساوی مجموع سطوح ان خط است در اقسام ان خط
زیرا که مراد از خط اخر در دعوای شکل اول اعم است از مساوی و غیر
مساوی و شکی نیست که سطح خط در خط مساوی مربع است و در غیر
مساوی غیر مربع پس دعوای شکل سابق شامل هر ذو اربعة اضلاعی
است که قایم الزوایا باشد خواه غیر مربع باشد یا مربع باشد پس ایراد
شکل ثانی مستدرک است و انچه دلالت میکند بر ارادهٔ تعمیم قول
محرر است که گفته من تعبیر میکنم از سطح مذکور بسطح احد خطین در دیگر
و ممکن است که گفته شود که مراد از خط اخر در شکل اول خط غیر مساوی نیست
زیرا که متبادر از خط اخر در دعوا یعنی سطح خط در خط اخر الی اخره
مساویت و هرگاه مراد خط مساوی باشد میگویند سطح خط در نفس ان خط
و چون این دعوی از کلام اقلیدس است انچه محرر گفته که من تعبیر الی اخر
منافی ان نیست و این توجیه نیز خالی از خدشه نیست زیرا که بران وارد
می اید که تخصیص دعوی در شکل سابق و وضع شکل ثانی راهی ندارد
و اگر در اول تعمیم دعوی میشد و گفته میشد سطح خط در نفس ان خط یا
در خطی اخر مساوی مجموع سطوح ان خط است در اقسام ان به برهان مذکور
ثابت میشد زیرا که فرقی در میان صورت تساوی و اختلاف در جریان برهان
مذکور نیست پس تخصیص دعوی در اول بغیر مربع و وضع شکل ثانی از جهت مربع

ارتکاب خلاف

ارتکاب خلاف اولی است و بهر تقدیر از جهت اثبات مطلوب رسم
میکنیم بر اب مربع اه را اهطب و اخراج میکنیم جز را موازی اه اجزط
پس دو سطح از جه دو سطح خط اد اعنی اب است در دو قسم ان
خط که اج جب باشند و مجموع این دو سطح نیست
مگر مربع اه زیرا که مربع اه منقسم شده است بخط
جز باین دو سطح و محرر گفته است دو وجه دیگر
خط د را که مثل اب است میکشیم پس بمثل انچه

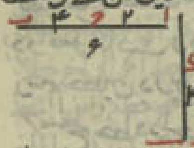


در عبارت اخری مذکور شد بیان میکنیم که سطح د در اب اعنی
مربع اب مساویست با سطوح د در اقسام اب
اعنی سطوح اب در اقسام ان و مخفی نماند
که بیان اقلیدس در شکلین فی الحقیقه راجع بیک
چیز است و همچنین بیان محرر در عبارت



اخری در اول و وجه اخر در ثانی متحد است پس تغییر از ان در اول
بعبارت اخری و در ثانی بوجه اخر خالی از خدشه نیست و انچه
گفته شده است که انچه را محرر گفته است در اول راجع است بانچه
در اصل کتابت و در ثانی راجع بان نیست محل تامل است و توجیه
رسم خطین درین موضع نیز بنحویست که در شکل سابق مذکور شد
ح سطح خط در احد قسمین ان مساویست با مجموع مربع این قسم
و سطح این قسم در قسم دیگر مثلا سطح اب در بج که یک قسم از دو
قسم انست مساوی مجموع مربع بج است که این قسم است و سطح
بج که این قسم است در اج که قسم دیگر است و همچنین است حکم
در عدد یعنی مسطح هر عددی در احد قسمین ان مساویست با
مربع این قسم و مسطح این قسم در قسم دیگر زیرا که مجموع هر عددی
عبارتست از مجموع قسمین ان پس هرگاه ان عدد مکرر شود بعدد احاد

احد قسمین ان کویا مکرر شده است همین قسم بعدد احاد خود که مربع ان
باشد و مکرر شده است همین قسم بعدد احاد قسم اخر که سطح احد
قسمین در قسم دیکر باشد مثلا سطح هفت در سه که بیست و یك باشد
مساویست با مجموع مربع سه که نه باشد و سطح سه در چهار که دوازده
باشد و برای تقدیر از جهت اثبات مطلوب رسم میکنیم بر ب ح مربع
ه ح را ۴۶ م ا و تمام میکنیم سطح اد را ۳۱ م ا پس اعنی ح د ۳۴ م ا
مساوی ح ب است پس سطح اه سطح اب است در ب ح احد قسمین
انست و این سطح مساویست با مجموع مربع ح ه که مربع این قسم است و سطح
اد که سطح ب ح است در اح که قسم اخر است زیرا که سطح اه بخط ح د
منقسم شده است بمربع ح ه و سطح اد پس باید این دو مساوی سطح
اه باشند و هو المطلوب و محرر گفته است و بوجه دیگر خط د را
رسم میکنیم مثل ب ح پس سطح د در اب یعنی سطح اب در ب ح
مساویست با مجموع دو سطح د در دو قسم اب که اح ح ب باشد که
یکی سطح اح در ح ب است و دیکری مربع خط ح ب است و هو
المطلوب د مربع خط مساویست با دو مربع قسمین ان خط و ضعف



سطح احد قسمین در د
یکری مثلا خط منقسم
شده است بنقطه ح کیف

اتفق پس میکوئیم مربع اب مساوی با دو مربع اح ح ب و ضعف سطح
اح در ب ح و این حکم نیز جاریست در عدد مثلا مربع ۶ که ۳۶ است
مساویست با دو مربع قسمین ان که ۴ و ۲ باشد یعنی ۲۰ و ضعف سطح
۴ در ۲ که ۱۶ باشد زیرا که ۲۰ و ۱۶ ۳۶ است و سر انست که هر عدد
عبارتست از مجموع دو قسم ان پس هرکاه ان عدد مکرر شود بعدد
احاد خود که مربع ان عدد باشد مکرر شده خواهد بود بعدد

احاد هر یك

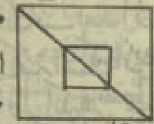
احاد هر یك از دو قسم خود تکریر مجموع عدد بعدد احاد احد قسمین
تکریر این قسم است بعدد احاد این قسم که مربع این قسم است و تکریر
قسم دیکر است بعدد احاد قسم اول و ان سطح احد قسمین است
در اخر و همچنین تکریر مجموع عدد بعدد احاد قسم دیکر تکریر این قسم
دیکر بعدد احاد خود که مربع ان باشد و تکریر قسم اولست بعدد احاد
قسم اخر و ان نیز سطح احد قسمین است در اخر پس مربع عدد مساوی
شد با دو مربع قسمین و سطح قسم اول در ثانی و سطح قسم ثانی
در اول و این دو سطح ضعف سطح احد قسمین است در اخر پس مربع
عدد مساوی با دو مربع قسمین است و ضعف سطح احدهما در اخر
و چون این معلوم شد از جهت اثبات مطلوب رسم میکنیم بر خط
اب مربع اه ۴۶ م ا و اخراج میکنیم ح ز را موازی اد ۳۱ م ا و
وصل میکنیم ب د را و ان قطع میکند ح ز را بر نقطه ح و اخراج
میکنیم از ح ط ک را موازی اب ۳۱ م ا و میکوئیم چون خط
ب د واقع شده است بر دو خط متوازی ح ز اد پس ح ح ب
خارجه مساوی زاویه اد ب داخله است ۲۹ م ا و زاویه اد ب
در مثلث اد ب مساوی زاویه اب د است ۵ م ا پس ح ح ب نیز
مساوی اب د است پس بنابر ۶ م ا ح ح ح ب در مثلث ح ح ب
متساویند و بوجه دیکر در بیان تساوی ح ح ح ب میکوئیم که دو
ضلع اب اد در مثلث اد ب متساویند و زاویه ا قائمه است
پس هر یك از دو زاویه اب د اد ب نصف قائمه است ۳۲ م ا
پس در مثلث ح ب ح زاویه ح ب ح نصف قائمه است و زاویه
ح ح ب نیز نصف قائمه است زیرا که چون خط اب بر متوازیین
اد ح ز واقع شده است پس بنابر ۲۹ م ا زاویه ب ح ح خارجه
مساوی زاویه ا داخله است و زاویه ا قائمه است پس زاویه

ب ح ح نیز قائمه است و ایضا دو زاویهٔ آ و ح ح آ معادل دو قائمه اند
٢٩ م ١ و زاویهٔ آ قائمه است پس ح ح آ نیز قائمه است و چون
ح ح آ قائمه باشد ح ح ب نیز قائمه است پس بنا بر ٢٣ م ١ باقی
خواهد ماند زاویهٔ ح ح ب در مثلث ح ح ب نصف قائمه و چون
هر یك از دو ح ب ح ح ح ب نصف قائمه باشند یعنی متساوی
باشند دو ضلع ح ح ح ب نیز متساوی خواهند بود ١٦ و چون این
دو ضلع از سطح ح ک متوازی الاضلاع بعل متساوی باشند همهٔ
اضلاع ان متساوی خواهند بود ٣٤ م ١ و زوایای ان نیز قوایمند
زیرا که زاویهٔ ت که یك زاویه از مربع آه است قائمه است و زاویهٔ
ح که تمام انست از دو قائمه بنا بر ٢٩ م ١ نیز قائمه است و دو زاویهٔ
دیگر بجهت تقابل با این دو زاویه نیز قائمه اند ٣٤ پس سطح مذکور
یعنی ح ک مربع است از برای خط ح ب و بمثل این بیان ثابت میکنیم
که سطح ط ر مربع ط ح است اعنی ا ح ٣٤ م ١ یعنی میگوییم زاویهٔ
د ط ح خارجه مثل زاویهٔ آ داخله قائمه است و زاویهٔ ط د ح اعنی
آ د ب نصف قائمه است پس ط ح د نیز نصف قائمه است پس ط د
ط ح متساویند پس سطح ط ر که متوازی الاضلاع است بعل متساوی
الاضلاع نیز خواهد بود و زاویهٔ د ط ح از ان قائمه است پس ط ح ر
که تمام انست از دو قائمه نیز قائمه است پس همهٔ زوایای ان قوایم اند
و ان سطح مربع است و چون ضلع ط ح مساوی ا ح است پس ان مربع ا ح
است و سطح ا ح سطح ا ح است در ح ح ح م ٢ و چون ح ح ط ح مساوی
ح ا است پس ان مربع ا ح است و سطح ا ح سطح ا ح است در ح ب د
و سطح ه ح مساوی سطح ا ح است ٣٤ م ١ پس مربع آه مساوی
با مجموع دو مربع ط ر ح ک که دو مربع دو قسم آ ب اند که ا ح ح ب باشد
و دو سطح ا ح ح ه که ضعف سطح ا ح است که احد قسمین است در

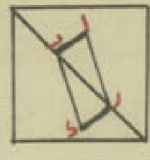
ح ب که قسم

ح ب که قسم دیگر است زیرا که مربع آه منقسم
شده است بدو مربع و دو سطح مذکور پس
این حما راست بلکه بتطبیق عین اثبات
و هو المطلوب و صاحب کتاب بعد از
اثبات مطلوب بنحو مذکور گفته است که از این
بیان ظاهر میشود دو حکم اوّل انکه هر سطح
متوازی الاضلاع که واقع باشد بر قطر مربع مربع است دوم انکه
هر مربعی که واقع شود بر مربعی دیگر و دو ضلع از مربع اوّل منطبق شود
بر دو ضلع از مربع دوم باید مربع اوّل واقع بر قطر ثانی باشد و چون
در قول صاحب کتاب ابهام و اجمال است لهذا میگوییم
توضیح و تحقیق حکم اوّل انست که هر سطح متوازی الاضلاع که
معمول بر قطر مربع باشد یعنی قطر مربع بدو زاویهٔ متقابلهٔ این
بگذرد و قطر ان شود همچنانکه قطر مربع است بر سه قسم متصوّر است
اوّل انکه انسطح بتمامه داخل در مربع باشد و درین قسم دو صورت
متصور است صورت اوّل انست که دو ضلع از ان سطح منطبق بر دو
ضلع از مربع باشد و یکزاویه در مابین انها مشترك باشد همچنانکه
در شکل کتاب است زیرا که هر یك از دو سطح ط ر ح ک متوازی الاضلاع
بتمامه داخل در مربع آه است و بر قطر ان یعنی ب د واقع است
پس ثبوت حکم یعنی مربع بودن هر یك از دو سطح مذکور که معمول
بر قطر مربع است بر بیانی که در کتاب مذکور است ظاهر است
و ممکن نیست که مجرد یکضلع از سطح معمول بر قطر منطبق بر
یك ضلع از مربع باشد زیرا که وقوع سطح داخل در مربع بر قطر
ان با انطباق مجرد یك ضلع بر یکضلع جمع نمیشود همچنانکه مخفی
نیست صورت دوم انست که هیچ ضلعی از سطح منطبق بر

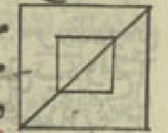
ضلعی از مربع نباشد واشتراکی هم در زاویه نباشد مثل اینکه سطح متوازی
الاضلاع مذکور بر وسط مربع واقع شود بنحویکه قطر ان بعض قطر مربع باشد
پس اگر اضلاع ان سطح موازی اضلاع مربع باشد باین هیئت سطح مذکور



مربع است ووجه ان ظاهر است واگر اضلاع ان موازی
اضلاع مربع نباشد همچنانکه درین شکل که اخراج نموده ایم
خط اب را عمود بر قطر وهمچنین کرده ایم خط در را عمود
بر قطر ووصل نموده ایم دب ار را تا سطح اب در متوازی الاضلاع
بهم رسید شکی نیست که درین شق سطح مذکور مربع نخواهد بود زیراکه



بعضی از اضلاع ان موتر زاویهٔ قائمه است وبعضی دیگر موتر غیر قائمه
است همچنانکه وجه ان ظاهر است ودلیلی قائم نیست براینکه هر سطح
متوازی الاضلاع که معمول بر قطر مربع باشد باید اضلاع ان موازی
اضلاع مربع باشد بلکه جایز است که با وجود موازی اضلاع ان وو
قوع بر قطر مربع اضلاع ان موازی اضلاع مربع نباشد قسم دوم انست
که سطح مذکور بتمامه خارج از مربع باشد یعنی جمیع اضلاع ان خارج
از اضلاع مربع باشد واین قسم از دو صورت بیرون نیست اول
انکه قطر مربع بعضی از قطر این سطح باشد واضلاع سطح موازی اضلاع

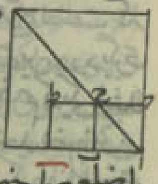


مربع باشد باین هیئت بشرط انکه فرض شود که سطح داخل
مربع است وسطح خارج سطحی است که بر قطر ان واقع شده
ومربع بودن سطح خارج درین صورت باندک تاملی
ظاهر است صورت دوم انست که اضلاع سطح مذکور موازی اضلاع
مربع نباشد وقطر مربع بعضی از قطر سطح نباشد وطریق رسم درین
صورت انست که از دو طرف قطر علی التخالف دو عمود بر قطر اخراج
کنیم پس وصل کنیم باین هیئت
تا سطح مذکور بقطر منقسم
بدو مثلث شود ودرینصورت
سطح مذکور نمی تواند شد که

مربع باشد زیرا

مربع باشد زیراکه اگر مربع باشد باید همه زوایای ان قائمه باشند و
این محالست زیراکه لازم می اید زوایای یک مثلث اعظم از دو قائمه
باشند بجهت انکه در هر یک از دو مثلث یک زاویه که از سطح مذکور است
قائمه است ویک زاویه هم که از قیام عمود بر قطر بهم رسید قائمه است
پس زاویه دیگر در هر یک زاید بر دو قائمه خواهد بود قسم سیم انست
که بعضی از سطح معمول بر قطر مربع داخل در مربع باشد وبعضی در
خارج باشد یعنی بعضی از اضلاع ان سطح خارج از اضلاع مربع
باشند وبعضی منطبق بر بعضی اضلاع مربع یا در اضلاع ان داخل
باشند پس اگر دو ضلع ان سطح منطبق شود بر دو ضلع مربع باشد مثل
انکه در شکل مرسوم در کتاب هر یک از دو سطح طرح کر را مربع
فرض کنیم ومربع اه را سطح معمول بر قطر فرض کنیم درینصورت
مربع بودن سطح باندک تاملی ظاهر است واگر دو ضلع بر دو ضلع
منطبق نباشند مثل این شکل ومربع نبودن سطح

درینصورت ظاهر است واز انچه مذکور شد معلوم
شد که حکم اول باطلاقه صحیح نیست ودر ان تفصیلی
است که بیان شد واما حکم دوم یعنی وقوع مربعی که
واقع در مربع دیگر باشد ودو ضلع ان بر دو ضلع ان منطبق باشد بر قطر ان
مربع دیگر وجه ان ظاهر است زیراکه اگر مربع واقع در
مربع دیگر که دو ضلع ان منطبق بر دو ضلع مربع دیگر
منطبق است بر قطر مربع دیگر واقع نشود ومثل مربع
اط واقع شود اخراج میکنیم از موضع تقاطع قطر
با ضلع حط خط یعنی نقطهٔ ح خط حب را موازی اح پس سطح



اح مربع است زیراکه واقع است بر قطر واح مساوی حح است
وحال انکه مساوی حط بود زیراکه فرض ان بود که اط مربعست

هذا خلف پس باید سطح اط مربع نباشد و اگر مربع میبود بر قطر واقع
میشد و محرر گفته است و بوجه دیگر از برای اثبات مطلوب یعنی
دعوای شکل چهارم میگوییم چونکه بنابر سطح اب در
اح مساویست با جمیع مربع اح و سطح اح در حب و سطح اب در
بح مساویست با جمیع مربع بح و سطح اح در حب پس جمیع
دو سطح اب در دو قسم ان که اح بح باشد یعنی مربع اب
مساویست با دو مربع اح حب که دو قسمین
است و سطح اح در حب دو مرتبه که ضعف سطح احد قسمین باشد
در دیگری و هو المطلوب ه هر خطی که تضعیف شود و بعد از
تضعیف منقسم بدو قسم مختلف شود باید مجموع سطح احد
قسمین در قسم اخر و مربع فضل در ما بین نصف و قسم مساوی
مربع نصف باشد مثلا خط اب تضعیف شده بر ح بدو نصف
اح حب و قسمت شده است بر د بدو قسم اد دب پس میگوییم سطح
اد که احد قسمین است در دب که قسم دیگر است با مربع خط
حد که فضل ما بین نصف و قسم است مساویست با مربع خط حب
که نصف است و این حکم بعینه جاریست مثلا هرگاه ده را تضعیف
کنیم بدو پنج و قسمت کنیم شش و چهار که اول از نصف بیکعدد زیاد
تر است و دوم بیک عدد از ان کمتر است میگوییم مربع نصف که
بیست و پنج باشد مساویست با مجموع مسطح احد قسمین در دیگری
که بیست و چهار باشد و مربع فضل میان نصف و قسم که یکی باشد
و سر درین انست که قسمت مذکور نقصان میکند از احد نصفین
عددی را و زیاد میکند همان عدد را بر نصف دیگر پس گویا نصف منقسم
شده است بدو قسم که یکی از ان قسم قسم اول است و دیگری فضل
میان نصف و قسم و قسم اکثر مشتمل است بر عدد احاد قسم اول

وعدد احاد نصف

و عدد احاد فضل دو مرتبه یعنی ضعف احاد فضل زیرا که بیکعدد
احاد فضل مساوی نصف میشود و بیکعدد دیگر بر نصف زیاد میشود
بعدد احاد فضل و همچنانکه در شکل عج ثابت شد مربع نصف یعنی
بیست و پنج در مثال مذکور مساویست با دو مربع دو قسم که چهار و یک
باشد یعنی هفده و ضعف مسطح احدهما در اخر که هشت باشد که
مجموع بیست و پنج میشود و شکی نیست که هرگاه اول که احد قسمین
است یعنی چهار در اکثر که شش است ضرب شود بیست و چهار
حاصل میشود و مربع فضل که یک باشد با ان ضم شود بیست و پنج
حاصل شود گویا مکرر شده است عدد اقل که احد قسمین نصف
است بعدد خود که چهار باشد و حاصل که شانزده باشد مربع ان
عدد اقل است و همچنین مکرر شده است دو مرتبه بعدد احاد فضل
یعنی یک با هشت حاصل شود و این ضعف مسطح احد قسمین نصف
که چهار باشد در دیگری که فضل باشد و با ان ضم شده است مربع
قسم دیگر از نصف که یک باشد پس مجموع مسطح احد قسمین یعنی
شش در قسم دیگر که چهار باشد با مربع فضل میان نصف و قسم
مساوی شد با دو مربع دو قسم نصف و ضعف مسطح یکی از دو قسم
نصف در دیگری و دو مربع دو قسم نصف با ضعف مسطح احدهما در
اخر مساویست با مربع نصف همچنانکه در چهارم ثابت شد پس مسطح یکی
از دو عدد اکثر و اقل در دیگری با مربع فضل نیز مساوی مربع نصف
است و چون این معلوم شد بدانکه از جهت اثبات مطلوب رسم
میکنیم بر دو خط حب دب دو مربع حر دک ۱۴۶ م ا و وصل میکنیم
قطر با و اخراج میکنیم دح را تا ع و کح را تا ک بلکه تا ط و تمام
میکنیم سطح حط را ۱۳۱ م ا و چون دو متمم حح حر متساویند
پس اگر مربع دک مشترک بگردانیم خواهد بود دک عنی ۱۴۳ م ا

حط ع ۳ م ا مساوی د ع م ا پس دح را مشترک میکردانیم میان
حط و د ر متساوین خواهد بود اح مساوی علم و س ع ا
پس لع مشترک میکردانیم میان اح و علم مذکور خواهد بود
اح که سطح اد است در دب یعنی سطح احد قسمین در اخر و

لع که مربع حد فضل میان قسم
و نصف است مساوی حر که مربع
حب نصف است وهو المطلوب
و محرر گفته است بوجه دیگر چون سطح اد در دب
مساویست با مجموع سطح اح در دب اعنی حب
در دب و سطح حد در دب ا م د پس هرگاه
مربع خط حد را مشترک بکردانیم خواهد گردید
مجموع سطح اد در دب و مربع حد مساوی
و مربع سطح حب در دب و سطح حد در دب و مربع حد و سطح حد در
دب و مربع حد مساویند با سطح حب در حد ۳ م ا و سطح حب در
حد با سطح حب در دب مساویست با مربع خط حب ۲ م ا پس
مجموع سطح اد که احد قسمین است در دب که قسم دیگر است
با مربع خط حد که فضل میان قسم و نصف است مساوی مربع
ا ۸ ح ۳ د ه ب
حب نصف است وهو المطلوب ومخفی
که جمیع بیانات سابقه و لاحقه محرر که تعبیر از هر یک بوجه اخر نموده
جاریست در عدد و کیفیت جریان باندک تامل ظاهر است
هر خطی که تنصیف شود و زیاد شود بران خطی دیگر بر استقامت
پس مجموع سطح خط با زیاده در ان زیاده با مربع نصف مساویست با مربع
نصف و زیاده مثلا اب تنصیف شده است بر ح و زیاد شده ب د
بر اب بر استقامت پس سطح اد در دب زیاده با مربع بح

نصف مساوی

نصف مساوی مربع حد است که نصف است با زیاده و این حکم نیز جاریست
در عدد مثلا هرگاه هشت تنصیف شود بر چهار و زیاد شود بران دو مسطح
عدد هشت با دو که ده باشد در دو زیاده بیست میشود و مربع نصف یعنی
چهار شانزده میشود و این مجموع مسطح و مربع که سی و شش باشد مساویست
با مربع نصف و زیاده زیرا که نصف چهار است و زیاده دو است و مربع چهار
و دو یعنی شش سی و شش است و سر در انست که مجموع نصف و زیاده
عددیست که منقسم شده است بدو قسم که یکقسم نصف است و
دیگری زیاده پس مربع مجموع نصف و زیاده که مربع عدد است مساویست
با دو مربع قسمین که یکی نصف و دیگری زیاده و ضعف مسطح احد قسمین
در اخر ۴ م ۲ و این دو مربع قسمین و ضعف مسطح احدهما در اخر مساویست
است با مجموع مسطح مجموع عدد مفروض که هشت باشد با زیاده در
زیاده و مربع نصف زیرا که مجموع عدد مفروض با زیاده مشتمل است
بر ضعف احاد نصف و بر احاد زیاده پس هرگاه این مجموع عدد ضرب
شود در زیاده گویا مکرر شده است ضعف احاد نصف که این احاد
نصف یکی از دو قسم مجموع نصف و زیاده است بعدد احاد زیاده که
قسم دیگر است و شکی نیست که این تکریر تکریر احد قسمین است که
نصف باشد بضعف عدد احاد قسم دیگر که زیاده باشد پس حاصل
ضعف مسطح احد قسمین است در اخر و از ضرب مذکور نیز مکرر
شده است زیاده بعدد احاد خود که حاصل مربع زیاده باشد و این
مربع یکی از دو قسم مجموع نصف و زیاده است پس معلوم شد که
مسطح مجموع عدد مفروض اعنی هشت با زیاده در زیاده مساویست
با مربع یکی از دو قسم مجموع نصف و زیاده که زیاده باشد و ضعف مسطح
احد قسمین مجموع نصف و زیاده در دیگری پس اگر بر این حاصل که
عبارتست از مربع یکقسم که زیاده باشد و ضعف مسطح نصف در زیاده

مربع قسم دیگر که نصف باشد زیاد کنیم مجموع دو مربع دو قسم مجموع
نصف و زیاده و ضعف سطح احد قسمین در اخر مساوی خواهد
بود با سطح مجموع عدد و زیاده یعنی سطح مجموع عددی که مشتمل است
بر دو نصف و زیادهٔ در زیاده و مربع نصف و چون ثابت شد بشکل
چهارم که مساوی اوّل یعنی دو مربع نصف و زیاده و ضعف سطح احدهما
در اخر مساویست با مربع مجموع نصف و زیاده باید مساوی دوم که
عبارتست از سطح مجموع عدد و زیاده در زیاده با مربع نصف مساوی
مربع مجموع نصف و زیاده باشد و هو المطلوب و چون این معلوم شد
از جهت بیان دعوای شکل رسم میکنیم بر جد ب د مربع جدبا را
و تمام میکنیم شکل را یعنی اخراج میکنیم ب ح را تا ع و ل ح را
تا ک و وصل میکنیم د ه را و تمام میکنیم سطح
حط را ا م ٣١ یا به ا م ٤٦ پس میگوییم بنا بر
ا م ٣٦ ل سطح حط مساویست با سطح جح
اعنی سطح حر ا م ٤٣ پس هرگاه سطح ح ک را
مشترک بگردانیم میان حط و ح ر خواهد بود
سطح ال مساوی علم م ق س ع ا م و چون ک ع
را مشترک بگردانیم میان سطح ال و علم نخواهد بود
بنا بر ع ا م مجموع سطح ال که عبارتست از سطح اد که مجموع خط است
با زیاده در د ل اعنی د ب که زیاده است و مربع ک ع که مربع ج ب
نصف است مساوی ح ر که مربع جد است که نصف است با زیاده
و هو المطلوب و محرّر گفته است و بوجه اخر میگوییم چون بنا بر ٣ م ٢
سطح اد در د ب که سطح خط است با زیاده در زیاده مساویست
با مجموع سطح اب در ب د اعنی ضعف سطح ج ب در ب د و مربع ب د
پس هرگاه مربع خط ج ب ا ج ٨ ب ٢ د را مشترک بگردانیم در میان

سطح اد در د ب و مجموع ضعف سطح ج ب در ب د و مربع ب د خواهد
بود مجموع سطح اد در ب د که سطح خط است با زیادهٔ در زیاده
و مربع ج ب که مربع نصف است مساوی مجموع ضعف سطح ج ب
در ب د و دو مربع ج ب ب د و این مجموع مساویست با مربع خط
جد که نصف است با زیاده پس مجموع سطح اد در ب د
و مربع ج ب مساوی با مربع جد و هو المطلوب و نیز محرر گفته
است که ممکن است که تعبیر شود ازین شکل و شکلی که قبل از آن
است یعنی شکل پنجم بقول واحد باین نحو که گفته شود خط اب
تنصیف شده است بر ج و اخذ شده است ب د از یکی از دو جهت
ب کیف اتفق یعنی در شکل متقدم ب د از جهت ب که در سمت
ج است از خط اب جدا شد و درین شکل از جهت دیگر بعد از
اخراج اب جدا شده پس سطح اد در د ب هرگاه نقصان شود در
شکل متقدم از مربع ج ب و زیاد شود بران درین شکل حاصل میشود مربع
جد و کیفیت بیان بقول واحد آنست که میگوییم سطح اد در د ب مساوی
با مربع د ب و ضعف سطح ج د در ب د در پنجم و ج ب در ششم در د ب
پس هرگاه این مربع و ضعف ناقص شود از مربع ج ب در پنجم و زیاد
شود بران در ششم حاصل میشود مربع جد و انطباق این تعبیر و بیان
بر هر دو شکل ظاهر است زیرا که درین شکل چون مطلوب آنست که
مجموع سطح با زیادهٔ در زیاده با مربع نصف خط مساوی مربع نصف
و زیاده است پس هرگاه فرض کنیم که خط مطلوب اب است و بر ج
منتصف شده است و ب د از آن جدا شده است بعد از اخراج
یعنی ب د بران زیاد شده است و بگوییم هرگاه سطح اد در د ب
یعنی سطح مجموع خط با زیادهٔ در زیاده زیاد شود بر مربع ج ب یعنی
مربع نصف خط حاصل مربع جد است که مربع نصف با زیاده است

کویا کفته ایم سطح اد در دب با مربع جب نصف مساوی مربع
جد نصف و زیاده است و اثبات این دعوی به بیانی که بقول
واحد کفته شد تمام است زیرا که هرکاه سطح اد در دب که سطح
خط است با زیاده در زیاده که آن سطح ال است مساوی باشد
با مربع خط دب زیاده که مربع دک باشد و ضعف سطح جب نصف
در بک زیاده که سطح اح باشد و حال آنکه حط مساوی حر است
لازم می اید که سطح ال مساوی علم م د س باشد پس هرکاه این علم
که مساوی ال است زیاد شود بر مربع جب که مربع نصف است
حاصل مربع جد است که مربع نصف با زیاده است پس ثابت شد
که سطح خط با زیاده در زیاده با مربع نصف مساویست با مربع
نصف و زیاده و اما انطباق تعبیر و بیان مذکور بر شکل سابق
یعنی پنجم بجهت انست که مطلوب از ان شکل اینست که هر خطی که
تنصیف شود و قسمت شود بدو قسم مختلف مجموع سطح احد قسمین
در اخر و مربع فضل میان نصف و قسم مساویست با مربع نصف پس
بعد از انکه فرض کنیم که خط اب است و تنصیف شده است بر ج
و ب د از ان جدا شده است یعنی بر د قسمت شده است هرکاه
بکوئیم سطح اد بر ب د یعنی سطح قسمین خط در اخر اگر از مربع
جب یعنی مربع نصف خط نقصان کنیم حاصل مربع جد است
که مربع فضل میان قسم و نصف است کویا کفته ایم سطح اد در
دب با مربع جد فضل مساوی مربع جب نصف است زیرا که هرکاه
مربع جب بقدری باشد که هرکاه سطح اد در دب از ان کم شود
مربع جد باقی بماند معلوم است که مربع جب مساوی سطح و مربع
باقی است و اثبات این دعوی نیز به بیان مطلق مذکور تمام
است زیرا که توضیح بیان انست که سطح اد در دب یعنی سطح

احد قسمین در اخر که ان سطح اح است مساویست با مربع خط دب که
مربع دک است و ضعف سطح جد فضل در دب که ان ضعف عباد
است سطح حح با سطح حر که مساوی حح است پس سطح اح که
سطح احد قسمین خط است در اخر مساویست با علم م د س پس
هرکاه این علم که مساوی سطح مذکور است از مربع جر که مربع نصف
است نقصان شود باقی مربع لع است که مربع جد فضل است
پس ثابت شد که سطح اد در دب که سطح احد قسمین خط است
در اخر با مربع جد فضل مساویست با مربع جب نصف زیرا که هم
چنین که مذکور شد هرکاه مربع جب بقدری باشد که اگر سطح اد در
دب از ان کم شود مربع جد باقی بماند ظاهر میشود که مربع جب
مساویست با سطح منقوص و مربع جد باقی مربع خط با مربع احد
قسمین الخط مساویست با مجموع ضعف خط درین قسم و مربع قسم
دیکر مثلا مربع اب با مربع بج که احد قسمین انست مساویست با
مجموع ضعف سطح اب در بج که قسم مذکور است و مربع اج که
قسم دیکر است و این حکم بعینه در عدد جاریست مثلا مربع چهار
که شانزده است و مربع احد قسمین ان که دو است چهار است و
مجموع مربع عدد و مربع احد قسمین بیست است و سطح چهار در
دو که قسم مذکور است هشت است و ضعف ان شانزده است
و مربع قسم دیکر که دو باشد چهار است و مجموع بیست است
پس مربع چهار با مربع دو که احد قسمین انست مساویست با ضعف
سطح چهار در دو و مربع قسم دیکر که با ز دو است در ان
اینست که سطح عدد در احد قسمین ان تکریر همین قسم است بعدد
احاد خود که مربع همین قسم باشد و تکریر قسم اخر است بعدد
احاد اول که سطح احد قسمین است در ~~اخر~~ دیکر ۳ م ب پس

هر کاه سطح عدد در قسم مذکور یعنی قسم اول مضعف شود مساوی خواهد
بود با ضعف مربع قسم مذکور و ضعف سطح احد قسمین در دیکر پس هر کاه
مربع قسم دیکر بضعف سطح عدد در قسم مذکور ضم شود مجموع مساوی
خواهند بود با دو مربع قسمین و مربع دیکر از برای قسم اول و سطح احد
قسمین در اخر و بنا بر ۴ م ۲ این مجموع مساویست با مربع خط و مربع احد قسمین
ان که قسم اول باشد پس مربع خط با مربع احد قسمین ان مساویست با
ضعف سطح عدد در این قسم و مربع قسم دیکر و هو المطلوب و این
بیان در عدد ماخوذ است از بیانی که محرر در وجه اخر مذکور میکند
و چون این معلوم شد از جهت اثبات مطلوب رسم میکنیم بر اب
مربع اه ۴۶ م ۱ و جدا میکنیم بک را مثل بح ۳ م ۱ و تمام میکنیم
شکل را و میکوییم دو سطح از زه متساویند ۴۳ م ۱ و حک را مشترک
میکردانیم میان از زه پس دو سطح اک حه متساوی خواهند بود
ع م ۱ و هر دو ضعف اک اند بلکه مساوی علم لمن اند با مربع
حک زیراکه حک در هر یک از اک حه ماخوذ بود پس هر دو با هم از
علم مذکور بقدر حک زیادترند پس علم لمن با مربع حک مساوی ضعف
اک است و چون طح را مشترک بکردانیم در ما بین علم و مربع
و ضعف اک مساوی خواهد شد مجموع علم لمن و دو مربع حک
طح که این مجموع عبارتست از دو مربع دو خط اب حب یعنی مربع
خط و مربع احد قسمین ان با مجموع ضعف اک که ان ضعف سطح اب
است در قسم مذکور که بح باشد و مربع طح که ان مربع قسم اخر خط
است که اح باشد و هو المطلوب و محرر کفته

است بوجه دیکر میکوییم مربع اب مساویست
با مجموع دو مربع اح حب و ضعف سطح احدهما
در اخر ۴ م ب و چون مربع حب را مشترک

بکردانیم مجموع

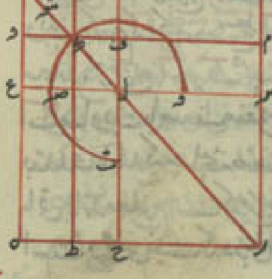
بکردانیم مجموع دو مربع اب حب مساوی خواهد شد با مجموع ضعف
مربع حب و ضعف سطح اح در حب و مربع اح لیکن مربع حب
و سطح اح در حب با هم مساویند با سطح اب در حب ۳ م ۲
پس مجموع دو مربع اب حد یعنی مربع خط اب و مربع احد قسمین ان
مساویست با ضعف سطح اب در حب و مربع اح که قسم دیکر خط است
و هو المطلوب و نیز محرر کفته است که ممکن است که تغییر شود از این
شکل یعنی شکل هفتم و از شکل چهارم بقول واحد باین طریق که
کفته شود اخذ شده است از خط اب بح از یکی دو جهت ب
یعنی در شکل چهارم از جهت اکه جهت ح اول باشد اخذ شده و در
این شکل از جهت دیکر یعنی جهت ح دوم اخذ شده پس هر کاه ضعف
سطح اح در بح نقصان شود از مربع اب در شکل چهارم و زیاد شود
بر ان در این شکل حاصل میشود مجموع دو مربع اح حب و کیفیت بیان
بقول واحد در هر دو شکل باین نحو است که کفته شود مربع اب در ۴
و اح در هفتم مساویست با سطح اب در اح و سطح اب در چهارم
و اح در ۷ در بح و سطح اب در اح مثل مربع اح است و سطح
اح در بح در ۴ و مثل مربع اب است و سطح اب در بح در هفتم
و مربع حب با سطح اح در ۴ و سطح اب در ۷ در حب مثل سطح
اب است در ۴ و سطح اح در ۷ در حب پس هر کاه ناقص شود ضعف
سطح اح در حب از مربع اب در ۴ و زیاد شود بر ان در ۷ حاصل
میشود مجموع بح ب ح دو مربع اح حب و انطباق این تعبیر
و بیان بر هر دو شکل یعنی چهارم و هفتم ظاهر است بشرط انکه طرق
رسم بنحوی باشد که محرر ایراد نموده یعنی یک خط رسم شود و بر ان
دو نقطه ح تعیین شود تا اح طول خط مفروض باشد در شکل هفتم
واحد قسمین ان اب باشد و دیکری بح و اب خط مفروض باشد

در چهارم و اج اقصر یکقسم ان باشد و بج که ازان جدا شده قسم
دیگر باشد پس اطلاق اج منصرف میشود در چهارم با جا اقصر و در
هفتم تا جا اطول همچنانکه اطلاق بج منصرف میشود در ۱۴ بر بج
که از اب جدا شده و در ۷ بر بج که از اج جدا شده و بنا برین میگوئیم
درین شکل یعنی هفتم چون مطلوب انست که مربع خط با مربع احد قسمین
ان مساویست با مجموع ضعف سطح خط درین قسم و مربع قسم اخر پس
هرگاه فرض شود که خط مطلوب اج اطول است در رسم محرر و در
رسم اصل کتاب اب است و اخذ شود از اج مذکور بج یعنی بر
نقطه ب قسمت شود و گفته شود ضعف سطح اج که خط مفروض است
در جب که احد قسمین انست هرگاه زیاد شود بر مربع اب که قسم
دیگر انست حاصل میشود مجموع مربع اج که مربع خط است و مربع
جب که مربع جب که مربع قسم اولست گویا گفته شده است که ضعف
سطح خط در احد قسمین ان با مربع قسم دیگر مساوی مربع خط است
و مربع قسم اول و اثبات این دعوی به بیان مذکور تمام است زیرا
که توضیح بیان انست که مربع اج اطول که مربع خط مفروض است
مساویست با سطح اب که احد قسمین خط است در اج و سطح اج در
بج که قسم دیگر است و سطح اب در اج مثل مربع اب احد قسمین است
با سطح اب در بج که قسم دیگر است پس مربع خط اج مثل مربع
اب است و دو سطح اب در بج و اج در بج و سطح اب در بج
با مربع جب مساویست با سطح اج در بج پس هرگاه ضعف سطح اج
در جب که ضعف سطح خط است در احد قسمین ان زیاد شود بر مربع
اب حاصل میشود مجموع مربع اج که مربع خط است و مربع جب که
مربع احد قسمین است پس ثابت شد که مربع خط و مربع احد قسمین
ان که بج باشد مساویست با ضعف سطح خط در این قسم و مربع قسم

دیگر که اب

دیگر که اب باشد و اما انطباق تعبیر و بیان مطلقین مذکورین بر شکل چهارم
بجهت انست که مطلوب ازان اینست که مربع خط مساویست با مجموع دو مربع
قسمین و ضعف سطح احد قسمین در دیگری پس بعد از انکه فرض شود که خط
مطلوب اب است و بج ازان جدا شده است یعنی بر نقطه ج قسمت
شد هرگاه بگوئیم اگر ضعف سطح اج که احد قسمین است در جب که قسم
دیگر است نقصان شود از مربع اب که خط مفروض است دو مربع اج
بج باقی میماند که دو مربع قسمین است گویا گفته ایم مربع خط اب
مساویست با دو مربع قسمین و ضعف سطح احدهما در اخر زیرا که هرگاه مربع
اب بقدری باشد که اگر ضعف سطح اج در بج ازان ناقص شود دو مربع
اج بج باقی بماند معلوم است که مربع اب مساوی ضعف منقوص
و دو مربع باقیست و اثبات این دعوی نیز به بیان مذکور تمام است
زیرا که توضیح ان اینست که مربع اب که خط مفروض است مساویست
با سطح اب در اج که احد قسمین است و سطح اب در جب که قسم
دیگر است و سطح اب در اج مثل مربع اج است که مربع احد قسمین است
و سطح اب در جب پس مربع خط اب مثل مربع اج است و سطح اب
در جب و سطح اج در جب و سطح اب در جب مساویست با مربع
جب و سطح اج در جب پس مربع اب مساویست با مربع اج که احد
قسمین است و مربع جب که قسم دیگر است و ضعف سطح اج در جب
و انچه گفتیم که اگر ضعف سطح اج در جب را نقصان کنیم از مربع اب باقی
میماند دو مربع اج جب همچنانکه اشاره شد بمنزله انست که بگوئیم مربع
اب مساویست با ضعف منقوص و دو مربع باقی زیرا که هرگاه مربع اب
بقدری باشد که چنانچه ضعف مذکور ازان نقصان شود دو مربع مذکور
باقی بماند معلوم است که مربع اب مساوی ضعف منقوص و دو مربع باقی
است و مخفی نیست که درین تعبیر و بیانی که محرر بعنوان مطلق در موضعین

اشان، بیان کرده فایده بران مترتب نیست با وجود انکه خالی از اجمال و اختصا
محل نیست ع چهار مثل سطح خط در احد قسمین ان با مربع قسم اخر مساوی
مربع خطی است که زاید باشد بر خط اول بقدر قسم اول پس فرض میکنیم
که خط اول اب است و احد قسمین ان جب است و خط ثانی اد است
که زاید بر اب بقدر بد که مساوی جب است پس میگوییم چهار مثل
سطح اب در جب که احد قسمین انست با مربع اج که قسم دیگر انست
مساویست با مربع خط اد که زاید است بر اب بقدر بد که مساویست
با جب که قسم اول اب است و این حکم نیز مانند سایر احکام سابقه
در عدد جاریست مثلا ۶ را هرگاه منقسم کنیم بدو و ۴ سطح ان در
۴ که احد قسمین است ۸ است و چهار مثل این سطح ۳۲ است و مربع
قسم دیگر یا ۲ چهار است و مجموع چهار سطح با مربع قسم دیگر ۳۶ است
و مربع عدد ۶ که زاید است از ۴ بقدر ۲ که احد قسمین ان بود نیز ۳۶
است و برهان بران یکی از دو برهانست که در اصل کتاب و کلام محرر
مذکور است و بای حال از اثبات مطلوب رسم میکنیم بر خط اد
مربع اه را ۴۶ م ۱ و وصل میکنیم قطر در را و اخراج میکنیم دو خط
جح بط بنحویکه موازی باشند با از ۳۱ م ۱ و این دو خط بط جح
تقاطع میکنند با قطر در بر دو نقطه ک و ل و سه تقاطع ظاهر است



و اخراج میکنیم از دو نقطه ک و ل دو
کم و لس بنحویکه هر دو موازی اد
باشند ۳۱ م ۱ پس هر یک از چهار
سطح جک بف فص کع مربع است
زیرا که دو خط جب بد متساویند بفرض
و بالاستقامت ۴ م ۱ هر یک از بف فص
مربع است و ظاهر است که بف مربع خط

بد است

بد است و فص مربع جب است چون این دو سطح مربع اند باید دو سطح
دیگر اعنی جک کع نیز مربع باشند و جمیع این چهار مربع چهار مثل جک
اند همچنانکه وجه ان ظاهر است و سطوح اف مل صه لط متساویند
زیرا که بنابر ۴۳ م ۱ دو متمم ال له متساویند و دو متمم مل لط
نیز متساوی و بنابر ۳۴ م ۱ دو خط ام اس متساویند پس اف
مل نیز متساویند لهذا چهار سطح با یکدیگر متساویند و جمیع این
چهار سطح چهار مثل اف اند و چون چهار سطح اول چهار مثل
جک اند و چهار سطح اخر چهار مثل اف اند لازم می اید که علم
دسط که مشتمل بر هشت سطح است چهار مثل اک باشد که ان سطح
خط مفروض اول که اب باشد در سک اعنی جب که احد قسمین
انست و سطح سح مربع قسم اخر خط است که اج باشد و این مربع
با علم مذکور که چهار مثل سطح خط است در جب مساوی
اه است که ان مربع خط اد است که زاید است بر اب بقدر
بد که مساوی جب است که احد قسمین انست و محرر گفته است
بوجه دیگر میگوییم چون سطح اب در بج مساویست با مجموع
سطح اج در جب و مربع جب ۳ م ۲ پس چهار مثل سطح اب در
بج مساویست با مجموع چهار مثل سطح اج در جب و چهار مثل
مربع جب و چهار مثل اج در جب مساوی است با ضعف سطح اج
در جد که ضعف بج است زیرا که مفروض تساوی جب بد
است و چهار مثل مربع جب ا ۴ ج ۲ ب ۲ د مساویست
با مربع جد ۴ م ۲ پس چهار مثل سطح اب در جب مساویست با
ضعف سطح اج در جد و مربع جد پس هرگاه مربع اج را مشترک گردانیم
و چهار مثل سطح اب خط مفروض در جب که احد قسمین انست
با مربع اج که قسم دیگر خط است مساوی خواهد بود با مجموع ضعف

سطح اح در حد ودو مربع اح حد واین مجموع مساویست با مربع اد
که زاید بر اب بقدر حب که احد قسمین انست ط هر خطی که تنصیف
شود وقسمت شود بدو قسم مختلف پس مجموع دو مربع قسمین مساوی
است با ضعف دو مربع نصف وفضل میان نصف وقسم مثلا خط اب
تنصیف شده است بر ح وقسمت شده بر د بدو قسم مختلف که اد دب
باشد پس میگوئیم مجموع دو مربع اد دب مساویست با ضعف دو مربع اح
که نصف است وحد که فضل میان نصف وقسم است وجریان این حکم
نیز در عددی ظاهر است مثلا هرگاه ۶ تنصیف شود وقسمت شود به
۴ و ۲ که بیست است مساوی با ضعف دو مربع ۳ و ۱ که باز ۲ است
واز جهت اثبات مطلوب اخراج میکنیم از ح عمود حه را ۱۱ م ۱
بنحویکه مساوی اح باشد ۳ م ۱ ووصل میکنیم اه ه ب را وبنا بر
۳۱ م ۱ اخراج میکنیم از د در را موازی حه واز ز زح را موازی
دح ووصل میکنیم ار را ومیگوئیم در دو مثلث اح ه ب ح ه چون
هریک از دو ضلع اح حب متساویین بعض مساویند با ضلع

ه ح بعل وهریک از دو زاویه ح قائمه است
بملاحظه ۵ م ۱ و ۳۲ م ۱ هریک از دو زاویه
اه ح ب ه ح نصف قائمه است پس زاویه
ح ب ه نصف قائمه است لهذا میگوئیم چون
در مثلث ب د ر زاویه ب نصف قائمه است وزاویه ب د ر قائمه
است ۲۹ م ۱ زاویه ب ر د نیز نصف قائمه باشد ۳۲ م ۱ پس
ب د د ر متساوی خواهند بود ۶ م ۱ وبمثل این بیان ثابت میکنیم
که در مثلث ح ه ر دو ضلع ه ح رح متساویند پس میگوئیم مجموع
مساوی اه ه ح مربع اه مساوی ضعف مربع اح است زیرا که بنا
بر ۴۷ م ۱ مربع وتر قائمه مساوی دو مربع ضلعین است

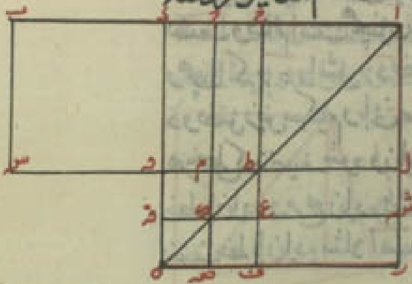
پس هرگاه دو

پس هرگاه دو ضلع متساوی باشند مربع وتر مساوی ضعف احد ضلعین است
بالضروره ونیز مربع ه ر مساوی مساوی ضعف مربع رح است ۴۷ م ۱ و
رح مساوی حد است ۳۴ م ۱ پس دو مربع اه ه ر مساویند با ضعف
دو مربع اح حد وچون بنا بر ۴۷ م ۱ دو مربع اه ه ر مساویند با مربع ار
که وتر قائمه است در مثلث اه ر دو مربع ار که باز وتر قائمه است در مثلث
ار د مساویست با دو مربع اد د ر که دو ضلع قائمه اند وثابت شد که د ر
مساوی ب د است پس دو مربع اد د ب که دو قسم خط اب اند مساویند
با ضعف دو مربع اح که نصف خط است وحد که فضل میان نصف وقسم
است وهو المطلوب ومحرر گفته است بوجه دیگر رسم میکنیم دو مربع
دو خط اد د ب ۴۶ م ۱ که دو ضلع مربع د ر د س باشند وجدا میکنیم
حح را بمثل حد ۳ م ۱ ووصل میکنیم اه را واخراج میکنیم س د را
تا ل واخراج میکنیم ح ف را موازی ار ۳۱ م ۱ وواجبست که ح ف
بر نقطه تقاطع قطر با س د ل بگذرد که سطح اط واقع بر قطر شود زیرا که
چون اح ال متساویند پس سطح اط مربعی است که داخل در مربع اه است
پس باید اط بر قطر مربع اه واقع شود باستقبانه ۴ م ۱ پس ح ص را نیز مثل
ح ف موازی ار اخراج میکنیم ۳۱ م ۱ وک ش ق موازی اب اخراج
میکنیم پس میگوئیم دو مربع ح ل د س متساویند زیرا که اح حب متساویند
باعتبار تنصیف وحد حح متساویند بفصل پس دو ضلع اح دب
که بعد از فصل متساویین از متساویین باقی میمانند نیز متساویند
و ب س چونکه مساوی ب د است و ب د مساوی اح است و اح
مساوی ال است پس ب س نیز مساوی ال است وچون دو ضلع
متلاقیین از احد مربعین مساوی دو ضلع متلاقیین از مربع دیگر
باشند باید جمیع اضلاع هریک مساوی جمیع اضلاع دیگری باشد
۳۴ م ۱ پس ثابت شد که دو مربع ح ل د س متساویند وچهار

سطح دم حط لع شف متساویند زیراکه دو سطح دم حط
چون بر دو قاعده متساوی اعنی دح حح واقعند و در مابین
دو خط متوازیند لهذا بنابر ۳۶ م ا متساویند و دو سطح حط
لع چون دو متمم اند در سطح اک پس بنابر ۴۳ م ا متساویند
و دو سطح لع شف نیز متساویند زیراکه واقعند بر دو قاعده
متساوی که لش شر باشد و در مابین دو خط متوازیند پس
متساویند ۳۶ م ا و تساوی لش شر بجهت انست که دو ضلع
اک ار از مربع اه متساویند و ازین دو ضلع متساوی دو ضلع اح
ال متساوی بین که دو ضلع مربع اط اند جدا شد پس ما بقی که دو ضلع
حک لر باشد نیز متساویند و چون ثابت شد که سطح حط مساوی سطح
لع است پس حح مساوی لش است پس باید حک باقی مساوی
شر باقی باشد و چون حک مساوی حح است که حح مساوی
لش است پس شر نیز مساوی لش باشد و چون ثابت شد که
دم مساوی حط است و حط مساوی لع است و لع مساوی
شف است ثابت میشود که چهار سطح با یکدیگر متساویند و بطریق
دیگر میگوییم که چون دو متمم حد لب از سطح اه متساویند و
دو متمم حم لم از سطح اک نیز متساویند و چنانکه ثابت شد
دو سطح دم حط نیز متساویند پس جمیع چهار سطح مذکوره با یکدیگر
متساویند و چهار سطح دک دص مع کف نیز مربعات متساویه
اند زیراکه مع دص چون واقع بر قطر ند باستنباط ۴ م مربع اند و چون
دو ضلع طم کد اعنی حح حک مساویند دو مربع مذکور نیز متساویند
و دو سطح دک کف چون دو متمم اند از سطح له متساویند ۴۳ م ا
و چون دو ضلع مک کد از دک مساویند با دو ضلع کع کص از
کف دو سطح مذکور اعنی دک کف نیز مربع اند و از تساوی اضلاع

دک با اضلاع

دک با اضلاع دص و اضلاع مع با اضلاع کف همچنانکه
بملاحظه ۳۴ م ا ظاهر است مربع بودن هر یک از چهار سطح
مذکور و تساوی انها ثابت میشود و از انچه مذکور معلوم
شد که این شکل مشتمل است بر ده سطح یعنی دو مربع حک دسر
که متساویند و چهار سطح دم حط لع شف که متساویند
و چهار مربع دک دص مع کف متساوی پس میگوییم دو سطح
حسر دص که دو مربع اند بجهت توازی اضلاع و وقوع انها
بر قطر مربع اه مشتمل اند بر پنج سطح از ده سطح مذکوره که یک مربع
است از دو مربع اول و دو سطح است از چهار سطح وسط و دو
مربع است از چهار مربع اخر و این دو مربع یعنی حسر دص
دو مربع دو خط اح حک اند یعنی حسر مربع خط اح است و ان
ظاهر است و دص مربع حک است باعتبار تساوی دو ضلع
صده حک پس دو مربع دو خط اح حک مشتمل اند بر پنج سطح مذکوره
و این پنج سطح مساویست با پنج دیگر که باقی مانده است هر یک با نظیر
خود و مجموع این دو پنج که ده سطح باشد عبارتست از دو مربع کر
کسر که دو مربع دو خط اک کب اند که دو قسم خط اب اند پس دو
خط اک کب که دو مربع قسمین اند مساوی اند با ضعف دو مربع
اح حک که نصف خط و فضل میان نصف و قسم اند نیز محرر گفته
است بوجه دیگر اعاده مینماییم خط
را وجدا میکنیم ه ح را مثل حک ۳ م ا
و میگوییم اح قسمت شد است بر ه
پس ضعف سطح اح در حه با مربع اه
مساویست با دو مربع اح حه ۷ م ب و
حه مثل حک است بعلت و اه مثل کب



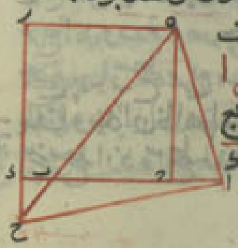
است بجهت انکه بنا بر تقدیر اب تنصیف شده بر ح و ه ح مثل
ح د پس باقی میماند اه مثل د ب ~~ه ح ا~~

ب د ح ه ا

پس بنا بر ٧ م ب ضعف سطح اح در ح د اعنی ح ه با مربع د ب اعنی
اه مساویست با دو مربع اح ح د پس هرگاه دو مربع دو خط اح ح د
را مشترك بگردانیم خواهد گردید مجموع ضعف سطح اح در ح د
و دو مربع اح ح د و مربع د ب که این مجموع مساویست با دو مربع ا د
د ب د م ب مساوی با ضعف دو مربع اح ح د زیرا که ضعف
سطح اح در ح د با مربع د ب اعنی دو مربع ا د د ب مساوی بود
با دو مربع اح ح د پس بعد از انضمام مشترك اعنی دو مربع اح
ح د با هریك از دو مساوی دو حاصلی که باز متساویند احدهما
که دو مربع ا د د ب است و دیگری ضعف دو مربع اح ح د است
پس ثابت شد که دو مربع ا د د ب که دو قسم خط اب اند مساویند
با ضعف دو مربع اح ح د که نصف خط و فضل میان نصف و قسم اند و هو
المطلوب هر خطی که تنصیف شود و زیاد شود بران و مخفی نماند
که این وجه بعینه جاریست در عدد هرگاه در جای خط اب عددی را
مثل ١٢ فرض کنیم و همچنانکه اب بر ح تنصیف شده ١٢ را نیز بدو ٦
تنصیف کنیم و همچنانکه اب بر ا د و د ب بدو قسم مختلف قسمت شده
١٢ را نیز به ٨ و ٤ قسمت کنیم و همچنانکه ح د فضل ما بین ح ب و د ب
نصف و قسم است همچنین دو فضل میان ٦ و ٤ نصف و قسم است
و همچنانکه ح ه را مثل ح د فضل جدا کرده ایم همچنین یك دو دیگر بمثل
دو فضل فرض میکنیم و باقی مقدمات را تا اخر جاری میکنیم ی
هر خطی که تنصیف شود و زیاد شود بران خطی دیگر بر استقامت پس مربع
خط با زیاده و مربع زیاده فقط مساویند با ضعف مربع نصف خط و مربع
نصف خط با زیاده مثلا اب تنصیف بر ح و زیاد شده است بران ب د

پس دو مربع

پس دو مربع ا د ب د مساویند با ضعف دو مربع اح ح د و از جهت اثبات
مطلوب اخراج میکنیم عمود ح ه ١١ م ١ مثل اح ٣ م ١ و وصل میکنیم اه
ه ب و بنا بر ٣١ م ١ اخراج میکنیم از د د ر را موازی ح ه و از ه ه ر را
موازی ح د و ملاقی د ر بر ر تا سطح ه ح د ر متوازی الاضلاع حاصل
شود ٤٥ م ١ و چونکه بنا بر ٢٩ م ١ دو زاویه د ر ه ح ه ر معادل دو
قائمه اند باید دو زاویه د ر ه ب ه ر کمتر از دو قائمه باشند پس بنا بر قضیه
مشهوره چون اخراج کنیم ه ب ر د را ملاقی خواهند نمود بر نقطه
که ان نقطه ح باشد و وصل میکنیم اح را و میگوئیم در دو مثلث اح ه
ب ح ه هریك از دو ضلع اح ح ب مساویند با ح ه زیرا که بعمل ح ه
مثل اح است و اح بفرض مثل ح ب است و دو زاویه ح قائمه اند
زیرا که ح ه عمود است بر اب پس بملاحظه ٥ و ٣٢ م ١ هریك از دو زاویه
اه ح ب ه ح نصف قائمه است و زاویه اه ب قائمه است و چونکه
زاویه د ح ه قائمه است و زاویه ر ه ح تمام انست از دو قائمه ٢٩ م ١
پس ر ه ح نیز قائمه است و چون ح ه ب نصف قائمه باقی خواهد
ماند ح ه ر نیز نصف قائمه و زاویه ه ر ح قائمه است ٣٤ م ١
پس زاویه ر ح ه از مثلث ه ر ح نیز نصف قائمه است ٣٢ م ١
پس دو ضلع ه ر ر ح متساویند ٦ م ١ و بمثل این بیان ثابت میکنیم
که دو ضلع ب د د ح از مثلث ب ح د نیز متساویند و بجهت
تساوی اح ه ح بفرض مربع اه که وتر قائمه است در مثلث اه ح
مساوی با دو مربع اح ح ه ٤٧ م ١ مساوی خواهد بود با ضعف
مربع اح و ایضا مربع ه ح ضعف مربع ه ر است ٤٧ م ١ و ه ر مساوی ح د است ٣٤ م ١
پس مربع ه ح ضعف مربع ح د است و دو مربع
اه ه ح که مساویند با ضعف دو مربع اح ح د

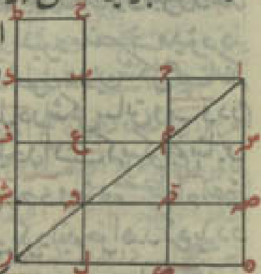


و در جریان این حکم بر ور عدد ظاهر است

مساوىند با مربع اح ٤٧ م ا زيرا كه اح وتر قائمه اهح است در مثلث
اهح پس مربع ان مثل دو مربع ضلعين است كه اه هح باشند و مربع
اح مساوى است با دو مربع اد دح زيرا كه اح دو ادح وتر قائمه
ادح است پس مربع اح كه مثل دو مربع اه هح است مساويست با دو
مربع اد دح ٤٧ م ا و دح مساوى دب همچنانكه مذكور شد پس
مربع اح مساويست با دو مربع اد دب پس ثابت شد كه دو مربع اه
هح كه مساوىند با ضعف دو مربع اح حد مساوىند با دو مربع اد
دب نيز كه اول مربع خط است با زياده وثانى مربع زياده است
مساوىند با ضعف دو مربع اح كه نصف خط است و حد كه نصف
است با زياده وهو المطلوب ومحرر گفته است وبوجه اخر هم
ميكنيم دو مربع دو خط اد دب ٤٦ م ا كه دو مربع ده دح اند
ووصل ميكنيم ار را وبنا بر ٣١ م ا اخراج ميكنيم از دو نقطه
حب حك سل را بنحوى كه موازى اد باشند واز دو نقطه م ق
دو خط م س ف ق ص ش بنحوى كه موازى اد باشند وميگوئيم
دو سطح دح شل دو مربع متساويند زيرا كه دح مربع است بفرض
وسزل مربع است باعتبار انكه سطحى است متوازى الاضلاع
كه واقع است بر قطر مربع ده پس مربع است باستنباط ٤ م ا
وچون ضلع دس از مربع سزل مساوى است با ضلع دك
از مربع دح ٣٤ م ا پس دو مربع متساويند وچهار مربع حس
ع ق س م م ص نيز متساويند زيرا كه چون حس ع ق واقع بر قطر
مربع اند و س م م ص چون دو متمم اند متساويند بملاحظه ٤٣ م ا
جميع چهار سطح مربع متساويند وچهار سطح دع ف ق ق ه ق ك نيز
متساويند ان ظاهر است ودو سطح ح س ف ك كه مشتمل اند بر
پنج سطح از ده سطح مذكوره مربع اند باستنباط ٤ م ب زيرا كه بر قطر

مربع واقعند

مربع واقع اند واول مربع اح است وان ظاهر است ودوم مربع حك است
بجهت تساوى حد تا م ف واين پنج سطح مساويست با پنج سطح باقى از ده
سطح مذكور هر يك با نظير خود زيرا كه هر يك ازين دو پنج مشتمل است
بر نصف دو اول كه متساوى بودند ونصف چهار وسط كه نيز متساوى
بودند ونصف چهار اخر كه نيز متساوى بودند وچون پنج اول يعنى
دو مربع ح س ف ك دو مربع اح حد اند كه نصف خط ونصف با زياده
است وپنج ديگر نيز مساوى پنج اول است پس مجموع ده سطح ضعف دو
مربع اح حد است ومجموع ده سطح نيست مگر دو مربع ده دح كه اول
مربع خط است با زياده ودوم مربع زياده فقط است پس دو مربع خط با
زياده وزياده فقط مساويست با ضعف دو مربع نصف خط اعنى اح
ونصف با زياده اعنى حد وهو المطلوب ونيز محرر گفته بوجه ديگر



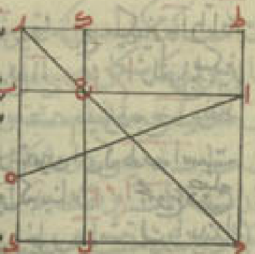
اعاده مينمائيم خط را وميگوئيم حد خطى است
قسمت شده است بر ب پس بنا بر ٧ م ا
ضعف سطح حب
اعنى اح زيرا كه فرض تنصيف اب است
بنقطه ح در حد با مربع ب د مساويست با
با دو مربع حب بد اعنى اح و حد وچون
دو مربع اح حد را مشترك بگردانيم ضعف سطح اح در حد و مربع ب د و
دو مربع اح حد مساوى ميشود با ضعف دو مربع اح حد بنا بر ٤ م ب
دو مربع اح حد كه دو قسم اد اند با ضعف سطح احدهما در اخر مساويست
با مربع اد وچون ضعف سطح احدهما در اخر با مربع ب د مساوى بود با دو
مربع اح حد پس دو مربع اد كه خط است با زياده و ب د كه زياده فقط است
مساويست با ضعف دو مربع اح نصف و حد نصف با زياده وهو المطلوب
واين وجه بعينه در عدد جاريست وكيفيت جريان ظاهر است ومحرر

كفته است كه ممكن است كه تغير شود ازين شكل يعنى شكل دهم وازشكل
سابق بران كه شكل نهم باشد بعبارة واحد باين طريق كه كفته خط
اب تضيف شده است بر ح واخذ شده است ازيكى از دو جهت
ب خط ب د يعنى در شكل نهم از جهت ب كه در سمت ا است
اخذ شده تا اب بر نقطه د قسمت شده باشد ودرين شكل از جهة
ديكر اخذ شده است بعد از اخراج اب يعنى ب د بر اب زياد شده
است پس دو مربع ا د د ب كه دو مربع قسمين است در شكل سابق
ودو مربع خط با زياده وزياده فقط اند درين شكل مساويند باضعف
دو مربع ا ح ح د كه ضعف دو مربع نصف وفضل ما بين نصف وقسم
اند در شكل سابق وضعف دو مربع نصف فقط ونصف با زياده اند
درين شكل ومخفى نيست كه اطلاق ا د در تغيير ودر بيان بقول واحد
كه ا ح د ب د مذكور ميشود منصرف ميشود در
رسم محرر به ا د اقصر در شكل سابق و ا د اطول درين شكل همچنانكه
اطلاق ب د منصرف ميشود به د ب اول در شكل سابق و ب د دوم
درين شكل وتقرير برهان وبيان بقول واحد انست كه ميكوييم بنا بر
۴ م ب مربع ا د مساويست با دو مربع ا ح ح د وضعف سطح ا ح اعنى
ح ب در ح د وهركاه مربع د ب را مشترك بكردانيم خواهد كرديد دو
مربع ا د د ب مساوى باسه مربع ا ح ح د د ب وضعف سطح ح ب در
ح د لكن بنا بر ۷ م ب ضعف سطح ح ب در ح د با مربع د ب مساويست
با مربع ح ب اعنى مربع ا ح ومربع ح د پس دو مربع ا د د ب مساويند
با ضعف دو مربع ا ح ح د وهو المطلوب يا ميخواهيم قسمت كنيم
خطى را بدو قسم كه سطح الخط در احد قسمين مساوى باشد با
مربع قسم ديكر واين حكم در هر عدد جارى نيست پس فرض ميكنيم كه
خط اب است ورسم ميكنيم بران مربع ا د ۴۶ م ا وتنصيف

ميكنيم ا ه

ميكنيم ا ح را بر ه ۱۰ م ا ووصل ميكنيم ب ه را واخراج ميكنيم ه ا را تا ه ز
مثل ه ب شود ۳ م ا ورسم ميكنيم بر ا ز مربع ا ح ۴۶ م ا واخراج ميكنيم
ح ط بر استقامت تا ك وميكوييم خط اب منقسم ميشود به ح ط بر نقطه
ط بقسمت مذكوره يعنى سطح خط در احد قسمين انكه ط ب است
مساويست با مربع قسم ديكر كه ا ط باشد زيرا كه بنا بر ۳ م ا مجموع دو ضلع
ه ا اب اطول است از ه ب اعنى ه ز پس چون ه ا مشترك را بيندازيم
باقى ميماند ا ز اعنى ا ط اقصر از اب پس منقسم ميشود خط اب بنقطه
ط واين قسمت قسمت مذكوره است بجهت انكه خط ح ا تنصيف شده
است بر ه وزياده شده است بران ا ز پس بنا بر ۶ م ب سطح ح ز در ا ز
با مربع ه ا مساويست با مربع ه ز اعنى ه ب اعنى دو مربع ه ا اب ۴۷

م ا وچون مربع ه ا مشترك را بيندازيم
باقى ميماند سطح ح ز در ز ا اعنى در ز ح و ا ك
سطح ز ك است مساوى با مربع خط اب كه
مربع ا د باشد وچون سطح ا ك مشترك را بيندازيم
باقى ميماند مربع ا ح مساوى سطح ط د كه ان سطح
ط ك اعنى ا ح ۳۴ م ا بلكه اب است در ط ب
پس سطح اب در ط ب كه احد قسمين است
مساويست با مربع خط ا ط كه قسم ديكر خط
است وهو المطلوب ومحرر كفته است بوجه ديكر رسم ميكنيم بر خط مفروض
يعنى اب مربع ا د را ۴۶ م ا وتنصيف ميكنيم ب د را بر ه ۱۰ م ا ووصل
ه ا را واخراج ميكنيم ه ز را مثل ه ا ۳ م ا ووصل ميكنيم ح ز را وميكوييم
خط اب به ح ز منقسم ميشود بر نقطه ح بر قسمت مذكوره واز جهت
اثبات مطلوب اخراج ميكنيم ز ط را موازى ب ا ۳۱ م ا واخراج ميكنيم
د ا را تا ملاقات كند ز ط را بر نقطه ط واخراج ميكنيم از ح ك ل را موازى



ب د ۳۱ م ا ومیگوئیم دو متمم طح ح د
متساویند ۴۳ م ا وچون ال را مشترك
بگردانیم میان طح ح د سطح طل مساوی
مربع اد خواهد بود پس میگوئیم چون ب د
تنصیف شده است بر ه و زیاده شده است
بران ب ر پس بنابر ع م ب سطح د ر در ر ب
با مربع ه ب مساویست با مربع ه ر و مربع ه ر مساوی ا ه است بجهت
تساوی ه ر ا ه و مربع ا ه مساویست با دو مربع ا ب ه ب ۴۷ م ا پس
سطح د ر در ر ب با مربع ه ب مساویست با دو مربع ا ب ه ب وبعد
از اسقاط مربع ه ب مشترك باقی بماند سطح د ر در ر ب مساوی مربع
خط ا ب که مربع اد است و مربع اد مساوی بود با سطح طل که ان سطح ح ط
اعنی د ر است در ط ك پس سطح د ر در ر ب مساویست با سطح د ر در ط ك
وازین لازم میاید تساوی ر ب ط ك لکن ر ب مساوی ط ا است پس سطح
ط ك نیز مساوی ط ا است پس سطح ط ح مربع است وان مربع ا ح است که احد
قسمین خط ا ب است وثابت شد که ان مساوی سطح ح د است وسطح ح د
سطح خط ا ب است در ح ب که قسم دیگر انست زیراکه ا ب که یك ضلع مربع
اد است مساوی با ضلع دیگر ان که ب د است پس ثابت شد که سطح
خط اعنی ا ب در احد قسمین ان که ح ب باشد مساویست با مربع قسم
دیگر ان که ا ح باشد وهو المطلوب س ولابد است درین شکل پیش
از شروع در تقریر دعوی وبرهان از تقدیم مقدمه وان مقدمه اینست
که هر مثلث منفرجة الزاویه قاعده ان ضلعی است که هرگاه عمودی از
یکی از دو زاویه دیگر اخراج شود بران ضلع واقع شود بعد از اخراج ان
مثلا در مثلث ا ب ح که زاویه ا از ان منفرجه است قاعده ان ضلعی است
که بعد از اخراج ان عمودی که از یکی از دو زاویه ب یا ا اخراج شود بران

واقع شود بر

واقع شود پس اگر عمود ب د مثلا از زاویه ب اخراج شود وبر ح ا واقع شود بعد

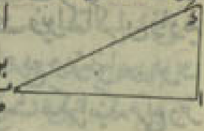
از اخراج ان باین نحو قاعده ح ا خواهد بود
واگر عمود ح د از زاویه ح اخراج شود وبر

ب ا واقع شود بعد از اخراج ان باین نحو ب ا
قاعده خواهد بود وبنا براین قاعده مثلث
منفرجة الزاویه معین نیست بلکه هر یك از دو ضلعی که غیر وتر منفرجه
اند صلاحیت دارند که قاعده ان واقع شوند وتعیین بفرض واعتبار
است پس مراد از یکی دو زاویه که گفتیم عمود از ان اخراج شود مطلق
است که شامل هر یك از ان دو است ومتعین نیست که مراد از ان
یکی بعینه باشد وحمل ضلع وزاویه بر معین که همچنانکه از کلام بعضی
مستفاد میشود راهی ندارد زیراکه هر یك از دو ضلع بعد از اخراج
ان ضلع عمودی که از زاویه اخراج شود که در ما بین ضلع دیگر ووتر
است بران ضلع واقع میشود همچنانکه اگر از هر یك از دو زاویه غیر
منفرجه عمودی اخراج شود بر ضلعی واقع میشود که با وتر بزاویه
دیگر محیط اند پس تخصیص وحکم بتعیین محض تحکم است وچون
این مقدمه معلوم شد میگوئیم هر مثلث منفرجة الزاویه مربع وتر زاویه
منفرجه ان اعظم است از دو مربع ضلعین ان زاویه بقدر ضعف
سطح قاعده ان مثلث معینی که مذکور شد در قدری از ان قاعده
که بعد از اخراج ان واقع شود میان زاویه وموقع عمود مثلا فرض
میکنیم که مثلث ا ب ح است وزاویه منفرجه ان ا است وبنا بر
۱۲ م ا اخراج میکنیم از ب عمود ب د را بر ضلع ح ا که مسمی است
بقاعده پس واقع میشود این عمود بر نقطه د بعد از اخراج ح ا قاعده
در جهت ا زیراکه اگر واقع شود در داخل مثلث یا در خارج مثلث
در جهت ح لازم می اید اجتماع قائمه ومنفرجه در مثلثی که حادث شود

از عمود و قاعده و ضلع ب آ و این باطل است ١٧ م ٣٢ ا پس میگوییم
مربع ب ج که وتر منفرجه اعظم از دو مربع ب آ آ ج ضلعین بقدر ضعف
سطح آ ج قاعده در آ د که مابین زاویه و موقع عمود است زیرا که ج د
خطی که قسمت شده است بر آ پس مربع آن مساویست با دو مربع د آ
ج آ قسمین آن و ضعف سطح د آ در آ ج م ٤ ا و چون مربع ب د را مشترک
بگردانیم دو مربع ج د ب د اعنی مربع ب ج م ٤٧ ا و چون مربع ب د
مساوی میشود با دو مربع د آ آ ج و مربع ب د و ضعف سطح د آ در آ ج و دو
مربع د آ ب د مساویند با مربع آ ب پس مربع ب ج مساویست با مربع آ ب
و مربع آ ج و ضعف سطح د آ در آ ج پس مربع ب ج که وتر منفرجه است
اعظم است از دو مربع آ ب آ ج ضلعین بقدر ضعف سطح د آ که
واقع است میان زاویه و موقع عمود در آ ج قاعده وهو المطلوب
یح هر مثلثی مربع وتر زاویه حاده آن اصغر است از دو مربع ضلعین
آن زاویه بضعف سطح قاعده در قدری از آن قاعده که واقع میشود میان
زاویه و موقع عمودی که خارج باشد از یکی از دو زاویه دیگر مثلا
فرض میکنیم که مثلث آ ب ج است و زاویه حاده از آن ب است و
عمودی که اخراج شده است بر قاعده که ضلع ب ج باشد آ د است
که از یکی از دو زاویه دیگر که آ باشد اخراج شده است و این عمود
باید از جهتی از ب واقع شود که داخل مثلث است یعنی عمود در
داخل مثلث واقع شود زیرا که اگر در خارج مثلث در جهت دیگر ب
واقع شود در مثلثی که حادث میشود از آن عمود و از قاعده و از ضلع
آ ب زاویه قائمه و زاویه منفرجه جمع میشود و این محالست به یک از دو
شکل ١٧ م ٣٢ ا پس میگوییم مربع آ ج که وتر
مربع ب حاده است اصغر از دو مربع آ ب
ب ج که دو ضلع دیگرند بضعف سطح ب ج

قاعده

قاعده در ب د از قاعده که در مابین زاویه و موقع عمود واقع است
زیرا که چون ج ب خطی است که مقسوم است بر د پس دو مربع
ج د ب د مساویند با ضعف سطح ج ب در ب د و مربع ج د
٧ م ب و هرگاه مربع آ د را مشترک بگردانیم سه مربع ج ب ب آ
آ د اعنی دو مربع ج ب ب آ م ٤٧ ا مساوی میشوند با ضعف سطح
ج ب در ب د و دو مربع ج د د آ و دو مربع ج د د آ مساویند با
مربع آ ج پس دو مربع ج ب ب آ مساویند با ضعف سطح ج ب در
ب د و مربع ج آ که وتر زاویه ب حاده است اصغر است از دو
مربع ج ب ب آ که دو ضلع دیگرند بضعف سطح ج ب قاعده در
ب د که از قاعده واقع است در میان زاویه و موقع عمود وهو
المطلوب و محرر گفته است درین اختلاف وقوع است زیرا که
زاویه ج اگر قائمه باشد عمود منطبق میشود بر ضلع آ ج و آنچه واقع
میشود میان زاویه ب و موقع عمود نفس قاعده است و اگر
زاویه ج منفرجه باشد عمود در جهت ج خارج از مثلث واقع
میشود و آنچه واقع میشود در میان زاویه و موقع عمود اعظم
است از قاعده و اگر زاویه ج حاده باشد عمود داخل مثلث
واقع میشود و آنچه در میان زاویه و موقع عمود واقع میشود
بعض قاعده است همچنانکه در اصل کتاب مرسوم است و مخفی نماند
که در صورت اخیر یعنی صورتی که زاویه ج حاده باشد هیئت شکل
و برهان بر مطلوب بعینه است که در کتاب مذکور است و در صورت
اول که زاویه ج قائمه باشد هیئت شکل باین طریق است و برهان بر
اثبات مطلوب آنست که آ ج هرگاه عمود باشد

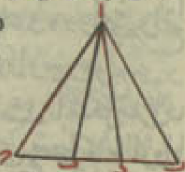


بر ب ج مربع آ ب اعظم است از مربع آ ج بقدر
مربع ب ج بشکل عروس پس دو مربع ب آ ج ب

اعظم اند از مربع اح بقدر دو مربع ب ح یعنی ضعف مربع ب ح پس
مربع اح که وتر زاویهٔ ب حاده است اصغر است از دو مربع ب ا ب ح
که دو ضلع دیگر اند بقدر ضعف مربع ب ح که ان ضعف سطح ب ح قاعده
است در انچه واقع است میان زاویهٔ ب و موقع عمود که ان نیز بعینه
نفس ب ح قاعده است و در صورت دوم که زاویهٔ ح منفرجه باشد
هیئت شکل باین طریق است

وطریق برهان بر
اثبات مطلوب انست که بنا
بر شکل ۱۲ از ینمقاله
دو مربع اح ح ب اصغر اند از
مربع اب بضعف سطح
ب ح قاعده در ح د واقع میان زاویه منفرجه و موقع عمود پس مربع اح
اصغر است از مربع اب بقدر مربع ب ح و ضعف سطح ب ح در ح د پس اصغر
خواهد بود از دو مربع دو ضلع دیگر اعنی اب ب ح بضعف مربع ب ح
وضعف سطح ب ح در ح د و مربع ب ح با سطح ب ح در ح د مساویست با
سطح ب د در ح ب شکل ۳ از ینمقاله پس ضعف مربع ب ح و ضعف سطح
ب ح در ح د مساویست با ضعف ب د در ح ب پس مربع اح که وتر حاده
است اصغر است از دو مربع دو ضلع دیگر اعنی اب ب ح بضعف سطح
قاعده اعنی ب ح در انچه واقع است میان زاویه و موقع عمود اعنی
ب د وهو المطلوب و محرر گفته است که ممکن است که تعبیر شود ازین
شکل یعنی سیزدهم و شکل سابق یعنی دوازدهم بعبارة واحدة باین طریق
که گفته شود هر مثلثی فضل در میان وتر زاویه از ان که قائمه نباشد
و میان دو مربع دو ضلع دیگران بقدر ضعف سطح قاعده است در انچه
واقع میشود از خط قاعده در ما بین زاویه و موقع عمود و شکی نیست
که این عبارت شامل دعوای هر دو شکل است زیرا که اگر ان زاویه
غیر قائمه منفرجه باشد فضل مذکور از برای مربع وتر خواهد بود
بر دو مربع ضلعین و دعوای شکل دوازدهم نیست مگر اینکه مربع وتر

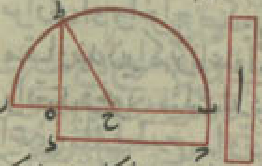
زاویهٔ منفرجه

زاویه منفرجه بقدر فضل مذکور اعظم است از دو مربع ضلعین
و اگر زاویه غیر قائمه حاده باشد فضل مذکور از برای دو مربع ضلعین
خواهد بود بر مربع وتر حاده و دعوای شکل سیزدهم نیست مگر اینکه
دو مربع ضلعین زاید اند بر مربع وتر حاده بقدر فضل مذکور و برهان
مشترک بر این دو دعوی بر قیاس تعبیر بعد از رسم مثلث اب ح اعظم
از جهت این شکل یعنی سیزدهم که مفروض در ان حاده بودن زاویهٔ
ب است تا عمود اد در داخل مثلث باشد و رسم مثلث اب ح اصغر
نظر بشکل سابق یعنی دوازدهم که فرض در ان اینست که زاویه ب منفرجه
است تا عمود مذکور در خارج مثلث بر قاعده بعد از اخراج ان واقع شود
و حمل اطلاق اب ب ح نظر با براب ب ح که ضلع مثلث اب ح اعظم اند
و نظر به ۱۲ بر اب ب ح که دو ضلع مثلث اب ح اصغر اند و حمل ب د
نظر باین شکل بر ب د اول و نظر بسابق بر د ب دوم انست که ضلعین
زاید اند گفته شود دو مربع اب ب ح مساویند با سه مربع اد د ب ب ح
بشکل عروس و بزیاد کردن ضعف سطح د ب در ب ح بر دو مربع اخر یعنی
یعنی دو مربع د ب ب ح یا بنقصان کردن ضعف مذکور
از دو مربع مزبور حاصل میشود مربع ح د که هرگاه مربع
اول یعنی مربع اد بر ان زیاد شود حاصل میشود مربع
اح پس فضل میان دو مربع اب ب ح که محیط اند

بزاویه ب حاده یا منفرجه و میان مربع اح که وتر ان زاویه حاده یا منفرجه است
بقدر ضعف سطح د ب در ب ح است و توضیح این کلام انست که بعد از
ثبوت تساوی دو مربع اب ب ح با سه مربع اد د ب ب ح میگوییم دو
مربع د ب اول و ب ح از مثلث اب ح اعظم که در جهت حکم شکل
۱۳ امر سوم است مساویند با ضعف سطح ح ب در د ب با مربع ح د
پس دو مربع اب ب ح مساویند با دو مربع اد ح د و ضعف
۷ م ب

یعنی شکل سیزدهم ۱۲

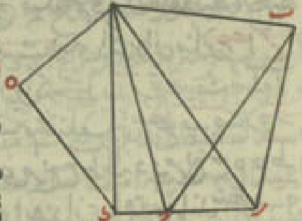
سطح ح ب در ب د و دو مربع اد حد مساویند با مربع اح بشکل عروس
پس دو مربع اب بح که محیط اند بزاویه ب حاده مساویند با مربع
اح که وتر حاده است و ضعف سطح ح ب که قاعده مثلث است در
ب د که قدری از قاعده که درمابین زاویه و موقع عمود واقع است
پس ثابت شد که مربع اح وتر زاویه حاده اصغر است از دو مربع
ضلعین ان زاویه بضعف مذکور و دو مربع د ب دوم و ب ح
ضلع مثلث اب ح اصغر که در جهت حکم ۱۲ م رسوم است کمترند از
مربع ح د بقدر ضعف سطح ح ب در ب د ۴۷ م ب پس دو مربع
اب بح کمترند از دو مربع اد دح بقدر ضعف سطح ح ب در ب د
و دو مربع اد دح مساویند با مربع اح بشکل عروس پس دو مربع اب
بح که محیط اند بزاویه ب منفرجه اصغرند از مربع اح که وتر
این زاویه منفرجه است بقدر ضعف سطح ب ح قاعده در ب د که
قدری است از قاعده بعد از اخراج ان که درمابین زاویه ب و
موقع عمود است پس ثابت شد که مربع وتر زاویه منفرجه اعظم
است از دو مربع ضلعین بقدر ضعف سطح قاعده در انچه واقع
است در قاعده بعد از اخراج ان درمابین زاویه و موقع عمود
ید میخواهیم عمل کنیم مربعی را که مساوی باشد با شکل مفروضی
مستقیم الاضلاع چون شکل ا پس رسم میکنیم سطحی قایم الزوایا
که مساوی شکل ا باشد ۴۵ م ۱ و ان سطح ب ح د ه است و هر چند
قیام زوایا از شکل ۴۵ معلوم نشد لیکن چون از ان معلوم شد که
ما میتوانیم عمل کنیم سطح متوازی الاضلاع که مساوی سطح
متوازی الاضلاع دیگر باشد و یکی از زوایای ان مساوی
زاویه مذکوره باشد پس هر گاه ما ان زاویه را قائمه فرض کنیم
میتوانیم سطح متوازی الاضلاع که یکی از زوایای ان قائمه باشد

رسم کنیم که مساوی سطحی دیگر باشد که باز متوازی الاضلاع باشد و
چون یکی از زوایای ان قائمه باشد زوایای باقیه نیز قائمه خواهند
بود همچنانکه وجه ان ظاهر است و باتی حال بعد از رسم سطح
ب ح د ه قایم الزوایا که مساوی باشد با شکل مفروض یعنی شکل
ا میگوییم اگر دو ضلع ب ه ه د متساوی باشند مربع خواهند بود ۴
۳ م ۱ و هو المطلوب و الا بنا بر ۳ یا ۲ م ۱ اخراج میکنیم ب ه تا ه ر
مثل ه د شود و بعد از تنصیف ب ر بر نقطه ح رسم میکنیم بر خط
ب ر نصف دایره ب ط ر را و اخراج میکنیم د ه را تا نقطه ط از محیط
و میگوییم ه ط ضلع مربع مطلوب است یعنی اگر بر ان بنا بر ۴۶ م ۱
بر ان مربعی رسم کنیم ان مربع مطلوب است زیرا که خط ب ر تنصیف شد ا
بر ح و قسمت شده است بر ه بدو قسم مختلف پس سطح ب ه در ه ر
با مربع ح ه مساویست با مربع ح ر اعنی مربع ح ط بلکه دو مربع ح ه ه ط
۴۷ م ۱ و چون مربع ه ح مشترک را بیندازیم باقی میماند سطح ب ه
در ه ر که ان سطح ب د است مساوی

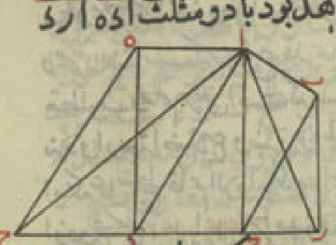


با مربع خط ه ط و چون سطح ب د مساوی
سطح ا است پس مربع خط ه ط نیز
مساوی سطح ا مفروض است و هو المطلوب
و محرر گفته است که در نسخ قدیمه از کتاب اقلیدس شکل مفروض که
مطلوب رسم مربعی است که مساوی ان باشد مثلث ایراد شده است
نزد و اربعة اضلاع و بنا بر این باز برهان بطریقی است که مذکور شد مگر
اینکه عمل سطح قایم الزوایا که مساوی مثلث مفروض باشد حواله بیکی
از دو شکل ۴۲ یا ۴۴ م ۱ میشود و نیز محرر گفته است که ما میتوانیم عمل
کنیم مثلثی را که مساوی باشد با هر سطح مستقیم الاضلاع که اتفاق
افتد مثل سطح اب ح د ه و طریق این عمل انست که این سطح را منقسم

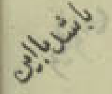
کنیم بمثلثات اب ح اح د اد ه پس عمل میکنیم اولا مثلثی را که مساوی
باشد با مثلث اب ح اح د باین طریق که اخراج میکنیم د ح را و از نقطه
ب نیز ب ر را اخراج میکنیم موازی اح تا ملاقات کند د ح مخرج را
بر نقطه ر و وصل میکنیم ار را پس میگوییم بنا بر ٣٧ م ا دو مثلث
اب ح ار ح که بر قاعده اح واقعند و در ما بین دو خط متوازی
اح ب ر واقعند متساویند پس چون مثلث اح د را مشترک
بگردانیم جمیع مثلث ار د مساوی خواهد بود با دو مثلث



اب ح اح د پس عمل میکنیم مثلثی
دیگر که مساوی باشد با دو مثلث
ار د اد ه تا آن مثلث مساوی
شکل مفروض شود که مخمس است
باین طریق که اخراج میکنیم ح د را
تا ح و اخراج میکنیم از ه ه ح را
موازی اد و اخراج میکنیم اح را و میگوییم دو مثلث اد ح اد ه
متساویند زیرا که بر قاعده اد و در ما بین دو خط متوازی اد ه ح
واقعند و چون مثلث ار د را مشترک بگردانیم جمیع ار د اد ح
اعنی مثلث ار ح مساوی خواهد بود با دو مثلث اد ه ار د

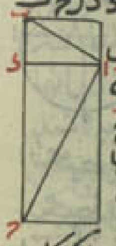


که ار د مساوی بود با دو مثلث
اب ح اح د پس مثلث ار ح مساویست
با سه مثلث اب ح اح د اد ه که
سطح اب ح د ه منقسم بآنها شد
پس مثلث ار ح مساویست با سطح
مذکور و هو المطلوب و این در صورتی بود که سطح مخمس باشد
و اگر زاید بر مخمس باشد باید مثلثی دیگر رسم شود که مساوی



باشد با این مثلث که مشتمل اس مثلث بود با مثلثی دیگر که با آن
متصل است و همچنین تا مثلثی حاصل شود که مساوی باشد
با شکل مفروض که اعظم است از مخمس و نیز محرر گفته است
که ما میتوانیم عمل نمود مربعی را که مساوی باشد با هر مثلثی
که خواسته باشیم مثل مثلث اب ح و طریق این عمل آنست که
اخراج میکنیم از ا عمود اد را بر ب ح و اخراج میکنیم این عمود
را تا د ه مثل نصف ب ح شود ٢ م ا و رسم بر خط اه نصف
دایره ار ه را بنحوی که ملاقات کند با خط ح ب بر نقطه ر و
میگوییم خط د ر ضلع مربع مطلوبست یعنی اگر بر آن مربعی
رسم شود آن مربع مساوی مثلث مفروض است زیرا که

خط اه تنصیف شده است بر ح و قسمت
شده است بر د بدو قسم مختلف پس بنا بر
٥ م ب سطح اد در د ه با مربع د ح مساوی
است با مربع نصف که اح باشد اعنی مربع
ح ر اعنی دو مربع ح د د ر ٤٧ م ا و چون مربع د ح مشترک
را بیندازیم باقی میماند سطح اد در د ه مساوی مربع د ر و
چونکه د ه مساویست با نصف ح ب بعلو سطح اد در ح ب



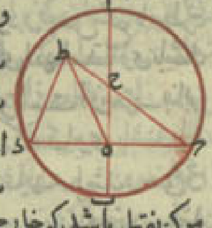
مساویست با ضعف مثلث اب ح همچنانکه از این شکل
تصویر و برهان آن ظاهر است پس سطح اد در د ه
اعنی نصف ب ح مساویست با مثلث اب ح
پس مربع د ر مساویست با سطح اد در د ه مساوی
با مثلث مفروض که مثلث اب ح باشد و هو المطلوب
مقالهٔ سیم و در آن سی و پنج شکل است و در نسخهٔ ثابت یک شکل در
آخر آن زیاد شده و جمیع اشکال این مقاله در بیان خواص دوایر است و

قطع و اوتار ان وخطوطی که مماس باد وایر باشند وصاحب کتاب در
صدد اینمقا لحدودی چند که اشکال موقوف بر انست نموده و انحد ود
اینست که دوایر متساویه که اقطار انها بایکدیکر مساوی باشند یا خطوطی
که از مراکز بمحیطات اخراج میشود یعنی انصاف اقطار بایکدیکر مساوی
باشند وخط مماس باد ایره انست که با دایره ملاقات کند و انرا قطع
نکند و اکرچه از دو جهت اخراج شود و دوایر متماسه دوایری چندیند
که بایکدیکر از خارج یا داخل ملاقات کنند و باهم تقاطع نکنند وخطوط
متساویة الابعاد از مرکز خطوطی است که عمودهائی که از مرکز خارج شوند
و بر انها واقع شوند متساوی باشند و هرخطی که بعد ان از مرکز بیشتر
باشد عمودی که از مرکز بران واقع میشود اطول است و قطعهٔ دایره
شکلیست که احاطه کند بان قوسی از دایره وخطی که انرا قاعدهٔ قطعه
کویند و زاویهٔ قطعه زاویهٔ ایست که احاطه کند بان قوس و قاعدهٔ
مذکورین پس درین شکل  هر یک از زاویه آ و زاویهٔ ب
زاویهٔ قطعه است و زاویه د در قطعه زاویهٔ ایست که احاطه
کند بان دو خط که از دو طرف قاعدهٔ قطعه اخراج شوند و بر نقطهٔ
از قوس قطعه ملاقات کنند مثل زاویه ح که احاطه کرده اند بان
دو خط اح ب ح که خارج شده اند از دو طرف 
اب که قاعدهٔ قطعهٔ اح ب اند و بر نقطهٔ ح
از قوس قطعه ملاقات کرده اند و زاویه انست
که احاطه کنند بان دو خطی که خارج شوند از نقطهٔ
از محیط یا مرکز و هر یک بر موضعی از محیط واقع شوند بنحویکه قوسی
از محیط را جدا کنند ان زاویه را زاویه بر این قوس میکویند و
اول را یعنی زاویه که محاط باشد بدو خط خارج از نقطهٔ محیط
زاویهٔ محیطه بر قوس میکویند مثل زاویه ب اح در شکل مرسوم و

دوم رابعنی

دوم را یعنی زاویهٔ که محاط باشد بدو خط خارج از مرکز زاویهٔ
مرکزیه بر قوس میکویند مثل زاویه آ ده در شکل مرسوم هرکاه د را مرکز
فرض کنیم و کاهی زاویه در قطعه و زاویه بر محیط قوس متحد میشوند
بالذات و اکرچه بالاعتبار مختلف اند مثل زاویه اح ب در شکل
مرسوم که بیک اعتبار زاویه در قطعه اح ب است و باعتبار
دیکر زاویه بر قوس اه ب است و قطاع دایره شکلیست که احاطه
کند بان دو خط که خارج از مرکز شوند و قوسی که ان دو خط از محیط
جدا کنند و قطعهای متشابه از دوایر قطعهٔ چند است که قابل
زوایای متساویه باشند خواه زوایای قطعه باشد یا زوایای در
قطعه یا زوایای در قوس از مرکزیه و محیطیه و در بعض نسخ بایسطریق
است که قطع متساویه قطعهٔ چند است که زوایای انها متساوی باشند
و مخفی نیست که معرف بنابر نسخه اول اعم مطلق است از معرف بنابر
نسخه دوم زیرا که قطع متشابهه اعم از انست که متساوی باشند یا نه
و ممکن است که مراد از متساویه در نسخه دوم متشابهه باشد و معنی لغوی
ازان اراده نشود و میتواند بود که میان متشابهه و متساویه تلازم باشد
از هر دو طرف یعنی همچنانکه هر دو قطعه متساوی متشابه است همچنین
هر دو قطعه متشابه نیز متساویست که از یکدایره باشند یا از دوایری
که متساوی باشند و مؤید اینست انچه شیخ در اقلیدس شفا کفته
است که قطع متشابهه قطعهٔ چند است که زوایای مرکبهٔ در انها
متساوی باشند و این قطع متشابهه هرکاه از دوایر متساویه باشند
متساویند **واما اشکال** این مقاله همچنانکه مذکور شد سی و پنج شکل
است بزیادتی یک شکل در نسخه ثابت ا میخواهیم که معین کنیم مرکز
دایره را مثل دایره اب پس تعیین میکنیم بر محیط ان دو نقطهٔ ح د
کیف اتفق و وصل میکنیم ح د را و تنصیف میکنیم انرا بر نقطه ه

۱۰ م ا و بنا بر ۱۱ م ا اخراج میکنیم از ه بر ج د عمود ه آ را در دو جهت
بنحویکه با محیط در دو جهت تقاطع کند بر دو نقطه ا ب و تنصیف
میکنیم ا ب را بر ح ۱۰ م ا و میکوییم نقطه ح مرکز است که اگر ان مرکز
نباشد باید مرکز نقطه دیگر باشد و فرض میکنیم که ان نقطه ط است
و وصل میکنیم ط ج ط د ط ه را و میکوییم اضلاع دو مثلث ط ه ج ط د ه
بر سبیل تناظر با یکدیکر متساوینند پس بنا بر ۸ م ا دو زاویه ط ه ج ه
ط ه د متساوینند بلکه قائمه اند ۲ حد م ا و حال انکه هر یک از دو زاویه
ا ه ج ا ه د قائمه بود هذا خلف زیرا که از ان تساوی جزو و کل لازم
می اید پس باید مرکز نقطه ح باشد و نقطه دیگر غیر ان نباشد و هو المطلوب



و ازین بیان مستبان و ظاهر میشود که هر دو وتر که
با یکدیگر بر قوایم تقاطع کنند و احدهما دیگری را
تنصیف کند باید احدهما بمرکز بگذرد و بعبارة
اخری هر عمودی که از منتصف وتر اخراج شود
باید بمرکز بگذرد زیرا که میکوییم اگر بمرکز نگذرد باید
مرکز نقطه باشد که خارج از ان باشد و فرض میکنیم که ان نقطه ط است و
خطوط مذکوره را دخیل میکنیم و بیان را تمام میکنیم و محرر گفته است که
اگر فرض شود که مرکز نقطه ایست از خط ا ب که غیر نقطه ح باشد لازم
خواهد امد خلف از جهت دیگر که ان انتصاف خط ا ب باشد در
دو موضع که یکی نقطه ح باشد و دیگری نقطه ز همچنانکه وجه ان
ظاهر است و درین شکل اختلاف وقوع است زیرا که نقطه ح
جایز است که منطبق بر نقطه ه شود و جایز است که ما بین از ان
باشد از جهت ب یا در جهت آ همچنانکه مرسوم است در کتاب
و بیان در جمیع واحد است و مخفی نماند که بعضی بر بیان اصل دعوی
ایراد کرده اند که منتصف ا ب در وقتی مرکز میشود که وتر ج د در

در محیط دایره

داخل دایره باشد واقع شود و وقوع وتر در داخل دایره هنوز
بیان نشده است زیرا که در شکل دوم از ثانیه این معنی ثابت میشود
و حواله ان بشکل دوم با وجود توقف ۲ بر آ مستلزم دور است پس
از مجرد انچه صاحب کتاب گفته است که بر محیط دایره دو نقطه
ج د تعیین میکنیم کیف اتفق و ج د را وصل میکنیم لازم نمی اید
که ج د در داخل دایره واقع شود پس لازم بود که بگوید که در داخل
دایره دو نقطه تعیین میکنیم و ما بین انها را بخطی وصل میکنیم و ان
خط را از دو جهت اخراج میکنیم تا دو نقطه ج د از محیط تا از ان
وقوع ج د در داخل دایره لازم و منتصف ا ب مرکز شود و این
ایراد مندفع است بدو وجه اول انکه احتیاج بتعیین دو نقطه
در داخل دایره نیست زیرا که هر گاه یک نقطه در داخل دایره و
از ان خطی از دو جهت بمحیط دایره اخراج شود کیف اتفق مطلوب
حاصل میشود و دوم انکه اگر فرض شود که خط ج د در خارج
دایره واقع است و از ه تنصیف کنیم و از ه که در خارج دایره
واقع است عمود ه آ بجهت دایره اخراج کنیم لابد است که این عمود
بعد از اخراج قطع کند محیط دایره را در ما بین دو نقطه ج د مثل
نقطه ا ب و الا لازم اید احاطه دو خط مستقیم بسطح واحد و چون
ه آ محیط دایره را در یک در ما بین ج د قطع کند هر گاه ان را باستقامت
از محل قطع اخراج کنیم داخل دایره واقع شود و محیط را از موضعی
دیگر نیز مثل نقطه ا قطع کند پس خط ا ب که در داخل دایره واقع شده
وتر خواهد بود لهذا بعد از تنصیف ان و اخراج عمود قاطع محیط
از دو جهت از منتصف ان وتر بر وتر و اتمام کلام بنحو مذکور مطلوب
ثابت میشود ب هر خطی که وصل شود میان دو نقطه از محیط دایره
یعنی هر وتری باید در داخل دایره واقع شود و مراد از وتر درین تفسیر

همان خط واصل میان دو نقطه از محیط است نه معنی مصطلح که عبارت
است از خطی که قطع کند دایره را بدو قطعه کیف اتفق زیراکه اگر
مراد از وتر این معنی باشد دخول در دایره جزء مفهوم انست پس مدعی
بدیهی خواهد بود و محتاج به برهان نخواهد بود و چون این معلوم
شد مثلا در دایره اب مابین دو نقطه ج د بخط ج د وصل شده
پس باید ج د در داخل دایره باشد واقع شود زیراکه اگر در داخل دایره
نشود یا در خارج دایره میشود یا منطبق میشود بر محیط پس اگر در خارج
واقع شود مثل خط ج ه د فرض میکنیم که مرکز نقطه ز است و وصل
میکنیم ز ج ز د را و تعیین میکنیم بر خط ج ه د نقطه ه را بهر نحو که
اتفاق افتد و وصل میکنیم ز ب ه را یعنی بعد از اخراج ز ه محیط
دایره را بر نقطه ب قطع میکند و ز ب ه حاصل میشود پس میگوییم
چون مثلث ز د ج متساوی الساقین است یعنی دو ساق ز ج ز د
که هر یک نصف قطر است متساویند دو زاویه ز د ه ز ج ه نیز
متساویند ه ا و زاویه ز ه د که خارجه است نظر مثلث ز ج ه
اعظم است از زاویه ز ج ه که داخله است ١٦ م ا پس زاویه ز ه د
اعظم است از زاویه ز د ه که مساوی ز ج ه است زیراکه اعظم
از مساوی شیء اعظم از ان شیء است و ازین لازم می اید که وتر ز د
اعنی ز ب اطول باشد از وتر ز ب ه ١٩ م ا و این مستلزم
زیادتی جزء بر کل است و ان باطل است
و این فساد لازم نیامده است مگر از فرض
خروج ج د از دایره پس باید ج د در داخل
دایره واقع شود و بمثل این بیان ثابت میکنیم
که ج د نمیتواند شد منطبق بر محیط شود یعنی
میگوییم هرگاه د ج منطبق بر محیط شود لازم

می اید

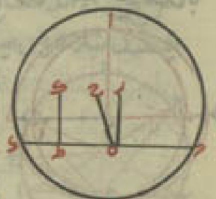
می اید که ز ج یا ز د اعظم از ز ب باشد و این مستلزم انست که ز ب
اعظم از نفس خود باشد و این محال است بلکه میگوییم انطباق ج د
بر محیط محالست بالبدیهه زیراکه ج د خط مستقیم است همچنانکه
در صدر مقاله اولی ظاهر شد و محیط مستقیم نیست و انطباق مستقیم بر
بر غیر مستقیم محالست بالضروره ج هر وتری که از مرکز خطی خارج
شود و بران واقع شود پس اگر ان خط وتر را تنصیف کند باید ان خط
عمود بران وتر باشد و اگر ان خط عمود بران وتر باشد باید وتر را تنصیف
کند مثلا در دایره اب از مرکز ز بیرون امده است و بر وتر ج د واقع
شده است و اولا فرض میکنیم که این خط تنصیف کرده است ج د را
بر ه پس میگوییم باید ز ه عمود بر ج د باشد زیراکه هرگاه ما وصل کنیم
ز ج ز د را دو مثلث ز ج ه ز د ه متساوی الاضلاع خواهند بود
بر سبیل تناظر و دو زاویه ج د نیز متساویند
ه م ا پس بنا بر ح م ا یا ع م ا دو زاویه ز ه ج
ز ه د متساویند بلکه قائمه اند ١٣ م ا پس
خط ز ه عمود است بر ج د و هو المطلوب
و ثانیا فرض میکنیم که خط مذکور یعنی ز ه عمود است بر ج د و چون
ظاهر است که در اینصورت نمیتواند شد که نقطه ه منطبق بر
نقطه ج یا د شود یا در خارج ج د در یکی از دو جهت واقع
شود لهذا در مابین ج و د واقع میشود پس میگوییم باید ج د را
تنصیف کرده باشد بر ه زیراکه در دو مثلث ز ج ه ز د ه متساوی
ه م ا و دو زاویه ه قائمه اند بعرض و ضلع ز ه مشترک است
پس بنا بر ٢٦ م ا جمیع اضلاع و زوایای هر یک مساوی جمیع
اضلاع و زوایای دیگر است بر تناظر لهذا ج ه مساوی ه د است پس
ج ه بخط ز ه بر نقطه ه تنصیف شده است و هو المطلوب و میتوانیم

تخصیص

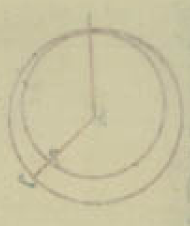
بگوئیم چونکه دو ضلع زح زد متساویند وضلع زه مشترك است ودو زاويه
ح د متساویند وهمچنین دو زاویه ه بجهت قائمه بودن متساویند پس
دو زاویه باقیه اعنی حزه دزه نیز متساویند ودرین هنگام صادق
می اید که دو ضلع وزاویه که درمیان انهاست از احد مثلثین مساویست
بادو ضلع وزاویه که درمیان انهاست از مثلث دیگر پس بنا بر ۴ م ا
تساوی جمیع اضلاع دو مثلث بایکدیگر بر تناظر لازم می اید وتساوی حه
ه د ثابت میشود ومیتوانیم گفت هرگاه زه عمود بر حد باشد مجموع دو
مربع زه ه د مساوی خواهد بود با مربع زه نصف قطر ۴۷ م ا وهمچنین
مجموع دو مربع زه ه ح مساوی خواهد بود با مربع زح نصف قطر پس مجموع
دو مربع زه ه ح پس هرگاه از دو مجموع مربع زه مشترك را بیندازیم باقی
میماند دو مربع حه ده مساوی بایکدیگر پس حه ده بایکدیگر مساوی خواهند
بود وهو المطلوب ومحرر گفته است بوجه دیگر میگوئیم هرگاه زه وتر
حد را تنصیف کند وعمود بران نباشد فرض میکنیم که عمود خارج از
نقطه ه خط ه ح است وچون ان عمود باشد لازم می اید که تقاطع
کرده باشد با حد بر قوایم همچنانکه مفروض است وتنصیف کرده
باشد انرا وحال انکه هیچیك بمرکز نگذشته باشند ونگذشتن حد
بمرکز ظاهر است زیرا که مفروض است که از مرکز خط زه بسوی ان
اخراج شده ومابین ان ومرکز باین خط وصل شده ونگذشتن ه ح بمرکز
بجهت انست که اگر بمرکز بگذرد لازم می اید احاطه دو مستقیم بسطح واحد یا
تعدد مرکز وبعبارة دیگر میگوئیم اگر ه ح عمود باشد لازم میاید عمود
از منتصف وتر خارج باشد وبمرکز نگذشته باشد وبه تقریر باطل است
باستثنا ۱ م ح وهرگاه زه عمود بر حد باشد وانرا تنصیف نکند یعنی
نقطه ه منتصف حد نباشد فرض میکنیم که منتصف ان نقطه ط است
پس اخراج میکنیم از نقطه ط خط طك را موازی زه ۳۱ م ا پس بنا بر

۲۳۹

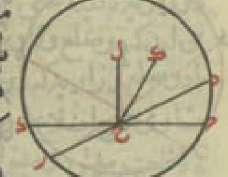
۲۹ م ا طك نیز عمود است بر حد واین مستلزم لازم مذکور است که
بطلان ان ظاهر شده



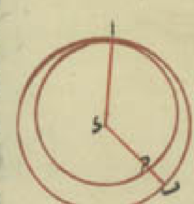
دو وتری که بایکدیگر در دایره
تقاطع کنند در غیر مرکز
ان دایره نمیتواند شد که
هریك دیگری را تنصیف کنند
مثلا دو وتر ده زح تقاطع
کرده اند در دایره اب بر نقطه ح ومرکز نقطه ط است پس میگوییم محال
است که نقطه ح منتصف هریك باشد والا وصل میکنیم طح را
ومیگوییم بنا بر ۳ م ح باید این طح عمود هر دو وتر باشد واز این
لازم میاید که هریك از دو زاویه طح ه طح ح قائمه باشند و
این مستلزم تساوی جزء وکل است وان باطل است پس نمیتواند
که تقاطع دو وتر مذکور بر تناصف باشد وهو المطلوب ومخفی
نیست که عموم استحاله مخصوص بتناصف است یعنی تنصیف کردن
هریك از وترین دیگری را اما تنصیف احدهما دیگری را بدون عکس
جایز است اگر احدهما که منتصف است بمرکز نگذرد ودر غیر مرکز با
دیگری تقاطع کند زیرا که درصورتی که احدهما بمرکز بگذرد وعمود بر
دیگری باشد البته اندیگر را تنصیف میکند ۳ م ح اما اگر عمود نباشد
انرا تنصیف نمیکند وهرگاه هیچیك بمرکز نگذرند تنصیف محال است
یعنی همچنانکه درینصورت تناصف محال است نمیتواند شد نیز که
احدهما فقط منصف دیگری باشد واگر دیگر منتصف اول نباشد
باستثنا ۱ م ح ومحرر گفته است بوجه اخر اخراج میکنیم از ح
عمود حك را بر حد وعمود حل را بر زه پس واجب است که هر دو
بمرکز بگذرند باستثنا ۱ م ح زیرا که هر دو خارجند از منتصف



وترین پس باید مرکز ح باشد وحال انکه مفروض انست که مرکز غیر نقطه
ح باشد هذا خلف ه ممکن نیست که مرکز دو دایره متقاطع متحد باشد



مثلا دو دایره ا ب ج د
بایکدیگر تقاطع کرده اند
پس میگوییم که نمیتواند شد
که مرکز هر دو یك نقطه باشد
والا فرض میکنیم که ه مرکز
هر دو است و وصل میکنیم ه ا را و اخراج میکنیم ه ز د را کیف اتفق
ومیگوییم ه ز ه د متساوی باشند ع م ا زیرا که بنا بر فرض هر یك
مساوی ه ا است واین باطل است زیرا که لازم می اید تساوی
جزء وکل پس باید مرکز هر یك از دایرتین غیر مرکز دیگری باشد وهو
المطلوب ومحرر گفته است بوجه دیگر اخراج میکنیم د ز ه را تا ح ط
ومیگوییم ه ز که اقصر است از ه د اعنی از ه ح مساویست با ه ط که
اطول است از ه ح واین باطل است پس مطلوب ثابت است و
دو دایره که بایکدیگر در داخل تماس کرده باشند نمیتواند شد که بر یك
مرکز باشند مثل دو دایره ا ب ا ج زیرا که اگر بر یك مرکز باشند
فرض میکنیم که مرکز هر دو نقطه د است و وصل میکنیم د ا را و اخراج
میکنیم د ج ب را کیف اتفق ومیگوییم چون بنا بر فرض هر یك از
انها مساوی د ا است بایکدیگر متساویند ع ا واین خلف است



پس باید مرکز هر یك مغایر مرکز دیگری باشد وهو المطلوب
هرگاه از نقطه که در دایره باشد وغیر مرکز ان دایره باشد خطوطی
اخراج شود بمحیط ان دایره اطول ان خطوط خطی که بمرکز بگذرد
واقصر ان خطوط نیمه قطر است یعنی ان خطی که هرگاه با طول
ضم شود قطر حاصل شود وهر خطی که اقربست با طول اطول است

از خطی که

از خطی که ابعد است ازان واز ان خطوط مجرد دو خط که از دو جنب خط اقصر
اخراج شده اند متساویند وهیچ دو خط دیگر از خطوط از ان نقطه متساوی
نیستند مثلا فرض میکنیم که دایره ا ب است و مرکز ان ط است و نقطه مذکوره

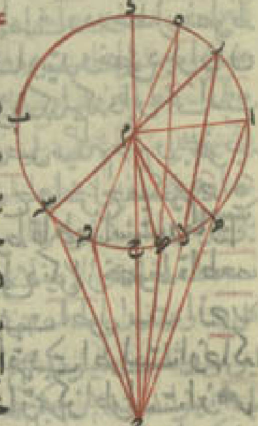
ه است و ه ط وصل شده است واز دو طرف اخراج
شده است بدو نقطه ح د واز نقطه ه خطوط ه ز
ه ح ه ا اخراج شده است پس میگوییم ه ح که مار بمرکز
است اطول است از ه ز واز هر خطی که غیر ان باشد
واز نقطه مذکوره بمحیط اخراج شده باشد و ه د که تمام
ه ح است با قطر اقصر است از ه ا و هر خطی دیگر که غیر ان باشد و از ان نقطه
بمحیط شود و خط ه ز که اقربست به ه ح اطول است از ه ح که ابعد است
وهمچنین اطول است از هر خطی که بعد ان از ه ح اطول باشد از بعد ه ز با ان
و دو خط ب ه ه ا که از دو جنب ه د اخراج شده اند متساویند وهیچ دو خط
دیگر از خطوطی که از ه بمحیط اخراج شده است مساوی انها نیستند
واین چهار حکم است که باید اثبات شود اما حکم اول یعنی اطولیت
ه ح از ه ز دلیل بر اثبات ان اینست که هرگاه ما وصل کنیم ط ز را جمیع ه ط
ط ز را اطول خواهد بود از ه ز ک م ا وجمیع ه ط ط ز مساویست با ه ح پس ه ح
نیز اطول است از ه ز و بمثل این بیان ثابت میشود که ه ح اطول است
از هر خطی دیگر که غیر ه ز باشد واز نقطه ه بمحیط اخراج شود پس حکم
اول ثابت شد واما ثبوت حکم دوم یعنی اقصریت ه د از ه ا بجهت انست
که هرگاه وصل کنیم ط ا را خواهد بود خط ط ا یعنی ط د اقصر از مجموع دو
خط ط ه ه ا ک م ا پس هرگاه ط ه مشترك در میان ط د ومیان ط ه ه ا را
بیندازیم باقی میماند ه د اقصر از ه ا ع م ا و بمثل این بیان میشود که ه د
اقصر است از غیر ه ا نیز از خطوطی که مخرج باشند از ه بمحیط پس حکم دوم نیز
ثابت شد واما حکم سیم یعنی اطولیت ه ز از ه ح برهان بر ان اینست که

هرگاه وصل کنیم حط رط را در دو مثلث هطر هطح دو ضلع طر طح
متساوی خواهند بود و ضلع طه مشترك است و زاویه طر که در ما
بین طر رطه است اعظم است از زاویه هطح که در ما بین طح طه
است پس بنا بر ٢٤ م ا قاعدهٔ هر اطول است از هح و بمثل این بیان
ثابت میشود که غیر هر هح از هر دو خطی که احدهما اقرب باشد به هح
و دیگری ابعد باشد باید اقرب اطول از ابعد باشد پس سیم نیز ثابت شد
واما ثبوت حکم چهارم یعنی تساوی هب ها بجهت انست که هرگاه اولا
زاویه طب را مساوی زاویه طا عمل کنیم ١٣ م ا پس هب را وصل
کنیم هب مساوی ها خواهد بود زیرا که در دو مثلث هطب هطا
ضلع هط مشترك است و دو ضلع طب طا متساویند و دو زاویه
هطب هطا نیز متساویند بعمل پس بنا بر ٤ م ا هب مساوی ها است
و نمیتواند شد که خطی دیگر از خطوطی که از نقطهٔ ه بمحیط اخراج شده اند
مساوی یکی از این دو خط باشد زیرا که اگر خطی دیگر مثل هك مساوی
یکی از انها باشد پس هرگاه ما وصل کنیم كط را باید دو مثلث كطه
بطه متساوی الاضلاع باشند بر تناظر پس بنا ٨ م ا زاویهٔ كطه
کل مساوی زاویه بطه جزء خواهد بود و این باطل است ع ا و بمثل
این بیان ثابت میشود که هیچ خطی دیگر از خطوط مذکوره مساوی با به
یا ها نمیتواند شد پس حکم چهارم نیز ثابت شد و هو المطلوب و مخفی
نماند که مراد از دو خط از دو جنب خط اقصر که حکم بتساوی انها شد
دو خط نوعی اند نه شخصی و مراد بانها هر دو خطی اند که بعد انها از خط
اقصر متساوی باشد و نیز هر دو خط که بعد انها از خط اطول متساوی
باشد متساویند پس هرگاه فرض کنیم که دو خط هك هر متساوی البعد اند
از هی تا هح باید متساوی باشند و برهان در جمیع متحد است و عدم
تصریح صاحب کتاب بتساوی دو خط در جنب خط اطول بجهت انست که

ان لازم ت

ان لازم تساوی دو خط در جنب اقصر است زیرا که ان دو خط همچنانکه در
دو جنب اقصر اند و متساوی البعد اند از ان همچنان در دو جنب اطول اند
و متساوی البعد اند از ان ح هرگاه از نقطهٔ که در خارج دایره باشد خطوطی
بمحیط اند آن این اخراج شود که بعضی از ان خطوط قاطع دایره باشند
بنحویکه بنقطهٔ از محیط تقاطع کنند و بنقطهٔ دیگر از محیط منتهی شوند
و بعضی غیر قاطع باشند یعنی همین بیك نقطه از محیط منتهی شوند
پس اطول خطوط قاطعه خطی است که بمرکز بگذرد و هر خطی که بان اقرب
باشد اطول است از هر خطی که از ان ابعد باشد و اقصر غیر قاطعه منتهیه
بمحیط خطی است که بر استقامت مرکز است و هر خطی که بان اقرب
است اقصر است از هر خطی که از ان ابعد است و دو خط از خطوط
غیر قاطعه که در دو جنب خط اقصر اند مساویند و خطی دیگر از ان
خطوط مساوی با انها نیست و فرض میکنیم که دایره اب است
و نقطه حر است و مرکز م است پس وصل میکنیم حم را بنحویکه
ملاقات کنند محیط را بر دو نقطه ىح و اخراج میکنیم حه
حر حا را و میگوییم که حى که از خطوط قاطعه است و مار است
بمرکز اطول است از حه و از هر خطی دیگر از خطوط قاطعه
که مار بمرکز نباشند و حه که بان اقرب است اطول است از حر
که از ان ابعد است و همچنین حر که اقرب است اطول است از حا که
ابعد است و همچنین هر اقرب بخط مار بمرکز اطول است از هر
خطی که از ان ابعد است و حح که از خطوط غیر قاطعه است و
بر استقامت مرکز است اقصر از حك و از هر خط دیگر از خطوط
غیر قاطعه و حك که اقرب به حح اقصر است از حل که ابعد است
از ان و همچنین اقصر است از حط و دو خط حق حك که در دو
جنب حح اقصر واقعند متساویند و خطی دیگر از خطوط مذکوره
مثل حس و غیر ان مساوی انها نیست و این پنج دعوی است که باید

ثابت شود و اما دعوای اول اعنی اطولیة ده از ه ه دلیل بران آنست
که هرگاه وصل کنیم م ه را جمیع ح م م ه اطول است ه ه خواهد بود ۲۰ ا/م
و مجموع ح م م ه مساوی باح د بجهت تساوی م ه م د پس ه ه نیز
اطول است از ح ع م ا و بمثل این بیان ثابت میشود که ح د از
غیر ح ه نیز از خطوط قاطعه اطول است پس دعوای اول ثابت شد و اما
ثبوت دعوای دوم اطولیة ح ه از ح ر بجهت انست که هرگاه وصل کنیم اعنی
م ر را در دو مثلث ح م ه ح م ر ضلع ح م مشترک است و دو ضلع م ه
م ر متساویند و زاویه ح م ه اعظم است از زاویه ح م ر پس بنا بر
۲۴ ا/م قاعده ح ه اطول است از قاعده ح ر و
همچنین است بیان در اطولیة ح ر از ح ا
پس دعوی دوم نیز ثابت شد و اما دعوای
سیم اعنی اقصریة ح ح از ح ک برهان
بران اینست که هرگاه وصل کنیم م ک را
خواهد بود ح م اقصر از مجموع ح ک ک م
پس هرگاه م ح م ک متساویین را بیندازیم
باقی میماند ح ح اقصر از ح ک ع ا/م و بمثل
این بیان ثابت میشود که ح ح اقصر از هر
خطی از خطوط غیر قاطعه که در هر یک از



دو جنب ان واقعند پس دعوای سیم نیز ثابت شد و اما ثبوت دعوی
چهارم یعنی اقصریة ح ک از ح ل بجهت آنست که هرگاه وصل کنیم م ل
را جمیع م ک ک ح اقصر خواهد بود از جمیع م ل ل ح ۲۱ ا/م پس هرگاه
م ک م ل متساویین را بیندازیم باقی میماند ح ک اقصر از ح ل و همچنین است
بیان در اقصریة ح ل از ح ط بلکه هر خط اقرب به ح ح از هر خط ابعد از
ان پس دعوای چهارم نیز ثابت شد و اما دعوای پنجم برهان بران اینست که

هرگاه اولا

هرگاه اولا زاویه ح م ق را مثل زاویه ق م ک عمل کنیم ۲۳ ا/م پس ح ق
را وصل کنیم باید ح ق مساوی ح ک باشد زیرا که در دو مثلث ح م ق
ح م ک ضلع ح م مشترک است و دو ضلع م ق م ک متساویند و در
زاویه م نیز بعمل متساویند پس بنا بر ۴ ا/م ح ق مساوی ح ک است
و نمیتواند شد که خطی دیگر مثل ح س مساوی احدهما باشد زیرا که بر تقدیر
تساوی هرگاه وصل کنیم م س را جمیع اضلاع مثلث ح م ک مساوی جمیع
اضلاع مثلث ح م س خواهد بود بر تناظر پس بنا بر ۸ ا/م دو زاویه ح م
س م ح متساوی خواهند بود و حال انکه زاویه ک م ح مساوی زاویه
ق م ح بود پس لازم میاید زاویه س م ح کل مساوی زاویه ق م ح جزء باشد
و این باطل است و بمثل این بیان ثابت میشود که غیر ح س نیز از خطوط
مذکوره مساوی با یکی از ح ق ح ک نمیتواند شد پس دعوی پنجم نیز ثابت شد
و هو المطلوب و مخفی نیست که مراد از دو خط واقع در دو جنب اقصر
خطوط غیر قاطعه اعنی ح ح که حکم بتساوی انها شد در نوعی اند
نه شخصی پس حکم مخصوص بخصوص دو خط ح ک ح ق نیست بلکه هر دو
خط که بعد انها از ح ح متساوی باشد مثل ح ل ح س هرگاه متساوی
البعد از ح ح فرض شوند نیز متساویند بمثل برهان مذکور بلی هر
دو خط متساوی البعد که متساویند خط ثالثی نمیتواند مساوی انها
باشد و نیز مخفی نیست که این حکم یعنی تساوی دو خط متساوی البعد
از اقصر خطوط غیر قاطعه جاریست در دو خط قاطع متساوی البعد
از اطول خطوط قاطعه پس هر دو خط قاطع که بعد انها از اطول خطوط قاطعه
اعنی ح د متساوی باشد نیز متساویند بمثل برهان مذکور در دو خط
متساوی البعد غیر قاطع پس هرگاه فرض اخراج ح ق بر استقامت از
نقطه ق تا محیط شود و فرض شود که بعد ان از ح د مثل بعد ح ه است
باید مساوی ح ه باشد بمثل بیان مذکور و چون دو خط در دو جنب اقصر

بعد در اخراج بعینه دو خط اند در د و جنب اطول و همچنانکه بعد انها در
اقصر متساویند همچنین بعد انها در اطول نیز متساویند پس نظر بتلازم
صاحب کتاب بتصریح بتساوی دو خط در دو جنب اطول نکرد و محرر
گفته است که ممکن است که تعبیر شود ازین شکل اعنی هشتم و از شکل
سابق اعنی هفتم بعبارة واحده باین طریق که گفته شود که هر نقطه که
مرکز دایره نباشد و اخراج شود از ان خطوط بمحیط دایره پس اطول ان
خطوط خطی است که بمرکز بگذرد بعد از خروج از ان نقطه و قبل از وصول
ان بمحیط و اقصر انخطوط خطی است که بمرکز نگذرد و بر استقامت مرکز
باشد و هر خطی که اقرب باشد باطول اطول است و هر خطی که اقرب باشد
باقصر اقصر است و هیچ دو خطی از این خطوط متساوی نیستند مگر دو خط
از دو جنب خط اطول و خط اقصر و تقریر برهان دو شکل بعبارة واحده
ظاهر است و احتیاج به بیان نیست و مخفی نیست که عبارة اخیر محرر
اعنی انچه گفته که مگر دو خط الی اخر صریح است در انچه ما ذکر کردیم
که همچنانکه دو خط در دو جنب اقصر متساویند همچنین دو خط در دو جنب
اطول نیز متساوی و عدم تصریح بتساوی در اصل کتاب بجهت تلازم است
همچنانکه مذکور شد و نیز محرر گفته است که از برای اثبات دو شکل
بتقریر واحد وجه دیگر است باین طریق که فرض میکنیم دایره اب است و مرکز
ح است و نقطه د است و خط خارج مار بمرکز که میگوییم اطول خطوط
است دا است و غیر مار که میگوییم اقصر خطوط است دب است و اخراج
میکنیم از یکی از دو خط اطول ده دز را و وصل میکنیم اه هح را و میگوییم
دو زاویه حاه حها متساویند ۵/ا و زاویه دها چون اعظم است
از زاویه حها که جزء انست باید اعظم باشد از زاویه داه که مساوی
حها است لهذا بنا بر ۱۰/ا وتر دا اطول است از وتر ده و ایضا
وصل میکنیم هز حز را و میگوییم دو زاویه حهز حزه متساویند

وزاویه دزه

وزاویه دزه اعظم است از زاویه حزه و دهز را اصغر است از حهز

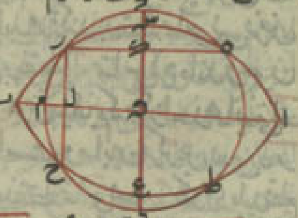
پس دزه اعظم است
از دهز پس وتر ده
اطول است از وتر
دز ۱۹/ا و ایضا
دح دط در یکجنب
دب واقعند و چون
بح حط را وصل کنیم دو زاویه حبح حطب متساوی خواهند
بود ۵/ا و دحب اصغر است از دطب پس اصغر است از دبح
نیز پس دب اقصر است از دح ۱۹/ا و بمثل این بیان میکنیم که
دح اقصر است از دط و ایضا هرگاه از دو جنبه دو زاویه متساوی بر
مرکز عمل کنیم بنا بر ۲۳/ا دو خطی که از دو جنبه واقع میشوند متساوی
خواهند بود و خطی دیگر مساوی با انها نخواهد بود زیرا که ممتنع است
تساوی دو خط که در یک جنبه واقع شوند بجهت انکه چون ثابت شد
که هر خطی که ابعد است از اطول اقصر است تا منتهی شود بنهایت
قصر و هر خطی که ابعد است از اقصر اطول است تا منتهی بنهایت طول و این
حکم ثابت است از جانبین پس نمی تواند شد که دو متساوی در یکجانب
یافت شوند ط هر نقطه در دایره که از ان خطوط متساویه خارج شوند
بمحیط ان خطوط از دو بیشتر باشند پس باید ان نقطه مرکز ان دایره
باشد و فرض میشود که دایره اب است و نقطه ح است و خطوط
متساویه حب حد حه است و از جهت اثبات مطلب وصل
میکنیم بد به را و تنصیف میکنیم بد را بر ز و به را بر ح
۱۰/ا و وصل میکنیم حز حح را پس در دو مثلث حبز
حدز چون اضلاع علی التناظر متساویند باید بنا بر ۸/ا دو

زاویه ر متساوی باشند بلکه قائمه باشند
صدم ا پس حـ ر عمود است بر ب د و منتصف
انست پس باستبانه ا م ح باید حـ ر مذکور ما
بمرکز باشد پس انرا در دو جهت اخراج میکنیم
تا دو نقطه ا ط از محیط و بمثل بیان مذکور ثابت
میکنیم که ح ح مار بمرکز است وانرا نیز اخراج
میکنیم با دو نقطه ک ل از محیط و میگوییم ا ط ک ل بر وزکرده اند بمرکز
و ممکن نیست مرور کنند بنقطه که غیر ح باشد زیرا که ملاقات انها بر
نقطه ح متعین است پس اگر بر نقطه دیگر نیز ملاقات کنند لازم می اید
که احاطه کنند بیک سطح وان باطل است پس نقطه ح مرکز است و غیر
ان مرکز نمیتواند شد وهو المطلوب و مخفی نیست که ممکن است که دعوی
این شکل را استبانه شکل هفتم از نمقاله بگردانیم زیرا که چون در شکل
هفتم ثابت شد که هر نقطه که غیر مرکز باشد و خطوطی ازان اخراج شود
بمحیط بیشتر از دو خط که از جنبین باشند نمی تواند شد متساوی
باشند پس هرگاه از نقطه بیشتر از دو خط بمحیط اخراج شوند و متساوی
باشند باید ان نقطه مرکز باشد و قریب باین طریق است انچه ثابت کفته
است که در بعض نسخ از برای اثبات دعوای این شکل وجه دیگر ایراد
شده وان اینست که فرض میکنیم دایره ا ب ح د است و نقطه ه است
وخطوط ه ا ه ر ه ح است پس اگر ه مرکز نباشد فرض میکنیم که مرکز
ط است و نمیتواند شد که نقطه ط باشد بر یکی از سه خط مذکور باشد
والا همچنانکه معلوم میشود باید این خط که ط بران واقع شده اطول
از دو خط دیگر باشد واین خلاف فرض است پس باید یا در ما بین
دو خط ازین خطوط واقع شود یا خارج از ما بین جمیع واقع شود همچنانکه
در شکل مرسوم است پس ه ط را وصل میکنیم و اخراج میکنیم انرا از

دوجهت

دو جهت تا بدو نقطه ب د از محیط و میگوییم بنا بر ۷ م ح ه ب اطول
خطوط خارجه از ه است و از دو جنب ه بنا بر فرض مذکور خطوط متساوی
که بیشتر از دو است اخراج شده اند واین باطل است ۷ م ا پس باید
ه مرکز باشد و نقطه ط مرکز نباشد وهو
المطلوب ی نمیتواند شد که دو دایره
بر اکثر از دو نقطه تقاطع کنند والا فرض میکنیم
که دو دایره ا ب د ح تقاطع کرده اند بر چهار
ه ر ح ط و وصل میکنیم ه ر ر ح صدم ا

و تنصیف میکنیم انها را بر ک ل ا م ح
و اخراج میکنیم از ک عمود ک د را
تا ح و از ل عمود ل ا را تا ب ا ا ا
و چون این دو عمود تنصیف کرده اند
دو وتر دو قوس ه س ر ر ح از



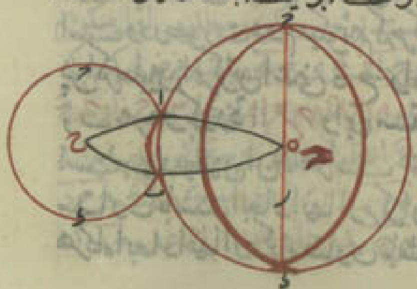
دایره ا ب و دو وتر دو قوس ه ح ر ر م ح از دایره د ح باید بمرکز دو
دایره بگذرند باستبانه ا م ح و چون هر دو عمود بمرکز دو دایره بگذرند
باید مرکز دو دایره یک نقطه باشد که ان موضع تقاطع دو عمود است یعنی
نقطه ف واین محال است ه م ا واین محال ناشی شده است مگر از فرض
تقاطع دایرتین بر اکثر از دو نقطه پس تقاطع دو دایره بر اکثر از دو نقطه
باطل است و باید تقاطع انها بر دو نقطه باشد لا غیر وهو المطلوب
و در بعض نسخ از برای این شکل وجه دیگر است که ثابت انرا ایراد کرده
است وان باین طریق که بعد از فرض تقاطع دو دایره بر اکثر دو نقطه که ان
سه نقطه ا ب ح باشد فرض میکنیم که مرکز یکی از دو دایره د است و
وصل میکنیم د ا د ب د ح و چون این خطوط خارجند از مرکز د
بمحیط دایره که د مرکز انست باید متساوی باشند و چون بمحل تقاطع

دایرتین کذشته اند باید بمحیط دایره دیکر
نیز کذشته باشند لیکن چون این خطوط
بیشتر از دو اند و از نقطه ی اخراج شده
اند نمیتواند شد که ی غیر مرکز دایره دیکر
باشد ۹ م ح پس باید همچنا فکه مرکز احد
دایرتین بود مرکز دایره دیکر نیز باشد و
این محال است ۵ م ح و این محال ناشی نشد مکر از فرض تقاطع دایرتین
بر بیشتر از دو نقطه پس ان باطل است وهو المطلوب یا هر خطی که مرور
کند بدو مرکز دائرتین متماستین باید مرور کند بنقطه تماس پس فرض
میکنیم که دو دایرهٔ اب اح بایکدکر بر نقطه ا تماس کرده اند و چون
باید مرکزانها متعدد باشد ۶ م ح فرض میکنیم که مرکز احدهما یعنی اب
ه است و مرکز دیکری یعنی اح ز است و ما بین مرکزین یعنی ه ز
را وصل میکنیم پس اکر ممکن باشد که بنقطه تماس یعنی ا نکذرد باید قطع
کند دایرتین را بر دو نقطه مثل ح ط پس وصل میکنیم اه از را و میکوییم
اکر تماس در داخل باشد ه ز را باهم اطولند از ه ا ۲۰ م ا لکن ه ز
را باهم مساویند با ه ط زیرا که ه ز مشترک است و ز ا ز ط چون از مرکز
احد دایرتین یعنی اح اخراج شده اند بمحیط ان نیز متساویند پس ه ط
اطول است از ه ا
وه ا مساوی ه ح
است زیرا که بفرض
ه مرکز دایره اب است
پس ه ا ه ح که از

مرکز این دایره بمحیط ان اخراج شده اند متساویند پس ه ط جزء اطول
است از ه ح کل و این محالست و این محال ناشی نشده است مکر از فرض

کذشتن خطی

کذشتن خطی بمرکزین و نکذشتن ان بنقطه تماس پس باید دو مرکز
دایرتین متماستین بجوی باشد که اکر خطی برانها بکذرد بعد
از اخراج انخط بر استقامت بنقطه تماس مرور کند و اکر تماس
دو دایره در خارج باشد جمیع اه از اطول خواهد بود از ه ز لکن
جمیع اه از مساوی جمیع ه ح ز ط است زیرا که اه ه ح چون از
مرکز دایره اب بمحیط ان اخراج شده اند متساویند و از ز ط چون
از مرکز دایره اح بمحیط ان اخراج شده اند متساویند پس جمیع اه از
مساوی جمیع ه ح ز ط است پس ه ح ز ط اطول است از ه ز و از این
لازم میاید جزء اعظم از کل باشد و این محال لیست که ناشی شده است
از فرض مذکور پس باید مرکزین یعنی دو نقطه ه ز در دو موضعی واقع
شوند که هرکاه خطی برانها بکذرد بنقطه تماس یعنی ا نیز بکذرد وهو
المطلوب و محرر کفته است بوجه دیکر میکوییم نقطه ز مرکز دایرهٔ اب
نیست و از ان ز دو خط ز ا ز ح بمحیط ان دایره یعنی اب اخراج شده است
و ز ح از این دو خط بر استقامت مرکز دایره اب است و بر مرکز نکذشته است
پس باید بنا بر ۷ م ح در صورت اول و بنا بر ۸ م ح در صورت دوم ز ح
اقصر از ز ا باشد و ز ا مساوی ز ط است پس باید ز ح کل نیز اقصر از ز ط
جزء باشد و این محالست پس مطلوب ثابت است یب تماس دو دایره خواه
در داخل باشد یا در خارج لازمست که بر یکنقطه باشد و نمیتواند شد که
بر بیشتر از یک نقطه تماس
کنند و الا فرض میکنیم که دو
دایره اب جد تماس کرده اند
اول بر نقطه جد در داخل و بار
دو نقطه اب از خارج و بنا
بر اول وصل میکنیم ما بین



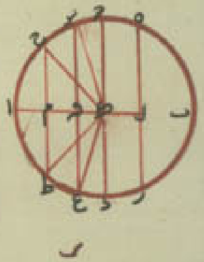
مرکزین دو دایره یعنی ما بین ه ز واخراج میکنیم ه ز را از دو جهت
و باید بنابر ١١ م ح بدو نقطه تماس یعنی ح د بگذرد و ازین لازم
می آید که ه ح که نصف قطر دایرهٔ اب است یعنی ه د که ان نیز
نصف قطر دایره اب است اقصر از ز ح باشد و ز ح مساوی
ز د است زیرا که هر یك نصف قطر دایره اح است پس ه د نیز
اقصر از ز د است و این باطل است زیرا که ازین لازم می اید که
کل اعنی ه د اقصر از جزء خود باشد که ز د است و چون این فساد
از فرض تماس دو دایره بر دو نقطه شده است پس باید ان باطل
باشد و امّا بنا بر ثانی یعنی تماس دائرتین بر اب از خارج وصل
وتر اب را و میکوئیم چون قوس اب قوس هر یك از دایرتین است
و تماس انها در دو طرف این قوس است که دو نقطه اب باشد
پس باید وتر اب که وتر قوس هر یك است در داخل یکی از دو
دایره واقع شود و در خارج دیکری واقع شود و این محالست ٢ م ح
پس دو دایره نیز بر دو نقطه از خارج محال است و محرّر کفته است
بوجه دیکر در صورت اوّل میکوئیم چون ه مرکز دایره اب است
و ز مرکز ان نیست پس ز ح اطول است از ز د ٧ م ح لیکن چون ز
مرکز دایره ح د است باید ز ح ز د مساوی باشند وهذا خلف
و این خلف ناشی است از تماس دائرتین بر دو نقطه پس ان باطل
است و در صورت دوم میکوئیم که مرکز دایره ح د نقطه ح است
پس اگر ما بین دو مرکزین اعنی ه ح را وصل کنیم باید خط ه ح بر ا
و ب هر دو بگذرد ١١ م ح و این مستلزم احاطهٔ یك خط مستقیم
است بسطح و بطلان ان ظاهر است ٥ و اوتار دایره واحده هرگاه
متساوی باشند ابعاد انها از مرکز ان دایره نیز متساویست و
هرگاه ابعاد انها از مرکز متساوی باشد اوتار نیز متساویست پس

فرض میکنیم

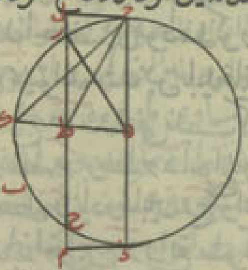
پس فرض میکنیم که دایره اب است و از جهت اثبات مطلوب اوّل میکوئیم که
دو وتر ح د ه ز متساویند و مرکز ح است پس بنابر ١٢ م ١ اخراج میکنیم
از ح بر ح د ه ز دو عمود ح ط ح ك و این دو عمود بعد دو وتر است
از مرکز و میکوئیم این عمود متساویند زیرا که هرگاه وصل کنیم ح ح د
ح ه ح ز را در دو مثلث ح ح د ح ه ز جمیع علی التناظر متساویند
پس زوایا نیز بر تناظر متساویند ٨ م ١ لهذا دو زاویه ح ه متساویند
پس در دو مثلث ح ط ح ح ك ه دو زاویهٔ ح ه متساویند و دو زاویه
ط ك قائمه اند و دو ضلع ح ح ح ه متساویند پس دو ضلع ح ط ح ك اعنی
دو عمود متساویند ٢٦ م ١ پس مطلوب اوّل ثابت شد و از جهت
اثبات مطلوب دوم فرض میکنیم که دو
عمود ح ط ح ك که دو بعد دو وتر ح د
ه ز است از مرکز متساویند پس میکوئیم
دو وتر مذکور متساویند زیرا که هرگاه
دو مربع ح ط ح ك که متساویند بیندازیم
از دو مربع ح ح ح ه که نیز متساویند

باقی میماند دو مربع ح ط ه ك نیز متساوی ٤٧ ع ٤ م ١ پس نفس
ح ط ه ك نیز متساویند لهذا دو ضعف انها یعنی ح د ه ز که دو
وتر مفروض است ٣ م ح نیز متساویند ٤ م ١ پس مطلوب دوم
نیز ثابت شد و محرّر کفته است بوجه دیکر در مطلوب اوّل میکوئیم
اگر ح د ه ز متساوی باشند و ح ط مساوی ح ك نباشد فرض میکنیم که
ح ط اطول است از ح ك پس بنابر ١٨ م ١ اما ٢٥ م ١ بملاحظه ٣ م ح زاویه ح
اعظم است از زاویه ه و زاویه د اعظم است از زاویه ز پس باقی میماند
زاویه ح ح د اصغر از زاویه ه ح ز ٣٢ م ١ و دو ساق مثلث ح ح د
متساویند با دو ساق مثلث ه ح ز پس بنابر ٢٤ م ١ قاعده ح د که

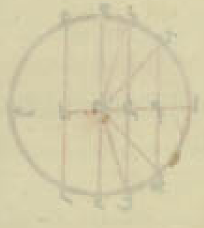
بفرض مساوی ه ر است اقصر ازان خواهد بود هذا خلف پس اطولیة
ح ط از ح ک باطل است و باید هر دو مساوی باشند و در عکس که
مطلوب دوم است میگوییم اگر بعدین اعنی ح ط ح ک متساوی
باشند و وترین اعنی ح د ه ر متساوی نباشند باید ط د که نصف
ح د است مساوی نباشد تا ک ر که نصف ه ر است پس دو مربع ط د
ک ر نیز متساوی نخواهند بود و حال انکه دو مربع ح ط ح ک متساویند
پس باید دو مربع ط د ح ط مساوی نباشند با مربع ک ر ح ک و ازین
لازم میاید که مربع ح د که مساوی دو مربع اولست و مربع ح ر که مساوی
دو مربع دوم است ۴۷ م ا بایکدیگر مساوی نباشند و حال انکه متساویند
بالضروره پس فرض اختلاف وترین با وجود تساوی بعدین باطل است
وهو المطلوب یل اطول اوتار در دایره قطر دایره است و هر وتری که
اقرب بمرکز باشد اطولست از وتری که ابعد ازان باشد و فرض میکنیم که
دایره ا ب است و قطران ح د است و مرکز ک است و ه ر بمرکز اقربست
از ح ط پس میگوییم ح د اطولست از ه ر و ه ر اطولست از ح ط و اثبات
اثبات مطلوبین اخراج میکنیم از ک که مرکز است دو عمود ک ل ک م
بر ه ر ح ط ۱۲ م ا بشرط انکه هر یک از دو خط غیر محدود فرض شود
و اخراج عمود بران شود پس بیان شود که باید عمود بر قدری ازان
خط غیر محدود واقع شود که وتر است یعنی انچه در ما بین ه ر یا
ح ط واقع است پس شکل ۳ م ح بیان شود که عمود بر منتصف وتر
واقع میشود و بدون شرط مذکور اخراج مقصود بمجرد حواله بشکل ۱۲
تمام نمیشود و بهر تقدیر بعد از اخراج دو عمود مذکور میگوییم عمود ک ل
اقصر است از عمود ک م با شکل ۱۳ م ا یا بمجرد حد م ا زیرا که چون فرض
انست که ه ر اقرب بمرکز است از ح ط پس بعرض بعد ه ر از مرکز کمتر است
از بعد ح ط از مرکز پس عمود ک ل که بعد ه ر است از مرکز بنا بر مصادرات



اقصر است از عمود ک م که بعد ح ط است از مرکز و چون ک ل اقصر باشد
از ک م جدا میکنیم از ک م مثل ک ل که ان ک ن است ۳ م ا و بنا بر
۳۱ م ا اخراج میکنیم از نقطه ن وتر س ع بنحوی که موازی ح د باشد
پس س ع مساوی ه ر است ۱۳ م ا و وصل میکنیم ک س ک ع ک ح
ک ط صد م ا و میگوییم جمیع ک س ک ع اعنی ح د اطول است از س ع
۲۴ م ا و س ع مساوی ه ر است بجهت تساوی بعد انها از مرکز پس
ح د که قطر است اطول از ه ر پس مطلوب اول ثابت شد و نیز میگوییم
در دو مثلث س ک ع ح ک ط اضلاع ک س ک ح ک ع ک ط متساویند
و زاویه ع ک س اعظم است از زاویه ط ک ح پس بنا بر ۲۴ م ا س ع
اعنی ه ر اطولست از ح ط وهو المطلوب و محرر گفته است بوجه دیگر
میگوییم دایره ا ب است و قطر ح د است و مرکز ه است و ر ح وتریست
که موازی ح د است و اخراج میکنیم از ح عمودی بر ح د ۱۱ م ا و نمیتواند
شد که این عمود بر ر واقع شود زیرا که هرگاه ما ه ر را وصل کنیم هر یک از



از دو زاویه ح ر از مثلث ه ح ر قائمه
خواهد بود زیرا که چون ح ر عمود است
بر ح د زاویه ح قائمه است و چون مثلث
ه ح ر متساوی الساقین است زیرا که
دو خط ه ح ه ر متساویند پس بنا بر
۵ م ا زاویه ر مساوی ح است و چون
ح قائمه است لهذا ر نیز قائمه است و وقوع دو قائمه در مثلث باطل
است ۳۲ م ا پس وقوع عمود بر ر نیز باطل است و ایضا اگر عمود
مذکور بر ر واقع شود هر یک از دو زاویه ح ر ح ه ر ح قائمه خواهد
بود زیرا که ه ر ح چون مساوی ه ح ر قائمه است ۵ م ا قائمه است
و ح ر ح نیز قائمه است باعتبار انکه ح ر واقع شده است بر دو خط متوازی

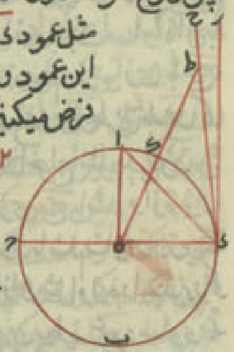


حدح ز پس باید دو زاویهٔ داخله که از وقوع حز بر انها حادث
شد اند معادل دو قائمه باشند ۲۹ م ا وهرگاه حز عمود بر
احد خطین اعنی حد باشد واحد زاویتین اعنی حز قائمه باشد
باید عمود بر خط دیگر اعنی زح نیز باشد وزاویه زح نیز قائمه
باشد وچون هر یك ازین دو زاویه یعنی ح زح ه زح قائمه
باشند متساوی خواهند بود پس لازم می اید تساوی کل وجزء
وان باطل است پس وقوع عود بر ز نیز باطل است ونمیتواند
شد که این عمود در مابین دو نقطه زح مثل حط واقع شود
زیراکه چون حط بفرض عمود بر حد است زاویه طحه قائمه خواهد
بود وهرگاه وصل کنیم ه ط را وانرا تا ک اخراج کنیم وحک را وصل
کنیم زاویه ه حک اعنی ه کح ۵ م ا اعظم از قائمه خواهد بود
وه طح جزء اصغر است از ح طح کل وح طح قائمه است ۲۹ م ا
پس ه طح اصغر از قائمه وحال انکه بنا بر ۱۶ م ا اعظم است از
ه کح که ان اعظم است از قائمه هذا خلف پس عود مذکور
در مابین زح مثل نقطه ط نیز واقع نمیتواند شد پس باید خارج
از زح مثل حل واقع شود بعد از اخراج ح ز ومخفی نیست که
همچنانکه جایز است عود مذکور از نقطه ح بر خط حد اخراج شود
ا م ا وبیان شود که نمیتواند بر نقطه ز یا در مابین زح واقع
شود بلکه لازم است که بر نقطه ل بعد از اخراج ح ز واقع شود
همچنانکه مذکور شد همچنین جایز است که عمود مذکور را از نقطه
ح بر خط زح اخراج کنیم ۱۲ م ا وبیان شود که بر نقطه ز ودر
مابین زح واقع نمیشود بلکه بر نقطه ل واقع میشود وکیفیت
بیان در احتمال دوم بمقایسه بر بیانی که در احتمال اول مذکور
شد ظاهر است بعد از انکه زاویه ز در احتمال دوم قایم مقام

زاویه ح

زاویه ح در احتمال اول شود وبالعکس واحکام هر یك را که در بیان
اول مذکور جاری بر احکام دیگری شود در بیان احتمال دوم واوایل
کلام صاحب کتاب حمل بر هر یك از احتمالین میتوان نمود واگرچه اواخر
کلام او صریح در احتمال دوم است وچون معلوم شد که عمود مذکور بر
نقطه ل بعد از اخراج ح ز واقع میشود میگوییم همچنین اگر عمودی از ک
اخراج شود بر نقطه م واقع میشود و بر زح ودر مابین زح واقع نمیشود
بمثل بیان مذکور پس خط لم کل اطول است از خط زح جزء ولم مساوی
حد است ۳۴ م ا پس حد نظر نیز اطول است از زح وتر وبمثل این بیان
ثابت میکنیم که زح اطول است از هر وتری که بعد ان از قطر بیشتر از بعد
زح باشد هرگاه ان وتر موازی زح باشد واگر موازی نباشد رسم
میکنیم وتری را که موازی زح باشد ۳۱ م ا ومساوی وتر ابعد مفروض
باشد ۲ م ا وبمثل این مذکور اثبات حکم ان وتر موازی مساوی با
وتر ابعد غیر موازی مفروض میکنیم یعنی بیان اقصریه انرا از زح میکنیم
تا از ان ظاهر شود که وتر ابعد مفروض غیر موازی بجهت مساوات ان با
موازی نیز اقصر است از زح ومخفی نیست که رسم وتر موازی با زح
ومساوی با وتر مفروض غیر موازی میتواند شد باین طریق باشد که
از نقطه ه مرکز عمودی بر وتر مفروض غیر موازی اخراج شود پس از قوس
زح وتری کیف اتفق اخراج شود که موازی زح باشد واز ه بر ان
عمودی اخراج شود پس اگر این عمود مساوی عمود اول باشد تساوی دو وترین تمام
است والا اگر عمود ثانی اطول از عمود اول باشد از ان مثل اول جدا میکنیم واگر
برعکس باشد ثانی را مثل اول میکردانیم وبر تقدیرین بر طرف عمود مساوی دو وتر
موازی اخراج میکنیم تا این وتر مساوی وتر مفروض غیر موازی باشد یه
عمودی که از طرف قطر اخراج شود در خارج دایره واقع میشود ودر داخل
دایره واقع نمیشود ودر میان ان عمود ومحیط دایره خط مستقیم دیگر واقع

نمیشود وزاویهٔ نصف دایره اعظم حواد مستقیمة الخطوط است اعنی
اعظم است از هر زاویهٔ حاده که مستقیم الخطین باشد وزاویهٔ ما بین
عمود مذکور ومحیط یعنی زاویهٔ که عمود مذکور ومحیط بان احاطه می
کنند احد حواد است اعنی اصغر است از هر زاویهٔ حاده مستقیمة الخطین
وفرض میکنیم که دایرهٔ اب است وقطر د ح است پس بنا بر ١١ م ١
اخراج میکنیم از نقطهٔ د که طرف قطر است عمودی را بر د ح قطر ومیگوییم
واجب است که این عمود در خارج دایره واقع شود زیرا که اگر در داخل
دایره واقع شود فرض میکنیم که مثل د ا باشد که مخرج ان از دایره نقطهٔ
ا باشد پس وصل میکنیم ه ا را ومیگوییم دو زاویهٔ ه د ا ه ا د که متساوی‌اند
قائمه‌اند زیرا که چون ه د ا که احد متساویین است بجهة فرض ٥ م ١
عمود بودن ا د قائمه است لهذا ه ا د که مساوی دیگر است نیز قائمه است
واین مستلزم وقوع دو قائمه است در مثلث وان باطل است ٣٢ م ١
پس وقوع عمود مذکور در داخل دایره محال است باید در خارج دایره واقع شود
مثل عمود د ر پس حکم اول ثابت شد ونمیتواند شد که میان
این عمود ومیان محیط خط مستقیمی دیگر واقع شود والا
فرض میکنیم که د ح در میان انها واقع شده است پس بنا بر
١٢ م ١ اخراج میکنیم بر د ح از نقطهٔ ه عمود ه ط را
واین عمود منطبق بر ه د نمیشود زیرا که ه د
چون بفرض عمود است بر د ر نمیتواند شد که
عمود بر د ح باشد پس ه ط عمود د ح منطبق
بر ه د نمیشود ودر جهت ب نیز واقع بر ح د



بعد از اخراج ان در جهت د واقع نمیشود والا لازم اید که در مثلث
حادث از ه ط ونصف قطر و د ح بعد از اخراج ان در جهت د منفرجه
وقائمه جمع شود ووجه ان ظاهر است پس باید عمود ه ط در جانب ا

واقع شود در مثلث ه ط د زاویهٔ ط قائمه اعظم خواهد بود از زاویهٔ
ه د ط که جزء ه د ر قائمه است پس وتر ه د اعنی ه د جزء اطول خواهد بود
از ه ط کل ١٩ م ١ واین باطل است پس وقوع خطی دیگر مثل د ح در ما
بین عمود بر طرف قطر اعنی ر د ومحیط باطل است پس حکم دوم نیز ثابت
شد واز ثبوت حکم دوم دو حکم باقی سیم وچهارم نیز ثابت میشود یعنی
ثابت میشود که زاویهٔ ا د ه که زاویهٔ نصف دایره است اعظم است
از هر زاویهٔ حاده مستقیمة الخطین وزاویهٔ ر د ک که عمود است ومحیط
بان احاطه کرده‌اند اصغر است از هر زاویهٔ مستقیمة الخطین زیرا که
اگر زاویهٔ اول اعظم نباشد یا ثانی اصغر نباشد ممکن خواهد بود که
خطی در ما بین عمود ومحیط واقع شود همچنانکه وجه ان ظاهر وبدیهی
است وثابت شد که ان ممکن نیست پس اعظمیة واصغریة ثابت است
پس چهار حکم مذکور ثابت شد ونیز ظاهر ومبین شد که عمود خارج
از طرف قطر مماس دایره است ومحرر گفته است بوجه اخر میگوییم که از مقالهٔ
اولی در شکل ١٢ م السبع ثابت شد که عمود خارج از نقطه بر خط اقصر
خطی است از خطوطی که خارج از ان نقطه شوند وبر ان خط واقع شوند
پس عمودی که خارج از نقطهٔ ه بسوی خط د ر شود اقصر خطی است از
خطوط واقعه در ما بین این نقطه وخط د ر وشکی نیست که ه د نصف قطر
عمود است بر د ر زیرا که فرض انست که د ر عمودیست که قایم است بر طرف
قطر که د باشد پس قطر نیز قایم بر انست پس صادق است که ه د عمودیست که
از نقطهٔ ه اخراج بر خط د ر شد پس باید اقصر خطی باشد از خطوط واقعه
در ما بین ه وخط د ر لهذا باید هر خطی دیگر که از نقطهٔ ه خارج شود
وبر خط د ر واقع شود در خارج دایره واقع شود زیرا که چون خط اقصر که
ه د باشد نصف قطر است باید خطوط دیگر چون اطول از انند زیادتر از
نصف قطر باشند وچون زیادتر از نصف قطر باشند در خارج دایره واقع

میشوند وچون در خارج دایرهٔ ب د ر واقع شوند باید د ر در خارج
دایره واقع شود پس د ر در داخل دایره واقع نمیشود پس حکم اول ثابت
شد ونیز میگوییم هر خطی که واقع شود در ما بین عمود د ر و قطر د ح باید
در داخل دایره واقع شود زیرا که عمودی که از نقطهٔ ه بسوی این خط خارج شود
باید اقصر از نصف قطر باشد زیرا که ه د که خارج از نقطهٔ ه است و واقع
بر ان خط است چون عمود بر د ر است نمیتواند شد که عمود باشد بر خط
مذکور یعنی خط واقع شود واقع میان د ر و قطر پس عمودی که از نقطه
ه بان خط خارج میشود باید اقصر از ه د باشد والا اقصر خطوط خارجه
از ه بسوی ان خط نخواهد بود زیرا که ه د بر خطیست که خارج است از
ه بسوی الخط پس باید الخط مثل د ا در داخل دایره واقع شود با عمود
خارج از ه بان اقصر از ه د نصف قطر باشد و نمیتواند شد که مثل د ح
در خارج دایره واقع شود یا در ما بین د ر عمود و محیط واقع شود و چون
این دو حکم ثابت شد دو حکم دیگر که مترتب بر هو حکم دوم است نیز ثابت
است وهو المطلوب و مخفی نماند که میتوانیم حکم اول را بوجه دیگر بیان
کنیم باین نحو که میگوییم هر گاه عمود در داخل دایره واقع شود مثل د ا و ما
بین محل خروج ان از دایره یعنی نقطهٔ ا و مرکز را بخطی مثل خط ا ه وصل
کنیم لازم می اید که این خط اعنی خط ا ه که نصف قطر است اطول از
نصف قطر باشد زیرا که بنا بر ۴۷ م ۱ مربع ا ه که وتر زاویهٔ د قائمه است
مساویست با دو مربع عمود ه د نصف قطر پس باید اطول از نصف قطر
باشد وهذا خلف پس عمود بر طرف قطر در داخل دایره مثل د ا واقع
نمیشود و باید مثل د ر در خارج دایره واقع شود وهو المطلوب
یو میخواهیم از نقطه خطی اخراج کنیم بدایره بنحوی که این خط مماس اندایره شود
مثلا میخواهیم از نقطهٔ ا بدایرهٔ ب ح خطی اخراج کنیم که با اندایره تماس کند
پس میگوییم مرکز دایره د است ۱ م ۳ ورسم میکنیم بر مرکز د ببعد د ا دایره

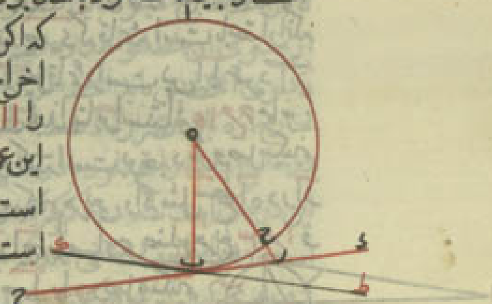
اه را

را
اه صدر و وصل میکنیم ا د را بنحوی که محیط دایرهٔ ب ح بر ر قطع کند صدر ۱
و بنا بر ۱۱ م ۱ اخراج میکنیم از ر عمود ر ح را بر ا د و وصل میکنیم ح د
را بنحوی که محیط ب ح را بر ط قطع کند و وصل میکنیم ا ط را و میگوییم

ان خطی است که از نقطهٔ ا اخراج شده است
بدایرهٔ ب ح و مماس انست زیرا که در دو
مثلث ا ط د ح ر د دو ضلع ا د د ط مساوی اند
با دو ضلع ح د د ر و زاویهٔ د مشترک است
پس بنا بر ۴ م ۱ زاویهٔ ا ط د مساویست
با زاویهٔ ح ر د که قائمه است باعتبار انکه
ح ر عمود است بر ا د بعلت پس ا ط د نیز قائمه است پس ا ط عمود است
بر قطر که از طرف قطر اخراج شده است لهذا بنا بر استبانهٔ ۱۵ م ۳ مماس
بدایره است وهو المطلوب و محرر گفته است بوجه دیگر وصل میکنیم
ا د را و اخراج میکنیم از تا ه و عمل میکنیم مربعی را که مثل سطح ا ه در ا ر
باشد ۱۴ م ۲ و جدا میکنیم از ا ه ا ح را مساوی ضلع مربع ۳ م ۱ و

رسم میکنیم بر ا ببعد ا ح دایرهٔ ح ط را و وصل میکنیم
ا ط را و میگوییم ان خطی است که مماس دایرهٔ ب ح است
زیرا که ضرب ه ا در ا ر با مربع د ر مساوی مربع د ا است ۶ م ۲ و
ضرب ه ا در ا ر مساوی مربع ا ح است بعلت و چون ا ح مساوی ا ط
است باعتبار انکه هر یک نصف قطر دایرهٔ ط ح اند پس مربع
ا ح مساوی مربع ا ط است پس سطح ه ا در ا ر مساوی مربع ا ط است
پس مربع ا ط با مربع د ر مساوی مربع د ا است و مربع د ر مساوی مربع د ط
است بجهت تساوی د ر د ط که هر یک نصف قطر ب ح اند پس ا ط با مربع
د ط مساوی مربع د ا اند پس بنا بر ۴۸ م ۱ زاویهٔ ا ط د قائمه است و ا ط
عمودی است که خارج از طرف قطر دایرهٔ ب ح است پس باستبانهٔ ۱۵ م ۳

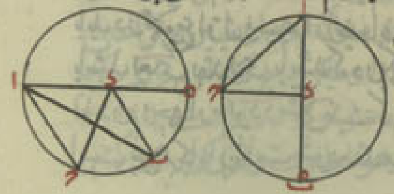
اطمماس دایرن ب ح است وهو المطلوب یز هرگاه میان مرکز و نقطهٔ تماس
بخطی وصل شود ان خط عمود است بر خط مماس مثلا دایره آ ب وخط
مماس ح د است و مرکز ه است و نقطهٔ تماس ب است ووصل میکنیم
ه ب را پس میگوییم که ه ب که خط واصل میان مرکز و نقطهٔ تماس است
عمود است بر ح د که خط مماس است که اگر عمود نباشد فرض میکنیم
که عمود خارج از ه بر ح د ه ز است و بنا بر ۱۷ م ا و ۱۹ م ا ه ز اقصر
است از ه ب اعنی ه ح و این باطل است پس عمود بودن ه ز نیز باطل
است و باید ه ب عمود باشد بر ح د وهو المطلوب و محرر گفته است
که اگر ب ه عمود بر ب ح نباشد پس
اخراج میکنیم از ب بر ب ه عمود ط ب ک
را ۱۱ م ا و میگوییم باستبانه ۱۵ م ح



این عمود اعنی ط ب ک نیز مماس دایره
است وحال انکه عمودی است که خارج
است از طرف قطر در ما بین ان و محیط
در یکی از دو جهت خط ب د
یا ب ح واقع شده است و
این باطل است ۱۵ م ح پس باید ه ب عمود بر ح د باشد یا ح ک
نیز عمود بر ان باشد و ط ک بر ان عمود نباشد تا فساد مذکور لازم اید
وهو المطلوب یح هرگاه از نقطهٔ تماس عمودی اخراج شود بر خط
باید ان عمود بمرکز بگذرد مثلا در دایره آ ب خط ح د مماس است و نقطهٔ
تماس ب است و ب آ عمود بر ح د است که خط مماس است پس میگوییم
که ب آ باید بمرکز بگذرد زیرا که اگر بمرکز نگذرد
باید مرکز نقطهٔ باشد که محل مرور ان نباشد
مثل نقطهٔ ه و وصل میکنیم ه ب را و میگوییم

این ه ب عمود است بر خط ح د مماس ۱۷ م ح وحال انکه آ ب نیز بفرض
عمود است بر ان و این باطل است بالضروره زیرا که لازم می اید که بر یک
نقطه دو عمود قایم شود و لازم می اید که جزء مساوی کل باشد زیرا که
در بینصورت زاویهٔ د ب ه قائمه است و د ب آ نیز قائمه است با
وجود انکه جزء د ب آ است و بطلان ان ظاهر است پس باید ه مرکز
نباشد و آ ب که عمود است بر مرکز گذشته باشد وهو المطلوب یط
زاویهٔ مرکز ضعف زاویهٔ محیط است هرگاه بر یک قوس باشند مثلا
در دایرهٔ آ ب ح که مرکز ان د است زاویهٔ ب د ح زاویهٔ قوس ب ه ح
است که بر مرکز واقع است و زاویهٔ ب آ ح زاویهٔ همین قوس است
که بر محیط واقع است پس میگوییم زاویهٔ ب د ح ضعف زاویهٔ ب آ ح
است زیرا که هرگاه آ د را وصل کنیم

و انرا اخراج کنیم تا ه خواهد بود زاویهٔ ب د ه
مساوی دو زاویهٔ د ب آ د آ ب ۳۲ م ا و
چون د ب آ د آ ب متساویند ۵ م ا پس هر
دو ضعف ب آ د اند پس زاویهٔ ب د ه ضعف
زاویهٔ ب آ ه است و بمثل این بیان میکنیم که
زاویهٔ ه د ح ضعف زاویهٔ ح آ ه است پس مجموع ب د ح ضعف
مجموع ب آ ح است وهو المطلوب و محرر گفته است که درین شکل
اختلاف وقوع است زیرا که آ د یا در ما بین دو ضلع آ ب آ ح واقع
میشود همچنانکه در اصل کتاب مرسوم است یا منطبق بر احد هما
میشود یا خارج از هر دو واقع
میشود باین هیئت و این سه
صورت است که صورت
اول در اصل کتاب مبین شد



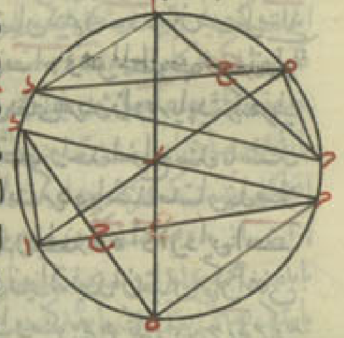
وبیان دو صورت دیگر ظاهر است از آنچه مذکور شد و توضیح
آنست که در صورت دوم یعنی انطباق ضلع اد بر ضلع اب یا
ضلع اج میگوییم زاویهٔ ب د ج مرکزیه چون خارجه است از
مثلث ا د ج پس بنا بر ۳۲ م ا مساویست با دو زاویهٔ ا ج که متساویند
بشکل مامونی پس مساوی ضعف هر یک خواهد بود لهذا مساوی ضعف
ا است که زاویه محیطیه است و در صورت سیم اعنی وقوع اد خارج
از ضلعین میگوییم زاویهٔ ج د ه چون خارجه است از مثلث د ا ج ضعف
زاویهٔ ج ا د است بشکل ۳۲ م ا پس هرگاه از ج د ه زاویهٔ ب د ه را که ضعف
ب ا د است بیندازیم باقی میماند زاویهٔ ب د ج مرکزیه ضعف ب ا ج
محیطیه وهو المطلوب و محرر گفته است درین شکل مقدمه استعمال
شده است که بیان آن در یکی از دو شکل آه است از مقاله خامسه
و مراد ازین کلام آنست که در بیان صورت اول که در کتابت مقلقه
استعمال شده است که بیان آن در شکل اولت از مقاله خامسه و در
بیان صورت سیم که محرر ایراد نموده است مقدمه استعمال شده
است که بیان آن در شکل پنجم از خامسه شد زیرا که در صورت اول
گفته شد که هرگاه زاویهٔ ب د ه ضعف زاویهٔ ب ا ه باشد و زاویهٔ ه د ج
ضعف زاویهٔ ه ا ج باشد باید مجموع زاویهٔ ب د ج ضعف زاویهٔ ب ا ج
باشد و بیان این مقدمه در شکل اولت از خامسه زیرا که دعوای
آن شکل اینست که هرگاه چهار مقدار یافت شوند که در اول این قدر
از اضعاف دوم باشد که در سیم همان قدر از اضعاف چهارم باشد
باید در مجموع اول و سیم از اضعاف مجموع دوم و چهارم بهمان قدر
باشد یعنی بقدری باشد که در یکی از اول یا سیم از اضعاف یکی
از دوم و چهارم بود و شکی نیست که مقدمه مذکوره از افراد این دعوی
است پس هرگاه آن ثابت شود مقدمه مذکوره نیز ثابت است زیرا که

زاویهٔ ب د ه

زاویهٔ ب د ه مقدار اولست که در آن دو مثل زاویهٔ ب ا ه است که مقدار
دوم است و در زاویهٔ ه د ج که مقدار سیم است نیز دو مثل زاویهٔ
ه ا ج است که مقدار چهارم است پس در مجموع دو زاویهٔ ب د ه و ه د ج
که اول و سیم است دو مثل مجموع ب ا ه و ه ا ج است که دوم و چهارم
است و در صورت سیم گفته شد که هرگاه زاویهٔ ب د ه را از زاویهٔ ج د ه
بیندازیم باقی میماند زاویهٔ ج د ب ضعف زاویهٔ ب ا ج و این مقدمه
ایست که بیان آن در شکل پنجم از خامسه است زیرا که دعوای آن شکل
اینست که هرگاه دو مقدار باشد که احدهما چند ضعف دیگری باشد
و از آنها دو مقدار نقصان شود که مقدار منقوص از اعظم بهمین عده
ضعف مقدار منقوص از اصغر باشد باید مقدار باقی از اعظم
بهمین عده ضعف مقدار باقی از اصغر باشد و شکی نیست که
مقدمهٔ مذکوره از جزئیات این دعویست و هرگاه این دعوی ثابت
شود مقدمهٔ مذکوره نیز ثابت است میشود زیرا که زاویهٔ ج د ه
مقداریست که دو مثل زاویهٔ ج ا د است پس هرگاه از ج د ه زاویهٔ ب د ه
را نقصان کنیم و از ج ا د ب ا د را نقصان کنیم و ب د ه نیز دو مثل ب ا د
است باقی میماند ج د ب دو مثل ب ا ج وهو المطلوب ک زوایا
واقعه در قطعهٔ واحده متساویند یعنی هر دو زاویه یا بیشتر که هر یک
محاط باشند بدو خط که از قاعدهٔ قطعهٔ واحده اخراج شده باشند
و در نقطه از قوس آن قطعه ملاقات کرده باشند متساویند مثلا
دو زاویهٔ ج ا د ج ه د که واقعند در قطعهٔ ج ه ا د از دایرهٔ ا ب
واجب است که متساوی باشند زیرا که بعد از تعیین مرکز اعنی
نقطهٔ ز و وصل میکنیم ز ج ز د را و میگوییم چونکه زاویهٔ ج ز د مرکزیه
ضعف هر یک از دو زاویهٔ مذکوره اعنی ج ا د ج ه د است ۱۹ م ج
پس دو زاویهٔ مذکوره متساویند وهو المطلوب و محرر گفته است که این

بیان در صورتی جاریست که قطعهٔ بزرگتر
از نصف دایره باشد تا ممکن باشد که
زاویه مرکزیه بر قوس قطعه واقع شود
امّا هرگاه قطعه اعظم از نصف نباشد
مطلوب را بنحو مذکور بعنوان بیان نمود
زیرا که زاویه مرکزیه بر قوس ح ه د
نخواهد بود تا بیان بنحو مذکور جاری

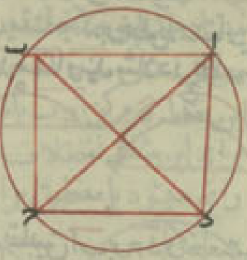
شود بلکه طریق بیان که درین صورت یعنی صورتی که قطعه ح ه د
اعظم از نصف نباشد اینست که بیان شود که دو زاویه ح ا ه د ا
که واقعند در قطعه ه ح د که اعظم است از نصف متساویند بشکل
۱۹ م ج و دو زاویه متقابله ح نیز متساویند ۱۵ م آ پس در دو مثلث
ا ح د ه ح ح دو زاویه د ا ح ه ح ح نیز متساوی خواهند بود و توضیح
این مطلوب اینست که قطعه ح ه د هرگاه نصف باشد یا کمتر از
نصف باشد باین هیئت دو زاویه ه ح ا ه د ا واقع خواهند بود
در قطعه ه ح د اکه اعظم است از
نصف و واقع خواهند بود در قوس
ه آ که اصغر است از نصف پس
یافت خواهد شد زاویه مرکزیه
از برای قوس ه آ و آن زاویه ه ر آ
است که واقع است بر قوس ه آ
و چون این زاویه ضعف هر یک از
دو زاویه ه ح آ ه د آ است باید ه ح ا



ه د ا متساوی باشند پس میگوییم در دو مثلث ا ح د ه ح ح این دو
زاویه یعنی ح د متساویند و دو زاویه ح نیز بجهت تقابل متساویند

پس دو زاویه

پس دو زاویه ه آ نیز متساویند زیرا که چون سه زاویهٔ مثلث مساوی
دو قائمه است پس هرگاه دو زاویه از مثلثی مساوی دو زاویهٔ مثلث
دیگر باشند بر تناظر باید دو زاویه باقیه نیز متساوی باشند پس
دو زاویه ح ه د ح ا د که واقعند در قطعه ح ه آ د که مساوی نصف
است یا کمتر از نصف است مساویند و هو المطلوب کا هر دو زاویه
متقابله از ذی اربعة اضلاع که واقع در دایره باشد معادل دو قائمه اند
مثلا دو زاویه ب آ د ب ح د از ذی اربعه اضلاع ا ب ح د که واقع
است در دایره آ ح باید معادل دو قائمه باشند زیرا که هرگاه وصل
کنیم ا ح ب د را بنابر ۲۰ م ج دو زاویه د ا ح د ب ح که واقعند در قطعه
د ا ب ح متساوی خواهند بود و همچنین دو زاویه ب ا ح ب د ح
که واقعند در قطعه ب ا د ح متساوی خواهند بود پس جمیع زاویه
د ا ب مساویست با مجموع دو زاویه د ب ح
ب د ح و هرگاه زاویه ب ح د را مشترک
بگردانیم مجموع دو زاویه د ا ب ب ح د



متقابلین مفروضین مساوی خواهد
بود با مجموع سه زاویه د ب ح ب د ح
ب ح د که سه زاویهٔ مثلث ب د ح اند
و مساوی دو قائمه اند ۳۲ م آ پس دو زاویه د ا ب ب ح د متقابلین
مساوی دو قائمه اند و هو المطلوب کب ممکن نیست که دو
قطعه متشابه از دو دایره که احدهما اعظم از دیگری باشد واقع
شوند بر خط واحد از یک جهت و الّا فرض میکنیم که دو قطعهٔ
ا ح ب ا د ب متشابه اند اعنی زاویه هر یک مساوی زاویه دیگری
است و ا د ب اعظم است و واقعند هر بر خط ا ب پس معین میکنیم
بر ا ح ب نقطه ح کیف اتفق و وصل میکنیم آ ه را و اخراج میکنیم از

تا ز و وصل میکنیم ب ه ب ز را و میگوییم چون دو قطعه بفرض متساویند
باید زاویه ا ه ب که زاویه قطعه ا ح ب است مساوی باشد بازاویه
ا ز ب که زاویه قطعه ا د ب است حلم ح و این دو زاویه چون خارجه و
داخله اند تساوی انها محالست ۱۶ م ا پس دو قطعه از دو دایره که
یکی اعظم از دیگری باشد متشابه باشند یعنی زاویه در قطعهٔ
هر یک که عبارتست از زاویه که محاطست بدو خط که از دو طرف قاعده
ان قطعه اخراج شوند و در نقطه از قوس ان قطعه با یکدیگر ملاقات
کنند مساوی با زاویه دیگری باشد نمیتواند شد که بر یک قاعده
واقع شوند بلکه باید هر یک بقدری باشد که قاعده ان مغایر
قاعده دیگری باشد و دو قطعه که بر یک خط واقع شوند اند و قطعه
متشابه نیستند وهو المطلوب

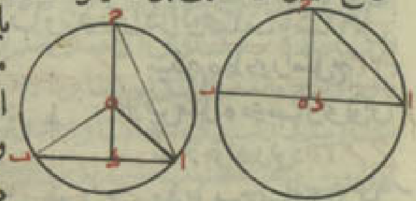
کح قطعهای متشابه که بر خطوط متساویه
واقع باشند متساویند مثلا در قطعه

ا ه ب ح ز د که متشابه اند و واقع
اند بر دو خط ا ب ح د که متساویند
باید مساوی باشند زیرا که هرگاه توهم کنیم تطبیق ا ب بر ح د و قطعه بر
قطعه واجبست که قطعه بر قطعه منطبق شود و مساوی ان باشد که
اگر انطباق بر سبیل تساوی محقق نشود باید بعد از توهم تطبیق قطعهٔ
ا ه ب بر قطعه ح ز د قطعه ا ب ه مثل قطعهٔ ح ح د واقع شود و ازین
لازم میاید که دو قطعه ح ز د ح ح د که متشابه اند همچنانکه مفروض است
بر خط واحد واقع شوند و حال انکه احدهما اعظم است از دیگری و
این باطلست ۲۲ م ج کد میخواهیم دایره تمام کنیم یعنی قطعه را
دایره تامه کنیم بنحوی که ان دایره دایرهٔ ان قطعه باشد یعنی مرکز ان دایره

از اجزاء ان

از اجزاء ان قطعه متساوی باشد و فرض میکنیم که ان قطعه قطعهٔ
ا ح ب است پس تنصیف میکنیم خط ا ب را بر د ۱۰ م ا و اخراج

میکنیم از د بر د عمود د ح را ۱۱ م ا و اخراج
میکنیم ح ا را و رسم میکنیم بر نقطه ا در
ا ح زاویه ح ا ه را مثل زاویه ا ح ه ۲۳ م ا
و اخراج میکنیم ا ه ح د را تا ملاقات کنند
نقطه پس میگوییم که ه مرکز دایره مطلوبه است زیرا که هرگاه وصل
کنیم ب ه را باید مساوی ا ه باشد زیرا که در دو مثلث ب د ه
ا د ه دو ضلع ب د د ا متساویند بعمل و ضلع د ه مشترکست
و دو زاویه د قائمه اند پس بنا بر ۴ م ا ضلع ب ه مساوی ا ه است
و ا ه مساوی ح ه است ۶ م ا زیرا که دو زاویه ا ح ه ح ا ه بعمل
متساویند پس ه نقطه ایست که از ان خطوط متساویه که بیشتر از
دو اند اعنی ب ه ا ه ح ه اخراج شده اند بمحیط ا ح ب پس باید
این نقطه ه مرکز ا ح ب باشد وهو المطلوب و محرر گفته است از
برای این شکل اختلاف وقوع است زیرا که ا ه یا خارج از قطعه
واقع میشود یا منطبق بر ا د میشود و دو نقطه ه د متحد میشوند



یا در داخل قطعه واقع
میشود و صورت اول در
اصل کتاب ایراد شده است
و هیئت شکل در دو صورت
دیگر باین طریقست کیفیت
بیان در انها ظاهر است که زوایای متساویه در دوایر متساویه
واقع بر قوسهای متساوی میشوند خواه از زوایای مرکزیه باشند یا محیطیه
مثلا در دو دایره ا ب ح د ه ز که متساویند دو زاویه ا د محیطیه

متساویند وهمچنین دو زاویه ح ط مرکزیه نیز متساویند پس میگوییم
قوس ٮ ح که بران دو زاویه ا ح محیطیه و مرکزیه واقع است مساوی
با قوس ه ر که بران دو زاویه د ط محیطیه و مرکزیه واقع است زیرا که
هرگاه وصل کنیم دو وتر ٮ ح
ه ر را متساوی خواهند بود
بجهت اینکه در دو مثلث
ٮ ح ح ه ط ر اضلاع ح ٮ

ح ح ط ه ط ر متساویند و دو زاویه ح ط نیز بفرض متساویند پس
بنا بر ۴ م ا دو ضلع ٮ ح ه ر نیز متساویند پس دو قطعه ٮ ا ح د ه ر
که متشابه اند حد م ح واقعند بر دو خط متساوی اعنی ٮ ح ه ر
پس متساوی خواهند بود ۲۳ م ح لهذا بنا بر صه م ا باقی خواهد
ماند دو قوس ٮ ح ه ر متساوی با یکدیگر وهو المطلوب کو
زوایایی که واقع شوند بر قوسهای متساویه از دوایر متساویه
باید متساوی باشند خواه زوایای مرکزیه باشند یا محیطیه مثلا در
قوس ٮ ح ه ر از دو دایره ا ٮ ح د ه ر متساویین متساویند و بر این
دو قوس متساوی واقع شده است دو زاویه ح ط مرکزیه پس
میگوییم این دو زاویه متساویند زیرا که اگر مختلف باشند عمل
میکنیم ه ط ک را مثل ح ۲۳ م ا
پس مثلث ه ک مساوی قوس
ٮ ح خواهد بود ۲۵ م ح
و قوس ٮ ح مساوی قوس ه ر

است پس قوس ه ر کل مساوی قوس ه ک جزء خواهد بود و این باطل
است پس باید قوس ٮ ح مساوی قوس ه ر باشد و بمثل این بیان
تساوی زوایای محیطیه واقعه بر قوسهای متساویه از دوایر متساویه

نیز ثابت

سابق
نیز ثابت میشود وهو المطلوب و مخفی نماند که در فرض اختلاف زاویه
میتواند شد که زاویه ح اعظم از زاویه ط باشد و میتواند شد بر
عکس باشد و بر هر یک از تقدیرین بزاویه که عمل میشود ممکن است
که مثل زاویه اعظم باشد و ممکنست که مثل زاویه اصغر باشد و باین
وجوه اختلاف در اوضاع خطوط بهم میرسد و بیان در شکل
واحد است و آنچه ایراد در کتاب شده است مبنی بر آنست که زاویه
ط اعظم باشد و زاویه معموله مثل اصغر باشد کز قوسهای اوتار
متساویه از دوایر متساویه متساویند خواه آن قوسها اعظم از نصف
دایره باشند یا اصغر از آن باشند
مثلا فرض میکنیم که در دایره
ا ٮ ح د ه ر متساویین دو وتر
ٮ ح ه ر متساویند پس میگوییم
دو قوس ٮ ا ح ه د ر که اعظم

از نصف اند متساویند و همچنین دو قوس ٮ ح ه ر که اصغر از نصف
اند نیز متساویند از جهت اثبات مطلوب بعد از تعیین مرکز دایرتین
اعنی ح ط وصل میکنیم ح ٮ ح ح ط ه ط ر و میگوییم چون دو مثلث
ح ٮ ح ط ه ر متساوی الاضلاع عند بر تناظر پس بنا بر ۸ م ا
دو زاویه ح ط متساویند پس بنا بر ۲۵ م ح دو قوس ٮ ح ه ر
متساویند و از تساوی آنها تساوی دو قوس ٮ ا ح ه د ر نیز
لازمست وهو المطلوب کح اوتار قوسهای متساویه از دوایر
متساویه متساویند مثلا فرض میکنیم که در دو شکل سابق دو قوس
ٮ ح ه ر از دو دایره ا ٮ ح د ه ر متساویین متساویند پس میگوییم
دو وتر ٮ ح ه ر متساویند زیرا که بعد از تعیین دو مرکز ح ط و
وصل اضلاع دو مثلث ح ٮ ح ط ه ر میگوییم ٮ ح ح مساوی

بادو ضلع ط ه ط ر على التناظر بجهت تساوی دایرتین حد ح و دو زاویهٔ
ط ح نیز متساویند بجهت تساوی قوسین ۲۶ م ح پس بنابر ۴ م آ
در قاعدهٔ مثلثین اعنی ب ح ه ر که دو وتر مفروض اند نیز متساویند
وهو المطلوب و محقق نیست که بیان مذکور مخصوص است بدو قوسی
که کمتر از نصف دایره باشند یا بیشتر از آن و اگر نصف دایره باشند
دو وتر انها دو قطر دایرتین خواهند بود و تساوی انها
ظاهر است بر حد م کط میخواهیم قوسی را مثل قوس ب آ ح تنصیف
کنیم پس وصل میکنیم ب ح را و تنصیف میکنیم انرا بر د ۱۰ و اخراج میکنیم
از د عمود د آ را و میگوییم این عمود تنصیف

میکند قوس ب آ ح را بر آ زیرا که هرگاه وصل
کنیم دو وتر ب آ ح آ را متساوی خواهند
بود زیرا که در دو مثلث ب آ د ح آ د دو
ضلع ب د د ح متساویند بجعل و ضلع د آ
مشترک است و دو زاویهٔ د متساویند زیرا که هر یک قائمه اند
پس بنابر ۴ م آ دو ضلع باقی که دو وتر ب آ ح آ اند نیز متساویند
پس دو قوس این دو وتر نیز متساویند ۲۷ م ح پس ثابت شد که
نقطهٔ آ منتصف قوس ب آ ح است وهو المطلوب ل هر زاویهٔ
در قطعه قائمه است اگر قطعه نصف دایره باشد و حاده است
اگر قطعه اعظم از نصف باشد و منفرجه است اگر قطعه اصغر
از نصف باشد و هر زاویهٔ قطعه منفرجه است اگر قطعه اعظم
از نصف باشد و حاده است اگر اعظم نباشد خواه نصف باشد
یا کمتر از نصف باشد و این پنج حکم است که باید بیان شود و از
جهت بیان حکم اول فرض میکنیم که قطعهٔ ا د ب نصف دایرهٔ
ا ب ح است و مرکز ه است و تعیین میکنیم بر قطعه مذکوره نقطهٔ

در اکیف

د را کیف اتفق و وصل میکنیم د ب د آ را و میگوییم زاویهٔ ا د ب
که واقع در قطعه مذکوره است که نصف دایره است قائمه است
زیرا که هرگاه وصل کنیم د ه را خواهد بود زاویهٔ آ ه د خارجه از
مثلث ه د ب مساوی دو داخله ه ب د ه د ب ۳۲ م آ و این دو
داخله متساویند بجهت تساوی دو ضلع ه د ه ب پس زاویهٔ آ ه د
خارجه دو مثل ه د ب است و زاویهٔ ب ه د نیز دو مثل زاویهٔ
ه د آ است بمثل بیان مذکور پس جمیع دو زاویهٔ آ ه د ب ه د که
معادل دو قائمه اند ۱۳ م آ دو مثل جمیع زاویهٔ ا د ب اند پس
زاویهٔ ا ب د که زاویهٔ در قطعه ا د ب نصف دایره است قائمه است
پس مطلوب اول ثابت شد و بوجه دیگر میگوییم چون بنابر ۵ م آ
دو زاویهٔ ب د در مثلث ه د ب متساویند و دو زاویهٔ د آ از
مثلث ه د آ متساویند پس جمیع دو زاویهٔ ب آ در مثلث ا د ب
مساویست با مجموع زاویهٔ ا د ب پس زاویهٔ ا د ب چون نصف
زوایای مثلث است قائمه خواهد بود ۳۲ م آ وهو المطلوب
و بوجه دیگر اخراج میکنیم ب د را تا ح و میگوییم زاویهٔ ا د ح

خارجه مساویست با دو داخله ب آ
و دو داخله ب آ مساویند با ا د ب
همچنانکه مذکور شد پس ا د ب مساویست
با ا د ح پس آ د عمود است بر ب ح و هر یک
از دو زاویهٔ ا د ب ا د ح قائمه است وهو
المطلوب و بوجه دیگر میگوییم زاویهٔ آ ه د مرکزیه ضعف زاویهٔ
ا ب د محیطیه است و زاویهٔ د ه ب مرکزیه ضعف زاویهٔ ب ا د
محیطیه است و چون مجموع دو زاویهٔ ه مساوی دو قائمه است
پس مجموع زاویهٔ ب آ مساوی یک قائمه است و چون این دو زاویهٔ

ازمثلث ادب مساوی یکقائمه باشند زاویه باقی که زاویهٔ
ادب باشد قائمه خواهد بود وهو المطلوب ومخفی نیست که
باین وجه حکم دوم نیز ثابت میشود زیرا که ازان ظاهر میشود
که هریك از زاویه ب که زاویه در قطعه دبا است که اعظم
است از نصف و زاویه آ که زاویه در قطعه داب است که اعظم
از نصف حاده است وبوجه دیگر اخراج میکنیم ده را تا ح و
میگوییم زاویه به ح مرکزیه ضعف بدح محیطیه است وهمچنین

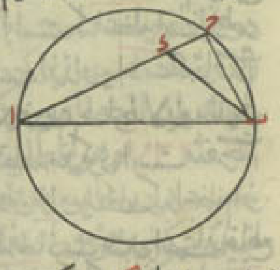
اه ح مرکزیه ضعف ادح محیطیه است پس
مجموع دو زاویه مرکزیه ضعف مجموع دو زاویه
محیطیه است مجموع دو مرکزیه مساوی دو قائمه
است پس مجموع دو محیطیه که ادب است یکقائمه
است وهو المطلوب واما دربیان حکم دوم
یعنی حاده بودن زاویه در قطعه اگر قطعه اعظم از نصف باشد
میگوییم قطعه ابجد اعظم است از نصف و زاویه واقعه
دران زاویه ابد است یا زاویه که مساوی اوست ۲ مح ج واین
زاویه حاده است زیرا که در مثلث ادب چون زاویه د قائمه است
باید هریك از دو زاویه دیگر یعنی زاویه ب و زاویهٔ آ قائمه باشد
۱۷ ما ۳۲ مح آ وهو المطلوب واما بجهت اثبات حکم سیم یعنی
منفرجه بودن زاویه در قطعه اگر قطعه اصغر از نصف باشد
تعیین میکنیم بر قوس آد نقطه ز را کیف اتفق ووصل میکنیم آز
دز را ومیگوییم زاویه ازد واقع است در قطعه ازد که اصغر
است از نصف واین زاویه منفرجه است زیرا که ان یکی از
زوایای ذی اربعة اضلاع ازدب است که واقع است در دایره
پس بنابر ۲۱ مح ج ان با زاویه ب که مقابل اوست معادل دو قائمه

اند وچون

اند وچون زاویه ب حاده است پس باید ان منفرجه باشد وهو المطلوب
وبوجه دیگر از برای اثبات دوم وسیم میگوییم زاویه بجد که واقع است
در قطعه بجد که اصغر است از نصف منفرجه است زیرا که زاویهٔ
بجا قائمه جزء اوست وهریك از دو زاویه باج جبا که اول واقع
است در قطعه باج که اعظم است از نصف حاده است زیرا که زاویهٔ
به ج مرکزیه ضعف زاویه باج محیطیه است وزاویه اه ج مرکزیه

ضعف زاویه ابج محیطیه است وهریك
از دو زاویه ه کمتر از دو قائمه اند زیرا که هر
دو مساوی قائمه اند پس هریك از دو زاویهٔ
ب آ که هر در نصف دو قائمه اند که یکقائمه باشد
حاده است وهو المطلوب ومخفی نیست که
تساوی دو زاویه ب آ با یکقائمه لازم میاید که زاویه بجا قائمه
باشد واما بیان حکم چهارم یعنی منفرجه بودن زاویه قطعه که اعظم
از نصف باشد اینست که زاویه ادج که حادث شده است از تقاطع
خط اد و قوس دج زاویه قطعه دجا است که اعظم است از نصف
وان منفرجه است زیرا که اعظم است از زاویه ادب که قائمه است
همچنانکه مذکور شد وبمثل این بیان بعد از رسم خطوط لازمه ثابت
میشود که زاویه داب که ان نیز زاویه قطعه مذکوره است منفرجه است
واما بیان حکم پنجم یعنی حاده بودن زاویه قطعه که اعظم از
نصف نباشد اینست که زاویهٔ ادز که حادث شده است از تقاطع
خط اد و قوس دز زاویه قطعه دزا است که کمتر است از نصف
وان حاده است زیرا که اصغر است از زاویه ادح قائمه وبمثل
این بیان بعد از رسم خطوط لازمه ثابت میشود که زاویه د آ خط
ز آ قوس که نیز زاویه قطعه مذکوره است حاده است واین بیان

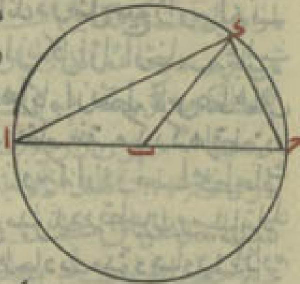
مخصوص بصورتیست که قطعه اصغر از نصف باشد و اگر قطعه نصف
باشد حاده بودن زاویهٔ آن از شکل ۱۵ م ج ظاهر است و محرر گفته است
که بسیار اتفاق می افتد که عکس احکام مذکوره را استعمال میکنند یعنی
میگویند که اگر خواهیم بر زاویه قطعه رسم کنیم یعنی از زاویه قطعه کنیم
پس اگر آن زاویه قائمه باشد در قطعهٔ واقع میشود که نصف دایره باشد
و اگر حاده باشد در قطعهٔ واقع میشود که اعظم از نصف باشد و اگر
منفرجه باشد در قطعهٔ واقع میشود که اصغر از نصف باشد و اگر خواهیم
از زاویه قطعه کنیم پس اگر منفرجه باشد قطعهٔ آن اعظم از نصف خواهد
بود و اگر حاده باشد قطعهٔ آن اعظم از نصف نخواهد بود و محرر در بیان
عکس این احکام اقتصار بر بیان عکس حکم اول کرده است و گفته است
هرگاه زاویهٔ د از مثلث ا ب د قائمه باشد و رسم کنیم بر ا ب نصف
دایره را باید البته مرور کند بر نقطهٔ د همچنانکه در شکل کتابت زیرا که
اگر بر نقطهٔ د مرور نکند اخراج میکنیم ا د را تا نقطهٔ ج مثلا از محیط و
مابین ب ج را وصل میکنیم همچنانکه درین شکل است و میگوئیم



زاویهٔ ا د ب خارجه از مثلث ب ج د
قائمه است بفرض و زاویه ب ج د داخله
چون در نصف دایره واقع است نیز
قائمه است پس لازم می آید خارجه و
داخله متساوی باشند و این باطل است
بشکل ۱۶ م ا پس لازم است که نصف
دایره بر نقطهٔ د مرور کند و چون مرور کند زاویهٔ د قائمه در قطعهٔ
ا د ب که نصف دایره است واقع خواهد شد پس عکس حکم اول ثابت
شد و بیان عکس در دوم و سیم بر این قیاس است مثلا در بیان
عکس دوم میگوئیم هرگاه زاویهٔ ب از مثلث ا د ب حاده باشد

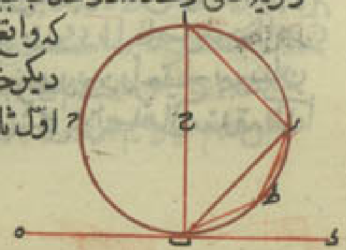
و بر خط ا د قطعه

و بر خط ا د قطعه از دایره رسم کنیم که اعظم از نصف باشد باید
البته بر نقطهٔ ب مرور کند همچنانکه در کتاب مرسوم است زیرا که اگر
بنقطهٔ ب مرور نکند اخراج میکنیم ا ب
را تا نقطهٔ ج مثلا از محیط و د ج را
وصل میکنیم باین هیئت و میگوئیم
زاویهٔ د ب ا خارجه از مثلث د ج ب



حاده است بفرض و زاویه ب ج د
داخله چون واقع است در قطعه
ا ج د که اعظم است از نصف نیز
حاده است پس لازم می آید که تساوی خارجه و داخله و این باطل
است بشکل ۱۶ م ا پس متعین است که قطعهٔ اعظم از نصف اگر
بر ا د رسم شود مرور بنقطهٔ ب کند و چون مرور کند زاویهٔ ب
حاده در قطعهٔ د ج ا که اعظم از نصف است واقع میشود پس عکس
دوم نیز ثابت شد و بمثل این بیان عکس سیم نیز ثابت میشود اما
بیان عکس چهارم و پنجم در حل بداهت است زیرا که هرگاه زاویهٔ
ا د خط و د ج قوس منفرجه باشد بدیهی است که زاویهٔ قطعه خواهد
بود که اکبر است از نصف یعنی هرگاه قوس د ج را بکشیم تا بطرف
دیگر خط که ا است برسد و قطعهٔ د ج ب حاصل شود و ا د قاعدهٔ
آن شود بدیهی است که آن قطعه اعظم از نصف خواهد بود و همچنین اگر
زاویهٔ ا د خط و د ر قوس حاده باشد ظاهر است که زاویهٔ قطعه
خواهد بود که اصغر از نصف خواهد بود یعنی هرگاه د ر را بکشیم
تا طرف دیگر خط یعنی نقطهٔ ا و قطعهٔ د ر ا حاصل شود ظاهر
است که آن قطعه اعظم از نصف خواهد بود و احتیاج به برهان
ندارد و محرر گفته است که درین شکل نیز استعمال مقدمه شده است

که بیان ان در شکل اوّل ست از مقالهٔ خامسه وان مقدمه انست که
در وجه اوّل از حکم اوّل گفته شد که پس جمیع دو زاویهٔ ا ه د
ب ه د که معادل دو معادل قائمه اند در مثل جمیع زاویه ا د ب
است وکیفیت تبیین این مقدمه از شکل اوّل از خامسه بنحوی است
که در شکل نوزدهم مذکور شد لا هرگاه از نقطه تماس خط مماس
با دایره خطی اخراج شود که دایره بدو قطعه منقسم کند که هر قطعهٔ در
یک جنبه باشد ان خط واقع شود دو زاویه که از دو جنب ان خط حادث
میشوند مساویند با دو زاویه که واقع میشوند در قطعتین بر سبیل تبادل
یعنی زاویه که در احد جانبین ان خط حادث میشود مساویست با زاویه
که در قطعهٔ که در جانب دیگر ان خط است واقع میشود و بالعکس مثلا از
نقطه ب که نقطه تماس خط د ه است با دایره ا ح اخراج شده است
خط ب ر و این خط منقسم نموده است دایره را بدو قطعه ر ا ح ب
و ر ط ب پس میگوییم زاویه ر ب د که در احد جانبین خط ر ب مماس
است مساویست با زاویه که واقع میشود در قطعه ر ا ح ب که در جانب
دیگر این خط است مساویست با زاویه که واقع میشود در قطعه ر ب ه
که در جانب اول این خط است واین دو مطلوب است که باید بیان
شود و از جهت بیان اول میگوییم هرگاه ما وصل کنیم میان نقطه تماس و
مرکز اعنی ب ح و اخراج کنیم ب ح را تا ا و وصل کنیم ا ر را هر یک
از دو زاویه ا ر ب ا ب د قائمه خواهند بود ۳ م ح و ۱۷ م ح پس هر یک
از دو زاویه ر ا ب و ر ب د تمام زاویه ر ب ا از قائمه لهذا این دو
زاویه اعنی ر ب د که در احد جانبین خط مماس است و زاویه ر ا ب
که واقع است در قطعه ر ا ح ب که در جانب
دیگر خط است متساویند پس مطلوب
اوّل ثابت شد و از جهة اثبات مطلوب دوم



تعیین میکنیم نقطه ط را در قطعه ا

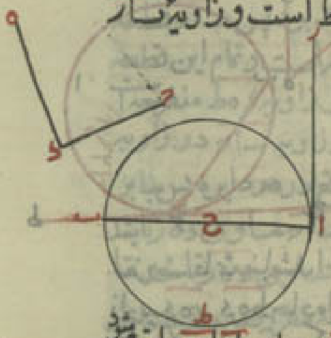
نقطه ط را در قطعه ر ط ب کیف اتفق و وصل میکنیم ط ر ط ب
را و میگوییم بنابر ۲۱ م ح زاویه ر ط ب که در قطعه ر ط ب واقع است
با زاویهٔ ر ا ب که مقابل انست در ذی اربعة اضلاع ط ر ا ب
مساوی دو قائمه اند و زاویه ر ا ب مساوی زاویه ر ب د است
همچنانکه مذکور شد پس زاویه ر ط ب تمام زاویه ر ب د است
از دو قائمه و چون زاویه ر ب ه نیز تمام زاویه ر ب د است از
دو قائمه ۱۳ م ا لهذا از زاویه ر ط ب که در قطعه ر ط ب واقع است
که در احد طرفین خط است مساویست با زاویه ر ب ه که در طرف
دیگر خط واقع است پس مطلوب دوم نیز ثابت شد و محرر گفته
است بوجه دیگر اخراج میکنیم از ر ر ح را بنحوی که ده باشد
۳۱ م ا و وصل میکنیم ح ب و ب ح را تا ک پس ب ک که
عمود است بر د ه ۱۷ م ح عمود است بر ر ح نیز ۲۹ م ا و چونکه
مرور بمرکز نموده است منصف ر ح است بر ک ۳ م ح پس ر ک
ک ح متساویند و بجهت تساوی انها و اشتراک عمود ک ب
و تساوی دو زاویه ک در دو مثلث ر ک ب ک ح ب دو زاویه
ب ر ح ب ح ر نیز متساویند ۴ م ا
و زاویه ب ر ح چون متبادله زاویه
ر ب د است با آن مساویست پس زاویه
ر ح ب که واقع در قطعه ر ا ح ب است
که در احد جانبین خط ر ب مماس است
نیز مساوی زاویه ر ب د است که در
جانب دیگر ان خط است و مخفی نیست که محرر تمام مطلوب را بیان
نکرده است و تمام مطلوب انست که بعد از انچه مذکور نمود گفته
شود که تعیین میکنیم نقطه ط را در قطعه ر ط ب کیف اتفق و وصل

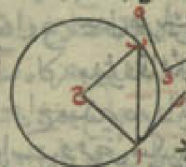
میکنیم ط ر ط ب را و میگوییم زاویهٔ ب ط ر که واقع در قطعهٔ ب ط ر
است تمام زاویهٔ ر د ب اعنی ح ر ب است از دو قائمه ۲۱ م ح
و زاویهٔ ح ر ب چون مبادله ر ب ک است با ان مساویست پس
زاویهٔ ب ط ر تمام زاویهٔ ر ب ک است از دو قائمه و زاویهٔ ر ب ه
نیز تمام ر ب ک است از دو قائمه پس زاویهٔ ب ط ر که در قطعهٔ
دیگر اعنی قطعهٔ ر ط ب واقع است مساویست با زاویهٔ ر ب ه
که در احد جانبین خط مماس است و هو المطلوب لب
میخواهیم عمل کنیم محدودی قطعه که قابل زاویهٔ مفروضه باشد
و فرض میکنیم که ان خط ا ب است و زاویهٔ ح د ه است پس بنا بر
رسم میکنیم بر نقطهٔ آ از خط زاویه که مساوی زاویهٔ ح د ه
مفروضه باشد و ان زاویهٔ ب آ ر است و اخراج میکنیم
از آ بر ر آ عمود ا ح را ۱۱ م ا و رسم میکنیم بر نقطهٔ ب از خط
ا ب زاویهٔ ا ب ح را مثل زاویهٔ ب ا ح ۲۳ م ا و اخراج می
کنیم ا ح ب ح تا ملاقات کنند بر ح زیرا که هر یک از دو زاویه
ب ا کمتر از قائمه است پس بنا بر قضیهٔ اخیره ملاقات انها
لازم است و رسم میکنیم بر مرکز ح و ببعد ح آ دایرهٔ ا ب
را و میگوییم قطعهٔ ا ط ب قطعهٔ مطلوبه است یعنی قطعهٔ ا ب

که قابل زاویهٔ مفروضه است که زاویه
ح د ه باشد زیرا که ر آ که عمود است بر
ا ح مماس دایره است ۱۵ م ح و از
مماس را تا دایره خط ا ب خارج شد
است پس بنا بر ۳۱ م ح این خط یعنی
ا ب منقسم کرده است دایره را
بدو قطعه که یکی از انها ا ط ب است که قابل زاویه است که

مساوی ب ا ر

مساوی ب آ ر اعنی زاویهٔ ح د ه است یعنی زاویه که در این
قطعه که در احد جانبین خط مماس است واقع میشود مساوی
با زاویهٔ ب آ ر که در جانب دیگر ان خط است و زاویهٔ ب ا ر



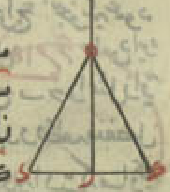


بعمل مساوی ح د ه است پس قطعهٔ مذکوره
قابل زاویه ایست که مساوی زاویهٔ ح د ه
مفروضه است و هو المطلوب و محرر گفته
است که در این شکل اختلاف
وقوع است زیرا که اگر
زاویهٔ مفروضه منفرجه باشد
تا زاویه که مثل این عمل میشود
اعنی زاویهٔ ر ا ب بین منفرجه باشد عمود ا ح در ما بین ا ر ا ب واقع میشود
همچنانکه در اصل کتاب مرسوم است و اگر زاویهٔ مفروضه حاده باشد
عمود ا ح خارج از انها واقع میشود و اگر قائمه باشد عمود بر ا ب منطبق
میشود بجز یکه در این دو شکل رسم شد و سبب وقوع این اختلاف
ظاهر است و بیان در کل واحد است لج میخواهیم جدا کنیم از دایره
قطعه را که قابل زاویهٔ مفروضه باشد و فرض میکنیم که دایره ا ب ح
است و زاویهٔ د ه ر است پس تعیین میکنیم بر دایره نقطهٔ ح را و اخراج
میکنیم خط ط ح ح مماس با دایره ۱۱ م ح ۱۵ ا م ح یعنی اول اخراج بجز یکه عمود
بر طرف قطری از ان دایره باشد بشکل ۱۱ م آ پس بشکل ۱۵ م ح مماس دایره
خواهد بود و رسم میکنیم بر نقطهٔ ح از خط ح ر زاویهٔ ح ب ح را مثل زاویهٔ
د ه ر ۲۳ م آ و میگوییم بنا بر ۳۱ م ح خط ح ب دایره را بدو قطعه منفصل
کرده است که یکی از انها قطعهٔ ب ا ح است که قابل زاویه ایست که مساوی
زاویهٔ ب ح ح است یعنی زاویه که در ان قطعه واقع میشود مساوی زاویهٔ
ب ح ح است که ان مساوی زاویهٔ د ه ر مفروضه است پس ثابت شد که

قطعهٔ از دایره جدا شده است که قابل زاویه ایست که مساوی زاویه ده ز است
وهو المطلوب و محرر گفته است بوجه دیگر فرض میکنیم که مرکز ح است

پس اگر زاویهٔ مفروضه قائمه باشد اخراج
میکنیم از مرکز قطری را که بتنصیف
کند دایره را پس نصف و هریك از
دو نصف قابل زاویهٔ مفروضه است
یعنی هریك زاویه که دران واقع
میشود قائمه است ۳۱ م ج واگر زاویهٔ
مفروضه قائمه نباشد اخراج میکنیم ه ز را تا ط و میگوییم یکی از دو
زاویه ده ز ده ط حاده است و فرض میکنیم که حاده ده ز است پس
بنابر ۲۳ م ا رسم میکنیم بر ه از ه ز زاویه ز ه ك را مثل ده ز
پس بعد از اخراج ه د ه ك الی غیر النهایه جدا میکنیم ه د ه ك
بنحوی که یکی با یکدیگر متساوی باشند ۳ م آ و وصل میکنیم

د ك را و اخراج میکنیم ح ج را کیف اتفق و عمل
میکنیم بر نقطه ح از خط ح ج زاویه ح ج ب را
مثل زاویه ه د ك ۲۳ م آ و وصل میکنیم ح ب
را و میگوییم که زاویه ح ب ج که مساوی زاویهٔ
ح ج ب است ۵ م آ مثل زاویه ه ك د است که

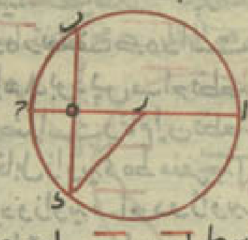


مساوی زاویه ه د ك است ۵ م آ پس از دو مثلث
ب ح ج ك ه د چون دو زاویه ب ج مساوی اند با دو
زاویه ك د باقی میماند زاویه ح ح ب مرکزیه مثل زاویهٔ
د ه ك ۳۲ م آ و زاویه ح ح ب مرکزیه بنابر ۱۹ م ج
ضعف هر زاویه محیطیه ایست که واقع شود در قطعهٔ ح ا ب پس هرگاه
ا ب و ا ح وصل شود زاویه ب ا ح که بر قوس ب ح و در قطعه ب ا ح

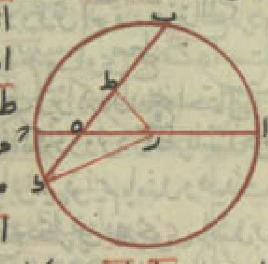
واقع است

واقع است نصف زاویه ب ح ج مرکزیه است خواهد بود و چون
ب ح ج مساوی ك ه د است و جمل ده ز نصف ك ه د است
لهذا زاویه ب ا ح مساوی ده ز خواهد بود پس ب ا ح قطعه
ایست که قابل زاویه ده ز حاده مفروضه است و تمام این قطعه
با دور یعنی قطعه دیگر که ب ح باشد قابل زاویه د ه ط منفرجه است
زیرا که زاویه که در قطعه ب ح واقع شود و زاویه ب ا ح دو زاویه
متقابله میشوند از ذی اربعة اضلاع واقع در هر دایره پس بنابر ۲۱ م ج
هر دو زاویه معادل قائمه اند پس هرگاه ب ا ح مساوی ده ز باشد
باید زاویه که در قطعه ب ح واقع میشود مساوی ده ز باشد تا
دو قائمه اعنی زاویه د ه ط پس هرگاه زاویه مفروضه منفرجه باشد
مثل د ه ط قطعهٔ ب ح قطعه ایست که قابل انست و هو المطلوب
لل هر دو وتری که در دایره تقاطع کنند پس سطحی که دو قسم احد
وترین بان احاطه میکنند مساویست با سطحی که دو قسم وتر دیگر
بان احاطه میکنند مثلا در دایره ا ب دو وتر ا ح ب ج تقاطع کرده
اند بر نقطه ه پس میگوییم سطح ا ه در ه ح مساوی سطح ب ه است
در ه د و وقوع این شکل مختلف است زیرا که دران پنج احتمال است
که بحسب انها شکل مختلف میشود اول انکه دو وتر دو قطر باشند خوا
تقاطع انها بر زوایای قوایم باشد یا بر غیر قوایم باشد و هیئت
و بیان احتمال ظاهر است زیرا که تقاطع قطرین بهر نحوی باشد بر
تناصف است پس احد قسمین احدهما در قسم اخران مساویست
با سطح احد قسمین دیگر در قسم اخران دوم انکه احد وترین قطر
باشد و دیگر قطر نباشد و تقاطع انها بر زوایای قوایم باشد پس
فرض میکنیم که مرکز ز است و ا ح قطر است و ب د قطر نیست و
وصل میکنیم ز د را باین هیئت و میگوییم سطح ا ه در ه ح با مربع ز ه

مساويست با مربع رح ٥ م ب ومربع
رح مساوی مربع رد است ومربع رد
مساوی دو مربع ره رد است ٤٧ م ا
پس سطح اه دره ح با مربع ره مساوی
دو مربع ره رد است وچون مربع
ره مشترك را بیندازیم باقی میماند



سطح اه دره ح مساوی مربع ه د وچون ه د مساوی ب راست
زیرا که اح تنصیف کرده است ب د را بر نقطه ه ٣ م ج پس مربع
ه د مساوی ضرب ب ه دره د است پس ثابت شد که ضرب
اه دره ح مساوی ضرب ب ه دره د است وهو المطلوب سیم
انکه احد وترین اعنی اح مار بقطر باشد ووتر دیگر اعنی ب د
نباشد لیکن تقاطع انها بر غیر قوایم باشد واخراج میکنیم از
عمود رط را بر ب د تا هیئت شکل باین نحو باشد ومیگوئیم سطح
اه دره ح با مربع ره مساوی مربع رح
است ومربع ره مساوی دو مربع رط
طه است ٤٧ م ا ومربع رح مساوی
مربع رد است ومربع رد مساوی دو
مربع رط طد است ٤٧ م ا پس سطح
اه دره ح با دو مربع رط طه مساویست



با دو مربع رط طد پس هرگاه مربع رط مشترك را بیندازیم باقی
میماند سطح اه دره ح با مربع ه ط مساوی مربع طد وبنابر ٥ م ب
سطح ب ه دره د با مربع ه ط نیز مساوی مربع طد است پس هرگاه
مربع ه ط مشترك را بیندازیم در ما بین سطح اه دره ح با مربع ه ط
وسطح ب ه ه د با مربع ه ط باقی میماند سطح اه دره ح مساوی سطح

ب ه دره د وهو المطلوب

ب ه دره د وهو المطلوب چهارم انست که هیچیك از وترین
قطر نباشند وا حدهما اعنی اح منصف دیگری باشد
واخراج میکنیم از ر عمود رح را بر اح واین منصف اح است
ووصل میکنیم رح رد را ودر این صورت رط منطبق میشود
بر ره وهیئت شکل باین نحو است
پس میگوئیم سطح اه دره ح با مربع ه ح
مساوی مربع ح ح است وچون مربع
رح را مشترك بگردانیم سطح اه در
ه ح با دو مربع ه ح رح اعنی مربع
ره ٤٧ م ا مساوی خواهد بود
با دو مربع ح ح رح اعنی مربع رح

بلکه مربع رد اعنی دو مربع ره ه د ٤٧ م ا مساوی خواهد بود
با دو مربع ح ح رح اعنی مربع رح بلکه مربع رد اعنی دو مربع
ره ه د ٤٧ م ا باعتبار قائمه بودن زاویه ره د نظر باینکه
بعض رط که منطبق بر ره است عمود است بر ب د پس
سطح اه دره ح با مربع ره مساویست با دو مربع ره ه د وچون
مربع ره مشترك را بیندازیم باقی میماند سطح اه دره ح مساوی
مربع ه د وچون مفروض انست که اح منصف ب د است
بره پس ب ه ه د مساوی خواهند بود وچون مساوی باشند
مربع د ه مساوی خواهد بود با سطح ب ه دره د پس سطح
اه دره ح مساوی سطح ب ه دره د است وهو المطلوب
پنجم انست که هیچیك از وترین قطر نباشند ومنصف
دیگری نیز نباشند وخطوط را بنحو لازم رسم میکنیم ودو عمود
رح رط هر دو در یك جنب ره واقع میشوند یا در دو جنب

ان واقع میشوند
یعنی احدهما در
احد جنبین ود دیگری
در جنبه دیگر واقع
میشود بنحویکه درین
دو شکل مرسومست

و بای حال عمود رح منصف اح است بر ح و عمود رط منصف
د ب است بر ط پس میگوییم چونکه سطح اه در ه ح با مربع ح ه
مساوی مربع ح ا است ٥ ب پس هرگاه مربع ح ر را مشترك
بگردانیم میگردد سطح اه در ه ح با دو مربع ح ه ح ر اعنی مربع
ر ه ۴۷ م ا مساوی دو مربع ح ا ح ر اعنی مربع ر ا ۴۷ م ا
پس سطح اه در ه ح با مربع ر ه مساویست با مربع ر ا و ایضا بنا
بر ٥ م ب سطح ب ه در ه د با مربع ط ه مساوی مربع ط د است
و چون مربع ط ر را مشترك بگردانیم میان سطح ب ه در ه د
با مربع ط ه و میان مربع ط د میگردد سطح ب ه در ه د با دو
مربع ط ه ط ر اعنی مربع ر ه ۴۷ م ا مساوی دو مربع ط د ط ر
اعنی مربع ر د ۴۷ م ا بلکه مربع ر ا پس سطح ب ه در ه د
با مربع ر ه مساوی مربع ر ا است و ثابت شد که سطح اه در
ه ح با مربع ر ه نیز مساوی مربع ر ا است پس هرگاه مربع ر ه
مشترك را بیندازیم باقی میماند سطح اه در ه ح مساوی
سطح ب ه در ه د و هو المطلوب و این اختلافات را حجاج ذکر
کرده است و ثابت همین احتمال اخر را ذکر نموده است له
هر دو خطی که از نقطه که در خارج دایره باشد اخراج شوند بسوی
ان دایره و احدهما ان دایره را قطع کند و دیگری مماس ان دایره

شود باید

شود باید سطح جمیع خط قاطع در قدری از ان که در خارج دایره است
مساوی باشد با مربع مجموع خط مماس پس فرض میکنیم که دایره
ا ب ح است و نقطه خارجه از ان د است و خط قاطع د ح ب است
و خط مماس د ا است پس میگوییم سطح ب د که مجموع خط قاطع است
در د ح که از ان خط در خارج دایره واقع است مساوی مربع د ا
است که خط مماس است و این شکل نیز مختلف است زیرا که خط
قاطع یا مسامت مرکز است یعنی بعضی از ان بر مرکز میگذرد و قطر دایره
میشود یا مسامت مرکز نیست و هرگاه مسامت نباشد یا در خارج مرکز
و خط مماس واقع میشود یعنی در ما بین انها واقع نمیشود یا در ما بین
مرکز و خط مماس واقع میشود و این سه صورتست صورت اولانت
که خط قاطع مسامت مرکز باشد و فرض میکنیم مرکز
نقطه ه است و ا ه را وصل میکنیم تا هیئت شکل باین

طریق باشد پس میگوییم سطح ب د در د ح با مربع
ه ح مساوی مربع ه د است ٦ م ب و بنا بر ۴۷ م ا
مربع ه د مساویست با دو مربع د ا ا ه زیرا که بشکل
۱۷ م ح زاویه ا قائمه است و مربع ا ه مساویست با مربع ه ح پس سطح ب د
در د ح با مربع ه ح مساویست با دو مربع د ا ا ه ح و چون مربع ه ح مشترکرا
بیندازیم باقی میماند سطح ب د در د ح مساوی مربع د ا پس حکم در صورت
اول ثابت شد اما در صورت دوم که خط

قاطع مسامت نباشد و در ما بین مرکز و خط
مماس واقع نشود و در صورت سیم که مسامت
نباشد و در ما بین انها واقع شود وصل
میکنیم ه د ه ح را و اخراج میکنیم از ه بر ب د
عمود ه ر را ۱۲ م ا تا هیئت دو شکل دو صورت

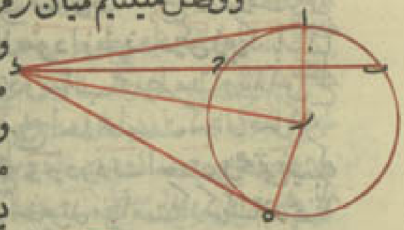
با نحو باشد پس میگوئیم چونکه سطح ب د در د ح با مربع ر ح مساوی
مربع ر د است ه م ب پس هر گاه مربع ر ه را مشترک بگردانیم میگردد
سطح ب د در د ح با مربع ر ح ر ه مساوی دو مربع ر د ر ه وچون بنا بر
۴۷ م ا دو مربع ر ح ر ه مساوی مربع ه ح اند و دو مربع ر د ر ه مساوی
با مربع ه د که ان مساوبت با دو مربع ه ا د ا اعنی ه ح د ا پس سطح ب د
در د ح با مربع ه ح مساویست با دو مربع ه ح د ا وچون مربع ه ح مشترکرا
بیندازیم باقی میماند سطح ب د خط قاطع در د ح واقع در خارج دایره
مساوی مربع د ح خط مماس وهو المطلوب وثابت انتصار بر ایراد شکل
اخیر کرده است وایراد سه شکل در نسخه حجاج است وازین شکل
ظاهر و مستبان میشود که هر دو خطی که خارج از نقطه شوند و تماس
کنند با دایره واحد از دو جنب ان باید ان دو خط متساوی باشند
ومحرر گفته است ممکن است که این شکل یعنی له وشکل سابق یعنی
لد در یک قول شوند باین طریق که گفته شود هر گاه خارج شود از نقطه
دو خط مسامت بوی انچه محاذی انهاست از دو جانب محیط دایره
ونیز خارج شود دو خط دیگر که مثل انها باشند یعنی مسامت یکدیگر
باشند و مسامت دو خط اول نباشند بوی انچه محاذی انهاست از
دو جانب محیط اند این پس سطح احد اولین در دیگری مساوی سطح احد
اخرین در دیگر و توضیح انست که در شکل لد ه ا ه ح دو خط مسامت اند
که اخراج شده بوی انچه محاذی انهاست از دو جانب محیط و همچنین
ه ب ه د نیز دو خط مسامت اند که مسامت دو خط اول نیستند و اخراج
شده بدو جانب محیط که در محاذی انهاست و سطح ه ا در ه ح مساوی
سطح ه ب است در ه د و در شکل له د ح د ب دو خط مسامت که اخراج
شده اند بدو جانب محیط که در محاذی انهاست و دو خط د ا مماس
خطی دیگر که از نقطه د اخراج شود و در جانب دیگر محیط مماس نشود

ابلغ

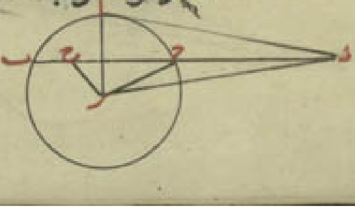
دوخطی اند

دوخطی اند که مسامت دو خط اول نیستند و اخراج شده اند بدو
طرف محیط و سطح د ح در د ب مساوی با سطح د ا در خط دیگر که
از نقطه د اخراج و مماس محیط شود از طرف دیگر زیرا که با ستنباط
مذکور این دو خط مماس از دو جانب محیط متساوینند پس سطح
احدهما در دیگری مساوی مربع احدهماست که در اصل کتاب
ثابت شد که ان مساوی سطح د ح در د ب است و مخفی نیست که
این دو خط مماس که دو خط اخیرند مسامت یکدیگر نیستند همچنانکه
دو خط اول اعنی د ح د ب مسامت یکدیگر بودند و ایضا در اصل
دعوای شکل له خط مسامت یکی فرض شده بود که د ا باشد و
دعوی این بود که سطح د ح در د ب مساوی مربع د ا است نه سطح
د ا در خط دیگر مماس پس اولی در تغییر در دعوای شکلین بعبارة واحدة
انست که گفته شود که هر گاه اخراج شود از نقطه دو خط مسامت
بدو جانب محیط دایره که در محاذی انها واقع است و اخراج شود
دو خط دیگر که مثل دو خط اول باشند و غیر مسامت با ان دو خط یا
با اخراج شود از ان نقطه یک خط بجانب محیط پس سطح احد اولین در دیگری
مساویست با سطح اخرین در دیگری یا با خطی که بجانب محیط اخراج
شده است و تقریر برهان بر دو دعوی بعبارة واحدة ظاهر است
لو هر گاه از نقطه که در خارج دایره باشد دو خط بجانب دایره
اخراج شوند واحدهما دایره را قطع کند و دیگری منتهی بان شود
وانرا قطع نکند و جمیع خط قاطع در ان قدر از ان که در خارج دایره
است مساوی مربع خط منتهی باشد باید خط منتهی مماس دایره
باشد و فرض میکنیم که دایره ا ب ح است و نقطه د است و قاطع
د ح ب است و منتهی د ا است و سطح ب د در د ح مساوی
مربع د ا است پس باید د ا مماس دایره باشد و از جهت اثبات

مطلوب اخراج میکنیم از د خط د ه را بنحویکه مماس دایره باشد
و وصل میکنیم میان ر مرکز و میان مضلع د ه بخط ر ه
و میگوییم سطح ب د در د ح

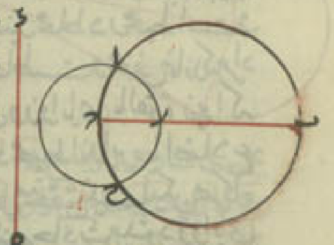
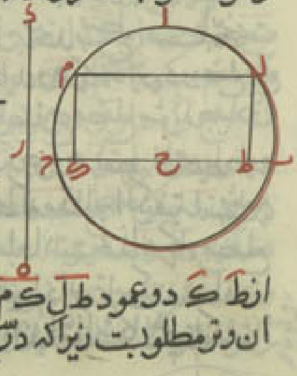


مساوی است با مربع د ا بفرض
و با مربع د ه ٣٥ م ح پس د ا د ه
متساویند و ر ا و ر ه نیز متساویند
پس در دو مثلث د ا ر د ر ه
بجهت تساوی دو ضلع د ا ا ر با دو ضلع د ه ه ر و اشتراک الضلع
ر د زاویه د ا ر مساوی زاویه د ه ر خواهد ٨ م ا و د ه ر قائمه است ١٧
م ح پس د ا ر که مساوی اوست نیز قائمه است صرح او د ا که عمود بر خط
ر ا مماس دایره است ١٥ م ح وهو المطلوب و محرر گفته است که
این شکل در نسخه حجاج نیست و از ثابت زیاد کرده است که شکل
عاشر از مقاله رابعه موقوف بر اوست و نیز محرر گفته است که بوجه
اخر اعاده مینماییم دایره را که دو خط را اعنی خط قاطع د ح ب
باشد و خط منتهی که د ا باشد و وصل میکنیم ر ا ر ح را و اخراج میکنیم
از ر عمود ر ح را بر ب د ١٢ م ا و میگوییم سطح ب د در د ح با مربع
ح ح مساوی مربع ح د است ٦ م ب و هرگاه مربع ح ر را مشترک
بگردانیم میگردد سطح ب د در د ح با دو مربع ح ح ح ر اعنی مربع ر ح
بلکه مربع ر ا مساوی دو مربع ح د ح ر و چون دو مربع ح د ح ر
مساویند با مربع ر د ٤٧ م ا پس سطح ب د در د ح با مربع ر ا مساوی
با مربع ر د لیکن سطح ب د در د ح مساویست با مربع د ا بفرض پس
دو مربع د ا ر ا مساوی اند با مربع ر د پس زاویه ر ا د قائمه است ٤٨ م ا
و خط د ا عمود است بر ا ر پس بنا بر ١٥ م ح خط د ا مماس دایره است
وهو المطلوب و اختلاف دو برهان بر قیاس اختلاف وقوع شکل له است



مقاله چهارم

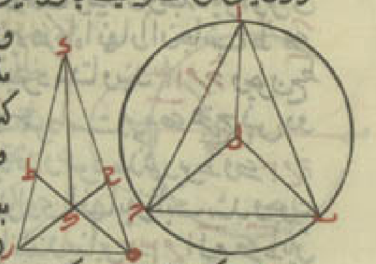
مقاله چهارم و در این مقاله شانزده شکل است و از مصادرات
اینمقاله که صاحب کتاب ایراد نموده است اینست که هرگاه
احاطه کند شکلی بشکلی دیگر بنحویکه زوایای شکل محاط با اضلاع
شکل محیط تماس کند پس هرگاه خواهند احدهما را نسبت بدیگری
بدهند در نسبت محاط بمحیط میگویند محاط در محیط است و
در نسبت عکس میگویند محیط بر محاطست و مخفی نماند که مراد
بزوایا اعم است از زوایای بالفعل و زوایای بالقوه زیرا که
هرگاه دایره در مثلث مثلا واقع شود محیط اندایره با اضلاع
مثلث تماس میکند و زاویه بالفعل متحقق نیست لیکن هرگاه
ما بین مرکز و موضع تماس را وصل کنیم حادث میشود زوایائی
که مماس اضلاع محیط اند و مراد باضلاع اعمست از اضلاع
مستقیمه و مستدیره پس هرگاه مثلث مثلا واقع در دایره باشد
زوایای ان مماس محیط دایره باشد هرچند صادق نیست که زوایای
ان مماس اضلاع مستقیمه است اما صادق است که مماس ضلع مستدیر
است و ممکن است که گفته شود که چون هر نقطه از نقاط محیط دایره
شبیه است بنقطه زاویه از حیثیت انکه بر محدب جزئیت از
سطح دایره همچنانکه نقطه زاویه نیز بر محدب سطح است باینجهت
بر هر جزئی از محیط زاویه صادق می اید و هرگاه دایره در مضلع واقع
شود و بعضی از اجزاء محیط ان مماس اضلاع مضلع شوند صادق
میاید که زوایا مماس اضلاع شده اند و چون هر نقطه از محیط دایره
بجهت انکه در وسط جزئیت از محیط که متشابه الکیفیه است شبیه
نقطه ایست که از اوساط اضلاع مضلعات است لهذا هرگاه مضلع
در دایره واقع شود و زوایای ان با محیط دایره تماس کنند صادق
است که انزوایا تماس با اضلاع کرده اند اما اشکال همچنانکه اشار

بان شد شانزده است ا میخواهیم رسم کنیم در دایره وتری که مثل
خط مفروضی باشد که ان خط اطول از قطر ان دایره نباشد زیرا که اگر
اطول باشد ممکن نیست که وتری که مثل ان باشد در دایره رسم شود
باعتبار انکه مذکور شد که اعظم اوتار در این قطر انست مثلا میخواهیم

در دایره ابج وتری رسم کنیم که مثل
خط ده باشد پس اخراج میکنیم از برای
دایره قطری را باین طریق که بعد از تعیین
وتحصیل مرکز اگر معین نباشد خطی میان
مرکز و میان نقطهٔ از محیط وصل میکنیم
کیف اتفق پس ان خط را براستقامت از
ازجهت دیگر مرکز اخراج میکنیم تا محیط و این قطر است پس اگر خط مفروض
مساوی قطر باشد ان وتر مطلوبست و الا جدا میکنیم از قطر
جر را مثل در بنا بر ۳ م ا و رسم میکنیم بر ج ببعد جر دایره ارح را
و وصل میکنیم جا را و میکوییم ان وتر مطلوبست زیرا که جا مساوی
جر است که جر مساوی ده است پس ان نیز مساوی ده است
وهو المطلوب و محرر گفته است بوجه دیگر بتنصیف میکنیم ده

را بر ز ۱۰ م ا و فرض میکنیم که مرکز نقطه
ح است و بنا بر ۳ م ا جدا میکنیم از
دو جانب مرکز از قطر بج دو خط
حط حک بنحوی که هر یک مساوی
نصف ده باشد تا مجموع طک
مساوی ده باشد و اخراج میکنیم
از طک دو عمود طل کم را ۱۱ م ا و وصل میکنیم لم را و میکوییم
ان وتر مطلوبست زیرا که در سطح لطکم دو ضلع لط مک متوازیند

۲۸ م ا و متساویند زیرا که هرگاه وصل کنیم حل حم بنا بر ۴۷ م ا
مربع اول مساوی دو مربع لط طح است و مربع ثانی مساوی دو مربع
مک کح است و دو مربع طح حک متساویند پس دو مربع لط
مک نیز متساویند پس لط و مک متساویند و بوجه دیگر از برای
اثبات تساوی طل مک میکوییم هرگاه انهارا از جانب ط ک
اخراج کنیم دو وتری که حاصل میشود متساویند ۱۳ م ج و چون حط
عمود است بر طل مخرج و حک عمود است بر مک مخرج پس دو
وتر مخرج منصف خواهند بود بدو عمود مذکور بر ط و ک ۳ م ج
پس طل کم متساوی اند و توازی انها نیز ثابت شد و چون
لط مک متوازی و متساوی باشند بنا بر ۳۳ م ا لم کط نیز
متوازی و متساویند و چون لم مساوی طک باشد و بعمل طک
مساوی ده است پس لم وتریست که ده خط مفروض است وهو
المطلوب ب میخواهیم در دایره مثلثی رسم کنیم که زوایای ان
مساوی زوایای مثلث مفروضی

باشد میخواهیم در دایره ابج
مثلثی رسم کنیم که زوایای ان
مساوی زوایای مثلث دهر
باشند پس بنا بر ۱۶ م ج رسم میکنیم
حط را بنحوی که مماس دایره باشد
بر نقطه ا و بنا بر ۲۳ م ا بر نقطه ا از خط حط زاویه حاب را رسم
میکنیم مثل زاویه ه و زاویه طاج را رسم میکنیم مثل زاویه ر
و وصل میکنیم بج را پس مثلث ابج مثلث مطلوبست زیرا که
بنا بر ۳۱ م ج زاویه اجب از ان مساویست با زاویه باح اعنی
زاویه ه و زاویه ابج مساویست با زاویه جاط اعنی زاویه ر

پس دو زاویه ح ب از مثلث ا ب ح مساویند با دو زاویه ه ز
در مثلث د ه ز پس بنا بر ۳۲ م ا دو زاویه دیگر از مثلثین اعنی ا د
نیز متساویند پس ا ب ح مثلثی است که در دایره مفروضه رسم شده
و زوایای ان مساویست با زوایای مثلث د ه ز مفروض و هو المطلوب

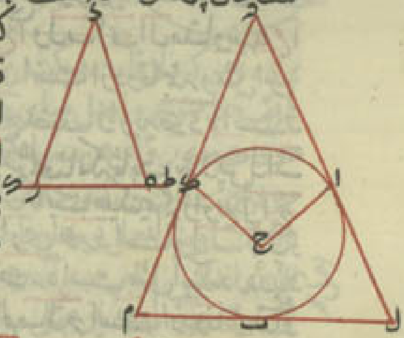


و محرر گفته است بوجه دیگر بنا بر
تنصیف میکنیم دو ضلع د ه د ز
که دو ضلع زاویه د اند که از احاده
فرض میکنیم بر دو نقطه ح ط و
بنا بر ۱۱ م ۱ اخراج میکنیم از دو
نقطه مذکور اعنی ح ط دو عمود
بر د ه د ز که ملاقات میکنند بر نقطه ك زیرا که خارج اند از دو
طرف خط متوهم واصل میان ح ط بر کمتر از دو قائمه و وصل میکنیم
ك د ك ه ك ز و این هر سه با یکدیگر متساویند اما مساواه ك ز با
ك د بجهت انست که در دو مثلث د ط ك ك ط ز دو ضلع د ط
ز ط متساویند بعمل و ضلع ط ك مشترک است و دو زاویه ط
قائمه اند پس بنا بر ۴ م ۱ دو ضلع ك ز ك د نیز متساویند و اما
مساواه ك ه با ك د نیز بمثل بیان مذکور ظاهر است و از این تساوی
ك ز با ك ه نیز لازمست پس تساوی سه خط مذکور اعنی ك د
ك ه ك ز ثابت است و بعد از این اعمال فرض میکنیم که مرکز دایره ل
است و اخراج میکنیم ل ا را کیف اتفق و بنا بر ۲۳ م ۱ عمل میکنیم
بر ل زاویه ا ل ب مثل زاویه د ك ه و زاویه ا ل ح را مثل زاویه
د ك ز و چونکه دو زاویه ا ل ب ا ل ح مشتمل است بر سه
زاویه از چهار زاویه که حاصل میشود از تقاطع دو خط ب ل
ح ل بعد از اخراج انها از جهت ل و دو زاویه د ك ه د ك ز

مشتمل بر سه

مشتمل بر سه زاویه از چهار زاویه که حادث شده است از
تقاطع دو خط ه ط ز ح پس هر گاه دو زاویه اول که مشتمل است
بر سه زاویه تقاطع دو خط اول مساوی باشد با دو زاویه دوم
که مشتملست بر سه زاویه تقاطع دو خط دوم دو زاویه باقیه از
تقاطعین اعنی زاویه ب ل ح و زاویه ه ك ز نیز متساوی خواهند
بود زیرا که هر یک از انها تمام دو زاویه اولست در چهار قائمه
باستبانه ۱۵ م ا پس این دو زاویه اعنی ب ل ح ه ك ز متساویند
بالضروره پس وصل میکنیم ا ب ا ح ب ح و میگوییم مثلث ا ب ح
مثلث مطلوبست زیرا که چون مجموع دو زاویه ل ب ا ل ا ب تمام
زاویه ل ا ب اند از دو قائمه ۳۲ م ا و ل ب ا ل ا ب متساویند ه م ا
پس ل ا ب نصف تمام زاویه ا ل ب است از دو قائمه و بمثل این
بیان ثابت میکنیم که زاویه ك د ح نصف زاویه ك د ه است از
قائمه و ا ل ب و د ك ه متساویند همچنانکه ثابت شد پس ل ا ب
و ك د ح متساویند و بمثل این بیان ثابت میکنیم که زاویه ل ا ح
مساوی ك د ز است و ل ح ا مساوی ك ز د است و ل ب ح مساوی
ك ه ز است و ل ح ب مساوی ك ز ه است مثل اینکه در دو زاویه
اخیر میگوییم ل ح ب که نصف تمام ب ل ح است از دو قائمه مساوی
ك ز ه است که ان نیز نصف تمام ه ك ز است اعنی ب ل ح از دو
قائمه پس مجموع زوایای مثلث ا ب ح که واقع است در دایره مساوی
با زوایای مثلث د ه ز مفروض و هو المطلوب ح میخواهیم عمل
کنیم بر دایره مثلثی را که زوایای ان مساوی زوایای مثلث مفروضی
باشد و فرض میکنیم که دایره ا ب ح است و مثلث مفروض د ه ز است
پس اخراج میکنیم ه ز را تا ط و ك و فرض میکنیم که مرکز دایره ح است
و اخراج میکنیم ح ب را کیف اتفق و بنا بر ۲۳ م ا عمل میکنیم بر ح از

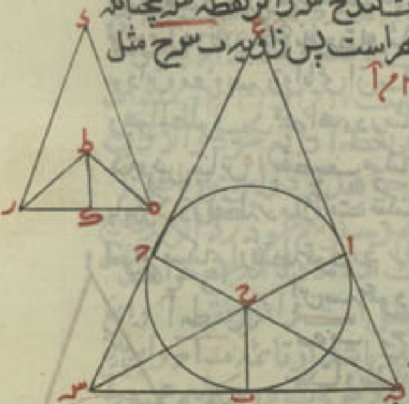
ح ب زاویهٔ ب اح را مثل زاویهٔ د ط ه و زاویهٔ ب ح ه را مثل زاویهٔ
د ر ك و بنا بر ۱۶ م ج ما ۱۵ م ج و ۱۱ م آ اخراج میکنیم از سه نقطه
ب آ ح سه خط که مماس دایره باشند و بایکدیگر ملاقات کنند
بر سه نقطه ل م ف که باعتبار خروج هر دو خط ازین سه خط
از دو جهت خط متوهم واصل در ما بین آ ب با آ ح با ح ب بر
کمتر از دو قائمه پس میگوییم مثلث ل م ف که واقع است بر دایره
ا ب ح مثلث مطلوبست اعنی زوایای آن مساوی زوایای
مثلث د ه ر مفروض است زیرا که زوایای هر ذی اربعة اضلاع
معادل چهار قائمه است باعتبار انکه منقسم میشود بدو مثلث



که سه زاویهٔ هر مثلثی معادل دو
قائمه اند پس هرگاه از زوایای ذی
اربعة اضلاع آ ل ب ح دو زاویهٔ
ا ب را که هر یك قائمه است ۱۷ م ج
بیندازیم باقی میماند دو زاویهٔ ل ح
معادل دو قائمه پس این دو زاویه
مساویست با دو زاویهٔ د ه ط
د ه ر که آنها نیز معادل دو قائمه اند
۱۳ م آ و زاویهٔ ح بعینه مثل د ه ط است پس باقی میماند زاویهٔ
د ه ر مثل زاویهٔ ل و بمثل این بیان ثابت میکنیم که زاویهٔ د ه ر مثل
زاویهٔ م است و چون ثابت شود که دو زاویهٔ ل م از مثلث
ف ل م که بر دایره واقع است مساویند با دو زاویهٔ ه ر از مثلث مفروض
بشکل ۳۲ م آ دو زاویهٔ باقی از مثلثین اعنی د ف نیز مساویند و
هو المطلوب و محرر گفته است بوجه اخر بنا بر ۹ م آ تنصیف میکنیم
دو زاویهٔ ه ر بدو خط که بایکدیگر ملاقات کنند بر ط زیرا که خارجند

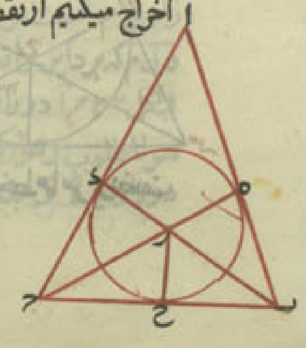
از ره بر کمتر

از ره بر کمتر از دو قائمه و باید نقطه که محل ملاقات انهاست در
داخل مثلث باشد و الا لازم اید که دو خط مستقیم بیك سطح احاطه
کنند و اخراج میکنیم از نقطه ط عمود ط ك را بر ه ر ۱۲ م ا و اخراج
میکنیم ح ب را کیف اتفق و عمل میکنیم بر نقطه ح از خط ح ب زاویهٔ
ب ح ف را مثل زاویهٔ ك ط ه و بملاحظه ۱۵ م ج و ۱۱ م ا اخراج میکنیم
از ب خطی که مماس دایره باشد و اخراج میکنیم انخط را و اخراج
میکنیم ح ف را تا انخط با ح ف ملاقات کنند بر نقطه ف زیرا که
خارجند از ح ب بر کمتر از دو قائمه باعتبار انکه زاویهٔ ب قائمه است
و زاویهٔ ب ح ف که مساویست با ك ط ه حاده است پس
میگوییم زاویهٔ ب ف ح مثل زاویهٔ ك ه ط است زیرا که زاویهٔ
ب ح ف مثل زاویهٔ ك ط ه است بعمل و هر یك از دو زاویهٔ ب ف
ط ك ه قائمه است پس بنا بر ۳۲ م ا ب ف ح مثل ك ه ط است
و عمل میکنیم بر ح زاویهٔ ف ح س را مثل زاویهٔ ه ط ر ۲۳ م ا و
اخراج میکنیم ف ب را تا ملاقات کند ح س را بر نقطه س همچنانکه
وجه آن از انچه مذکور شد ظاهر است پس زاویهٔ ب س ح مثل
زاویهٔ ك ر ط است بملاحظه ۳۲ م ا



همچنانکه در شبیه آن متبین شد
پس بنا بر ۱۶ م ج اخراج میکنیم
از ف س دو خطی که مماس دایره
باشند بر ا ح و بایکدیگر ملاقات
کنند بر ع زیرا که این دو خط
خارجند از خط متوهم واصل در
ما بین ا ح بر کمتر از دو قائمه باعتبار
انکه هر یك از دو قائمه زاویهٔ تماس که از تقاطع خط مماس و نصف

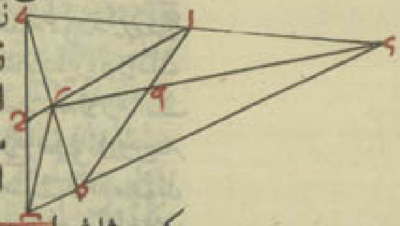
قطر حاصل شده است قائمه است پس زاویه تقاطع خط مماس
با خط متوهم که جزء انست کمتر از قائمه است پس ملاقات بر ع ه
واقع میشود و مثلث ع س ع حاصل میشود پس میگوئیم این مثلث
مثلث مطلوبست زیرا که بعد از وصل ح آ ح ج میگوئیم چون در
دو مثلث ح آ د ح ب د دو ضلع ح آ ح ب متساویند و ضلع ح د
مشترک است و هریک از دو زاویه ح آ د ح ب د قائمه است ۱۷
م ج پس دو ضلع آ د ب د نیز متساویند ۴۷ م آ پس جمیع اضلاع دو
مثلث بر سبیل تناظر متساویند و اولی انست که بیان مساوات دو ضلع
د آ د ب حواله بر استقبانه ۳۵ م ج شود و کلام صاحب کتاب خالی از
اجمال نیست و بهر تقدیر بعد از ثبوت تساوی اضلاع دو مثلث بر تناظر
میگوئیم بنا بر ۸ م آ دو زاویه آ د ح ب د ح متساویند و چون زاویه ب د ح
بعمل مثل زاویه ک ه ط است و زاویه د ه ک محیطه ط تنصیف شده بود
بعمل پس مجموع زاویه آ د ب مساوی زاویه د ه ر است و بمثل این بیان
ثابت میکنیم که زاویه ح س ب مثل زاویه د ر ه است پس میگوئیم بنا بر
۳۲ م آ دو زاویه ع ع نیز متساویند پس ثابت شد که مثلث ع س که
بر دایره مفروضه زوایای ان مساوی زوایای مثلث د ه ر مفروض است
وهو المطلوب د میخواهیم در مثلثی مثل مثلث آ ب ج دایره رسم
کنیم پس بنا بر ۱۹ تنصیف میکنیم دو زاویه ب ج را بدو خطی که
با یکدیگر در نقطه ر ملاقات میکنند بنا بر قضیه مشهوره و بنا بر ۱۲ م آ
اخراج میکنیم از نقطه عمود ر د ر ه ر ح بر سه ضلع مثلث و میگوئیم
این سه عمود متساویند زیرا که در دو مثلث
ر ه ب ر ح ب دو زاویه ر ب ه ر ب ح نیز
متساویند بعمل و دو زاویه ر ح ه قائمه‌اند و ضلع
ر ب مشترک است پس بنا بر ۲۶ م آ دو عمود ر ه



رح متساویند

ر ح متساویند و بمثل این بیان میکنیم که دو عمود ر ح ر د در دو
مثلث ر ح ج ر د ج متساویند پس سه عمود ر ح ر ه ر د متساویند
پس هرگاه نقطه ر را مرکز کنیم و ببعد یکی از سه عمود دایره د ح
عمل کنیم مطلوب حاصل شده خواهد بود اعنی دایره در مثلث
آ ب ج رسم شده خواهد بود و محرر گفته است که لازم است
که بیان شود که سه عمود مذکور که از نقطه خارج میشوند و بر سه
ضلع مثلث آ ب ج واقع میشوند در داخل مثلث واقع میشوند
و در خارج ان واقع نمی‌شوند و بر سه نقطه زوایای مثلث نیز
و از برای بیان این مطلب اولا زاویه آ را حاده فرض میکنیم
و میگوئیم عمود ر د نمیتواند شد که در خارج مثلث ب ر ج آ واقع
شود در جهت آ بعد از انکه ج آ در این جهت اخراج شود زیرا
که این در وقتی متصور است که عمود ر د ضلع ب آ را بر نقطه ط
مثلا قطع کند و در بیضورت لازم می اید که در مثلث ط د آ
زاویه د که قائمه است باعتبار انکه ر د عمود است بر ج د
و زاویه ط آ د که منفرجه است باعتبار انکه ط آ ج بفرض حاده
است جمع شوند و این باطل است ۱۷ م ۱ و ۳۲ م ۱ و نمیتواند
شد که عمود مذکور اعنی ر د بر نقطه آ واقع شود و الا زاویه
ر آ ج قائمه اصغر از ب آ ج حاده خواهد بود و این نیز باطل است
پس زاویه آ را قائمه فرض میکنیم و میگوئیم عمود ر د اگر در خارج
مثلث بر ج د واقع شود در مثلث ط د آ دو قائمه جمع خواهند شد
همچنانکه ظاهر است و این نیز باطل است و اگر بر نقطه آ واقع
شود لازم می اید قائمه ر آ ج اصغر باشد از قائمه ب آ ج و این نیز
باطل است پس زاویه آ را منفرجه فرض میکنیم و میگوئیم عمود ر د
اگر در خارج مثلث بر ضلع ج د واقع شود اخراج میکنیم از نقطه ر

بود وضلع اب بج دو عمود ره رح را پس این دو عمود در داخل دو مثلث
بره بزح واقع میشوند زیرا که زوایای قاعدهٔ این دو مثلث اعنی
زاویه رطب وزاویه ربط وزاویه رحب و
زاویه ربح حاده اند زیرا که یکی از سه زاویه
اخیر اعنی دو زاویه ب وزاویه ح اگر حاده
نباشد بلکه قائمه یا منفرجه باشد چون مفروض
انست که زاویه آ منفرجه است لازم می اید



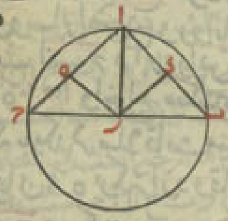
که در مثلث ابح منفرجه وقائمه یا دو منفرجه جمع شوند و زاویه
اول اعنی رطب چون مقابله است با اطد که آن حاده است
بجهت انکه اطد بفرض قائمه است پس البته حاده خواهد بود و
چون این چهار زاویه حاده باشند هر گاه دو مذکور اعنی رح رط
در خارج مثلث برحب اب واقع شوند لازم میاید اجتماع قائمه
ومنفرجه در مثلث مثلا هر گاه عمود رح واقع شود بر حب در
خارج مثلث در جهت ب بعد از اخراج حب در این جهت حادث
خواهد شد مثلث رحب که زاویه ح از آن قائمه خواهد بود بجهت
عمود بودن رح وزاویه رحب از آن منفرجه خواهد بود زیرا که
زاویه ربح که زاویه قاعده است حاده است پس بنا بر ۱۳ م ا
زاویه رحب منفرجه است پس اجتماع قائمه ومنفرجه در مثلث
مذکور اعنی رحب لازم است وهمچنین است حکم اگر رح بر
بح در جهت ح واقع شود در خارج مثلث بعد از اخراج و بر
این قیاس است حکم ره اگر در خارج مثلث بربط واقع شود
در احد جهتین بعد از اخراج پس متعین شد که رح ره در داخل
دو مثلث رحب رطب واقع میشوند پس میگوییم همچنانکه در اصل
کتاب مذکور شد چون دو مثلث رده رحح متساویند وهمچنین

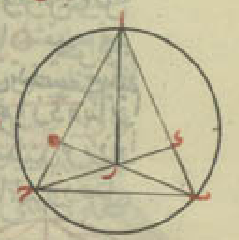
دو مثلث رح

دو مثلث رحب رهب نیز متساویند پس باید هر یک از رد ره
مساوی رح باشد پس رد ره بایکدیگر مساویند و وصل میکنیم
ده را و میگوییم نظیر تساوی رد ره باید بشکل ۵ م ا در مثلث
رده دو زاویه رده حاده و رید منفرجه بایکدیگر مساوی باشند
واین باطل است واگر عمود رد بر آ واقع شود را اعنی عمود
رد مساوی عمود ره خواهد بود بنحویکه ثابت شد پس بنا بر ۵ م ا
دو زاویه رها راه بایکدیگر مساوی خواهند بود لکن زاویه رها
قائمه است پس راه نیز قائمه خواهد بود و حال انکه هر دو در یک
مثلث واقعند واین باطلست پس ثابت شد که بر سه تقدیر یعنی
تقدیر حاده بودن زاویه آ وقائمه بودن ان و منفرجه بودن ان
نمیتواند شد که عمود در در خارج مثلث اح واقع شود و نمی
تواند شد که بر آ واقع شود و بمثل این بیان میکنیم که نمیتواند
شد عمود مذکور بر اح از جهت ح بعد از اخراج آن در این جهت
واقع شود و نمیتواند شد بر زاویه ح واقع شود و بر این قیاس
است حکم در دو عمود دیگر و سایر اضلاع و زوایا ۵ میخواهیم
عمل کنیم بر مثلثی مثل مثلث ابح دایره را پس تنصیف میکنیم
دو ضلع اب اح را بر د ه ۱۰ م ا و اخراج میکنیم از د ه بنا بر
۱۱ م ا دو عمود در ره که بایکدیگر ملاقات میکنند بر ر زیرا
که خارج از خط متوهم میان د ه برکمتر از دو قائمه و وصل
میکنیم سه خط را رب رح و میگوییم

چون در دو مثلث بدر دار بد
دا مساویند و در مشترک است و دو
زاویه د قائمه اند پس بنا بر ۴ م ا ب را ر
متساویند وهمچنین چون دو مثلث اره

ح ر ه بمثل بیان مذکور متساویند دو ضلع آ ر ر ح متساویند
پس سه خط ب ر ا ر ح ر با یکدیگر متساویند هرگاه ر را مرکز
کنیم و ببعد یکی از سه خط دایره ا ب ح را رسم کنیم مطلوب
حاصل میشود و محرر گفته است درین شکل اختلاف وقوع
است زیرا که تلاقی عمودین بر ر در خارج مثلث است همچنانکه
مرسوم درکتابت و این در وقتی است که زاویه ب ا ح منفرجه
باشد زیرا که قطعه ب ا ح درینصورت اقل از نصف خواهد بود
٣٠ م ج پس بالضروره ر که مرکز است در خارج انقطعه واقع خواهد
شد یا تلاقی عمودین بر ر در داخل مثلث خواهد بود و این در وقتی
است که زاویه ب ا ح حاده باشد زیرا که قطعه درینصورت اعظم
از نصف خواهد بود ٣٠ م ج پس مرکز در داخل ان واقع خواهد شد
و یا تلاقی عمودین بر ضلع ب ح خواهد بود و این در وقتیست که
زاویه ب ا ح قائمه باشد زیرا که قطعه درین صورت نصف خواهد
بود ٣٠ م ج پس نقطه ر بر ب ح واقع خواهد شد و هیئت شکل در

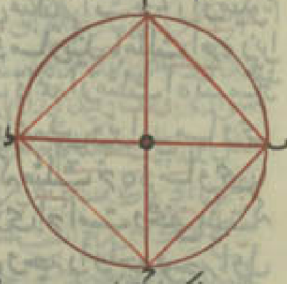




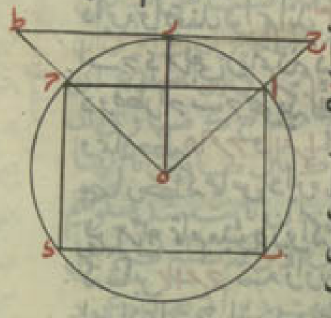
دو صورت اخیر باین نحو است
و مخفی نیست که حکم مذکور در
وقتی صحیح است که تلاقی عمودین
در نفس زاویه باشد اما هرگاه
بر احد ضلعین باشد یا در
خارج باشد حکم مذکور صحیح
نیست همچنانکه وجه ان ظاهر است و میخواهیم در دایره مثل
دایره ا ب ح د مربعی رسم کنیم پس بنابر ١ م ج مرکز دایره را
تعیین میکنیم و ان نقطه ر است پس رسم میکنیم در ان دایره
دو قطر ا ح ب د بنحویکه تقاطع کنند بر قوایم باین طریق که مابین

ه مرکز و نقطه

ه مرکز و نقطه ح را وصل میکنیم به ح ه و انرا از جهت ه اخراج
میکنیم تا محیط پس بنابر ١١ م ا اخراج میکنیم از ه عمود ه ب
بر قطر مذکور و انرا از طرف دیگر
اخراج میکنیم تا محیط پس حاصل
میشود دو قطر متقاطع بر قوایم و
وصل میکنیم چهار خط ا ب ب ح



ح د د ا پس مربع تمام میشود زیرا که
چون اضلاع و زوایای محیط بمرکز
متساویند پس بنابر ٢٤ م ا چهار
خط مذکور متساویند و چهار زاویه ذی اربعه اضلاع اعنی
ا ب ح د قوایم اند زیرا که هریك مساوی دو نصف قائمه است
٥ م ا و ٣٢ م ا و مربع نیست مگر ذی اربعه اضلاعی که اضلاع
ان متساوی باشند و زوایای ان قوایم باشند پس مطلوب ثابت است
بوجه دیگر وصل میکنیم ه ر را و اخراج میکنیم از ر خط ح ط مماس
را ١٥ م ج و ١١ م ا و هریك از ر ح ر ط را مثل ر ه میگردانیم و وصل



میکنیم ه ح ه ط را پس هریك از دو
زاویه ح ط نصف قائمه است زیرا
که دو زاویه ر در دو مثلث ر ح ه ر ط ه
قائمه اند ١٧ م ج پس بملاحظه ٥ م ا و
٣٢ م ا هریك از دو زاویه ح ط نصف
قائمه است و زاویه ح ه ط قائمه است
٣٢ م ا و وصل میکنیم ا ح را پس قوس
ا ر ح ربع دور خواهد بود زیرا که
موتر زاویه ا ه ح مرکزیه است که قائمه است و رسم میکنیم

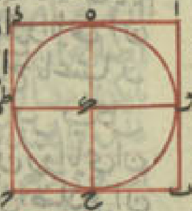
دو وتر اب دح مثل اح ا م ک و بعضی در بیان طریق رسم
وترین متساویین با اح چنین گفته اند که اه حه را از جانب
ه اخراج میکنیم تا محیط و وصل میکنیم اب حد را و میگوییم
هریک از دو مثلث اه ب ح ه د مساویند با مثلث اح ه زیرا
که دو ضلع اه ه ب و زاویه اه ب قائمه از مثلث اه ب مساوی
با دو ضلع اه ه ح و زاویه اه ح قائمه پس وتر اب مساوی
اح است و بمثل این بیان میکنیم که مثلث ح ه د مساوی
مثلث اح ه است و وتر ح د مساوی اح است و مخفی نیست که
بیان باین طریق در حقیقت این وجه را راجع بوجه اول
میکند با زیادتی مؤنت پس اولی در بیان وترین آنست که
حواله بشکل اول ازین مقاله بود همچنانکه مذکور شد و
بهر تقدیر بعد از رسم وترین وصل میکنیم ب د باقی ان
از مربع تا مربع اب ح د تمام شود و مربع بودن بجهت آنست که
اضلاع ان اوتار ارباعند یعنی هریک وتر ربع دایره است
بایکدگر متساویند ۲۹ م ح و زوایای ان چون هریک در نصف
دایره واقعند قوایم اند ۳۱ م ح ک میخواهیم بر دایره مثل دایره
اب ح د مربعی رسم کنیم پس بنا بر ۱۱ م ا رسم میکنیم در این دایره
دو قطر اح ب ح بنحویکه تقاطع کنند بر قوایم در نقطه ه که مرکز است
و بملاحظه ۱۵ م ح و ۱۱ م ا از چهار طرف این دو قطر اخراج میکنیم
چهار خط که مماس دایره باشند و بایکدگر ملاقات کنند بر رح طک
پس مربع تمام میشود زیرا که سطح ره متوازی الاضلاع است زیرا
که بنا بر ۱۷ م ح سه زاویه اه ب ازان قوایم اند پس بنا بر ۲۸ م ا
اضلاع ان متوازیند و نیز سطح مذکور یعنی ره قایم الزوایاست
زیرا که سه زاویه مذکوره ازان قوایم بحواله که مذکور شد و زاویه ر

نیز قائمه است

نیز قائمه است ۳۱ م ح و دو ضلع ه ا ه ب ازان متساویند بجهت

انکه از مرکز بمحیط اخراج شده اند پس بنا بر
۳۴ م ا چهار ضلع ان متساویند پس سطح
مذکور یعنی ره مربع است زیرا که اضلاع
متوازی و متساویند و زوایای ان قوایم اند و
بمثل این بیان میکنیم که هریک از سطح دیگر
یعنی اد ه ک ب ح نیز مربع است پس جمیع
سطح رک نیز مربع است که بر دایره است و هو المطلوب و محرر
گفته است بوجه دیگر اخراج میکنیم ه ا را کیفما اتفق و اخراج
میکنیم از نقطه ا خط ا رح مماس ۱۵ م ح و ۱۱ م ا و هریک از ار
اح را مثل اه میکنیم و بنا بر ۱۱ م ا اخراج میکنیم از رح دو عمود
رط حک را بنحویکه مساوی رح باشند ۲ م ا و وصل میکنیم
طک را و میگوییم سطح رک مربع است زیرا که زوایای ان
قوایم اند بجهت انکه هریک از دو زاویه رح باعتبار
عمود بودن طر حک بر رح قائمه است پس بشکل
۳۴ م ا دو زاویه ط ک قائمه اند و چون زوایای ان
قوایم اضلاع ان متوازی اند ۲۸ م ا و نیز اضلاع ان
متساویند زیرا که سه ضلع رح رط حک مساوی اند
بعمل پس ضلع باقی یعنی طک نیز مساوی با انها
ست ۳۴ م ا و چون مربع بودن ان ثابت شد میگوییم
چهار ضلع ان مماس اند با دایره زیرا که ضلع رح بعمل
مماس است و رط نیز مماس است زیرا که هرگاه عمود
ه ب را بران اخراج کنیم ۱۲ م ا ان عمود مساوی ار

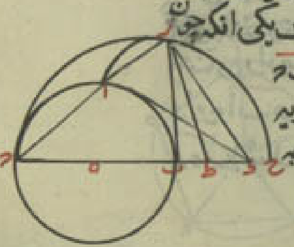
خواهد بود و آر مساوی آه نصف قطر است پس عموده ب نیز
نصف قطر است و چون نصف قطر باشد باید موضع ملاقات
ان با رط محیط دایره باشد همچنانکه موضع ملاقات آه با اح
نیز محیط دایره است پس رط مماس دایره است و همچنین میگوییم
ح ط نیز مماس دایره است زیرا که هرگاه عموده ک بر آن اخراج
کنیم ان عمود مساوی اح اعنی آه نصف قطر است پس موضع
ملاقات ان با ح ط محیط دایره است پس ح ط مماس دایره است
و بمثل این بیان ثابت میکنیم که طک نیز مماس است پس مربع رک
مربعیست که واقع است بر دایره اب ح ک و هو المطلوب ٨
میخواهیم در مربعی مثل مربع اب ح ک دایره رسم کنیم پس تنصیف
میکنیم اب اک را بره ر ١٠ م ١ و بنا بر ١١ م ١ اخراج میکنیم از دو
نقطه ر ه دو عموده ح ر ط تا تقاطع کنند بر ک زیرا که خارجند
از خط متوهم واصل میان ر ه بر کمتر از دو قایمه و
این تقاطع در داخل مربع واقع میشود زیرا که ه ح چون
موازی است با اب و اح پس از مربع بیرون نمیرود
مگر بر ضلع ب ح و همچنین ر ط چون موازیست با اک
و ب ح پس بیرون نمیرود از مربع مگر بر ضلع ک ح پس باید
تقاطع ه ح ر ط در داخل مربع واقع شود لهذا مربع منقسم میشود بچهار
سطح متوازی الاضلاع متساوی الاضلاع زیرا که در هریک دو
ضلع از آن دو نصف است از دو ضلع مربع بعمل که متساویند
و دو ضلع دیگر چون مقابل ان دو ضلعند نیز متساویند ٣٤ م ١
مثلا در سطح اک آه ار متساویند زیرا که دو نصف دو خط متساویند
و ه ک ر ک چون مقابلند با انها نیز متساویند پس اک متوازی
الاضلاع متساوی الاضلاع بلکه مربع است زیرا که زوایای



مثل مربع اب ح ک دایره را پس اخراج میکنیم دو قطر اح ب ک را
که متقاطع اند بره و میگوییم اضلاع مربع متساویند و هشت
زاویه که در نزد چهار نقطه اب ح ک بهم رسیده اند نیز متساویند
اعنی هریک نصف قایمه است ٣٤ م ١ پس بنا بر ٢٦ م ١ چهار خط
ه ا ه ب ه ح ه ک نیز متساویند و بوجه دیگر چون هریک از هشت
زاویه نصف قایمه اند پس دو زاویه که بر قاعده هریک از چهار مثلث
واقع متساویند و مساوی با دو زاویه که بر قاعده هریک از سه مثلث
دیگر واقعند پس بنا بر ٦ م ١ دو ضلعی که موتر
این دو زاویه اند متساویند لهذا چهار خط
متساویند پس هرگاه بر نقطه ه ببعد یکی از این
چهار خط دایره اب ح ک رسم شود مطلوب
حاصل میشود ٥ میخواهیم عمل کنیم مثلثی
را که متساوی الساقین باشد و هریک از
دو زاویه قاعده ان دو مثل زاویه راس ان باشد پس فرض میکنیم که
اب خط محدود دیست و انرا قسمت میکنیم بر ح بنحویکه سطح اب
در ب ح مثل مربع اح باشد ١١ م ١ و رسم میکنیم برابعد اب
دایره ب ه ک را و وصل میکنیم و تر ب ک را مثل اح ١ م ٤ و وصل
اک را و میگوییم مثلث اب ک مثلث مطلوبست و از جهت اثبات
مطلوب وصل میکنیم ح ک را و بمثلث اح ک دایره اح ک را رسم میکنیم
و میگوییم ب اب ک دو خطی اند که خارج شده اند از ٥ م ٤
نقطه ب بسوی دایره اح ک و یکی دایره
را قطع کرده است و دیگری منتهی بان
شده است و سطح اب در ب ح مثل مربع
ب ک است که بعمل مساوی اح است پس

بنا بر ۳۶ م ح ب د مماس دایره اح د است و ح د از نقطه تماس
اخراج شده است و دایره را قطع کرده است پس زاویه ح ا د
مثل زاویه ب د ح است ۳۱ م ح و چون زاویه ح د ا را مشترک
بگردانیم زاویه ب د ا اعنی زاویه ا ب د ۵ م ا مثل دو زاویه
ح د ا ح ا د است و این دو زاویه مساویند با زاویه ب ح د خارجه
۳۲ م ا پس زاویه ح ب د مساوی زاویه ب ح د است پس
ب د اعنی ا ح مساوی ح د است ۶ م ا و بوجه دیگر در بیان
تساوی ا ح ح د میگوییم زاویه ا در مثلث ا ب د مساوی زاویه
ح د ب است از مثلث د ح ب ۳۱ م ح و زاویه د در میان دو
مثلث مذکور مشترک است پس باقی میماند زاویه ا د ب اعنی
زاویه ب ۵ م ا مساوی زاویه د ح ب ۳۲ م ا پس بنا بر
۶ م ا ب د اعنی ا ح مساوی ح د خواهد بود و بهر حال
چون ا ح مساوی ح د باشد مثلث ا ح د متساوی الساقین
خواهد بود و زاویه ا مساوی زاویه ح د ا خواهد بود ۵
م ا و زاویه ا مساوی زاویه ح د ب بود ۳۱ م ا پس هر یک از
دو زاویه ا د ب ا ب د متساویین دو مثل زاویه ا است و هو
المطلوب و محرر گفته است بوجه دیگر رسم میکنیم دایره
ا ب ح بر مرکز ه بهر تقدیری که اتفاق افتد و تعیین میکنیم
نقطه ا را بهر نحوی که باشد و بملاحظه ۱۵ م ح و ۱۱ م ا اخراج
میکنیم از نقطه ا خط ا د را بنحوی که مماس دایره باشد و انرا مثل
نظره دایره میکنیم و وصل میکنیم د ب ه ح را و رسم میکنیم بر
ب ببعد ب ح نصف دایره ح ز ح را و نقطه ح در خارج ب د
می افتد زیرا که ب ح مساوی ب ح است که ب ح مساوی
ا د است که ا د اطول است از د ب ۸ م ح پس ب ح اطول است از ب د

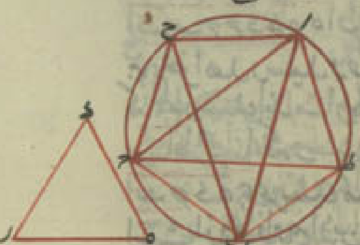
لهذا نقطه ح

لهذا نقطه ح خارج از ب د واقع میشود و اخراج میکنیم ح د
را تا ح و رسم میکنیم بر مرکز د و ببعد د ا قوس ا ز را و این قوس
قطع میکند قوس ح ز ح را بر نقطه ز زیرا که د ا که نصف
قطر ا را است اعنی ح ب اطول است از ح د پس نقطه ز بر ح
و در ما بین ح د واقع نمیشود لهذا قوس ح ز ح را بر نقطه
که ز باشد قطع میکند و وصل میکنیم ز ح ز ب ز د را و ز ب
که نصف قطر ح ز ح است مساویست با ز د که نصف قطر
ا ز است زیرا که ب ح د ا که هر یک نصف قطر احدهما است
متساویند بعمل و اخراج میکنیم از ز عمود ز ط را بر ح ح ۱۲ م ا
و این عمود باید در ما بین د ب واقع شود و نمیتواند شد که
در ما بین ح د یا ب ح واقع شود و الا در یک مثلث قائمه و
منفرجه جمع شوند همچنانکه وجه ان ظاهر است پس باین
عمود د ب بر ط تنصیف میشود زیرا که در دو مثلث د ز ط
ط ز ب دو زاویه د ب ز ب د ز که بر قاعده مثلث متساوی السا
قین واقعند متساویند ۵ م ا و دو زاویه ط چون قائمه اند نیز
متساویند لهذا دو زاویه باقیه اعنی دو زاویه ز نیز متساویند
و ایضا دو ضلع ز د ز ب متساویند و ضلع ز ط مشترک است
پس بدو طریق یعنی بحواله هر یک از ۲۶ م ا و ۴ م ا تساوی دو
مثلث مذکور ثابت میشود لهذا ضلع ط ب مساوی ضلع د ط
است پس د ب منصف است بر ط و چونکه زاویه ز ط ح قائمه
است باید زاویه ز ب ح منفرجه باشد بدو جهت یکی انکه چون

ز ط ح قائمه است ز ب ط حاده خواهد بود پس ز ب ح
منفرجه است و دیگری انکه چون ز ط ح قائمه زاویه
داخله است در مثلث ز ط ب و ز ب ح زاویه خارجه

است از مثلث مذکور پس اعظم از داخله خواهد بود پس باید منفرجه
باشد و بنا بر ۱۲ م ب مربع رح مساویست با دو مربع رب رح و ضعف
سطح حب در ب ط اعنی سطح حب در ب د که ضعف سطـ ت
لکن بنا بر ۳ م ب مربع ب ح با سطح حب در ب د مساوی سطح د ح
است در ح ب پس مربع رح مساویست با مربع رب و سطح د ح در
حب و بنا بر ۳۵ م ح مربع رب اعنی د ا مساوی است با سطح
ح د در د ب زیرا که د ا د ح خارجند از نقطهٔ د بدایره ا ب ح و د ا
مماس دایره است و د ح قاطع انت پس مربع رح مساویست با سطح
د ح در ح ب و سطح د ح در د ب و بنا بر ۲ م ب دو سطح د ح در
حب و د ح در د ب مساویند با مربع ح د پس مربع رح مساویست
با مربع ح د پس دو خط رح ح د متساویند لهذا بنا بر ۵ م ۱ دو زاویه
ح ر د ح د ر متساویند و زاویه ح د ر اعنی ر ب د بجهت تساوی
رب ر د مساویست با دو زاویه ب ح ر ب ر ح ۳۲ م ۱ و این دو
زاویه متساویند ۵ م ۱ پس هر یك از دو زاویه ح ر د ح د ر که دو
زاویه قاعدهٔ مثلث ح ر د متساوی الساقین است مساوی
ضعف زاویه ح است که زاویه راس مثلث مذکور است و هو
المطلوب و این مثلث یعنی مثلثی که هر یك از دو زاویه قاعده ان
دو مثل زاویه راس ان باشد و مشهور است بمثلث مخمس زیرا
که زوایای ان مثل پنج زاویه راس انست با میخواهیم در دایرهٔ
مثل دایره ا ب ح مخمسی عمل کنیم و مراد از مخمس و مسدس و امثال
انها متساوی الاضلاع و الزوایا است پس بنا بر ۱۰ م د مثلث
مخمسی را رسم میکنیم و ان مثلث د ه ر است و بنا بر ۲ م د در
دایره ا ب ح مثلثی رسم میکنیم که زوایای ان مساوی زوایای مثلث
د ه ر باشند و ان مثلث ا ب ح است و تنصیف میکنیم دو زاویه

ا ب ح ا د ب

ا ب ح ا د ب بدو خط ب ح ح ط ۹ م ۱ و وصل میکنیم ا ح ح ح
ا ط ط ب و میگوییم سطح ا ط ب ح ح مخمس مطلوب است زیرا که
پنج زاویه ب ا د ا ب ح ح ب ح ا د ط ط ب با یکدیگر متساویند
زیرا که زاویه اول مساوی زاویه راس مثلث مخمس است و هر یك
از چهار زاویهٔ دیگر مساوی نصف یک زاویه است از دو زاویه قاعده
مثلث مخمس که ان نصف مساوی زاویه راس است پس پنج زاویه
با یکدیگر متساویند پس پنج قوس این پنج زاویه نیز متساویند ۲۵ م ح
و پنج وتر این پنج قوس نیز متساویند ۲۶ م ح و این پنج وتر پنج ضلع
مخمس اند پس سطح ا ط ب ح ح مخمسی است متساوی الاضلاع و
و هر یك از پنج زاویهٔ ان واقع شده است بر سه قوس از پنج قوس متساوی
پس بنا بر ۲۳ م ۱ زوایای ان نیز با یکدیگر
متساویند و هو المطلوب و مخمس گفته است
بوجه دیگر فرض میکنیم که مرکز دایره ر ا
و اخراج میکنیم ر ا کیفما اتفق و بنا بر
رسم میکنیم بر نقطه ر از ر ا زاویه ا ر ب
بجزو یکه مثل یکی از دو زاویه قاعده مثلث

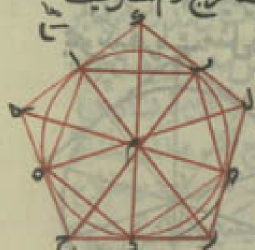


مخمس باشد و همچنین رسم میکنیم بر ر از ب ر زاویه ب ر ح که مثل
ان باشد و بر ر از ح ر زاویه ح ر د که مثل ان باشد و بر ر از ر د
زاویه د ر ه که مثل ان باشد و چونکه زوایای مثلث معادل دو قائمه
اند ۲۳ م ۱ و زاویه راس مثلث مخمس دو خمس قائمه است زیرا که
چون هر یك از دو زاویه دو قاعده دو مثل زاویه راس است پس مجموع زوایای
این مثلث برابر پنج زاویه راس است و چون این پنج
زاویه معادل دو قائمه اند پس هر یك خمس دو قائمه است
و چون هر یك دو قائمه باشند باید دو خمس یکقائمه

باشند پس زاویه راس که یکی از انهاست دو خمس یک قائمه است پس
زاویه ا ر ب که مثل یک زاویه است چهار خمس قائمه است و چهار قاعده
زاویه مذکوره که بر نقطه ر عمل نمودیم مساوی سه قائمه و خمس قائمه
اند پس زاویه ا ر ه باقیه الحق که در نقطه ر بهم رسیده نیز چهار خمس
قائمه است زیرا که باستنباط ۱۵ م ا جمیع زوایای حادثه در نقطه
ر معادل چهار قائمه اند پس هرگاه ان زوایا پنج باشند و چهار ان
مساوی سه قائمه و خمس قائمه باشند باید زاویه باقیه اعنی ا ر ه
که تمام انهاست از چهار قائمه چهار خمس قائمه باشد پس پنج زاویه
مذکوره متساویند و پنج قوس که بر انها واقع اند نیز متساویند
۲۵ م ج و پنج وتر انها نیز متساویند ۲۸ م ا پس هرگاه پنج وتر
ا ب ب ج ج د د ه ه ا را وصل کنیم مخمس متساوی الاضلاع
بهم خواهد رسید و زوایای ان نیز متساویند زیرا که پنج مثلث
که بهم رسیده اند متساویند بجهت تساوی زوایا و اضلاع انها
بر تناظر همچنانکه وجه ان ظاهر است پس ده زاویه که در نزد نقاط
ا ب ج د ه بهم رسید متساویند و هر یک از پنج زاویه مخمس مرکب
است از دو زاویه از ین ده زاویه متساویه پس پنج زاویه مخمس نیز
متساویند و هو المطلوب یب میخواهیم بر دایره مثل دایره
ا ب ج د ه مخمسی عمل کنیم پس بنا بر ۱۱ م د مخمس ا ب ج د ه در
ان رسم میکنیم و بنا بر ۱۵ م ج و ۱۱ م ا اخراج میکنیم از نقاط پنج
زاویه مخمس پنج خط که مماس دایره باشند و با یکدیگر بر نقاط ز ح ط
ک ل ملاقات کنند زیرا که هر دو خط از ین خطوط از خطی بر کمتر از
دو قائمه مثلا ج ل ب ل خارج اند از ج ب بر کمتر از دو قائمه زیرا که
هر یک از دو زاویه م ب ل م ج ل قائمه است ۱۷ م ج پس هر یک
از زاویه ل ب ج ل ج ب کمتر از دو قائمه است و بر این قیاس است

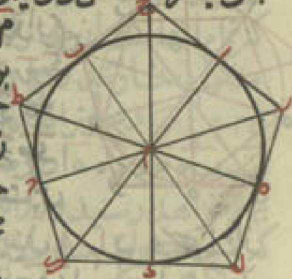
حکم سایر

حکم سایر خطوط مذکوره و این پنج خط که مماس دایره اند و با یکدیگر
ملاقات کرده اند مخمس مطلوب است و از جهت اثبات مطلوب
فرض میکنیم که مرکز دایره نقطه م است و ما بین ان و ما بین هر یک
از ده نقطه که ده زاویه دو مخمس باشند وصل میکنیم و میگوییم چون
ز ح ز ک از نقطه ز اخراج شده اند و در دو جانب ز با دایره تماس
کرده اند متساویند باستنباط ۳۵ م ج و ایضا مربع ز م مساویست



با دو مربع ح ز ح م و همچنین با دو مربع ز ک ک م
پس هرگاه دو مربع ح م ک م متساویین بیندازیم
باقی میماند مربع ح ز مساوی مربع ز ک پس ز ح ز ک
متساویند پس در دو مثلث م ز ح م ز ک دو
ضلع ز ح ز ک متساویند و دو ضلع م ح م ک
نیز متساویند و ضلع م ز مشترک است پس
زوایای این دو مثلث بر تناظر متساویند ۸ م ا پس هر یک از
از دو زاویه ز م ح ز م ک نصف زاویه ح م ک است و زاویه ح م ک
مساوی زاویه ک م ه است ۲۶ م ج زیرا که دو قوس ح ک ک ه
متساویند و بمثل این بیان میکنیم که زوایای دو مثلث ک م ح
ح م ه بر سبیل تناظر متساویند و زاویه ک م ح نصف زاویه ک م ه
است پس ک م ح مساوی زاویه ک م ز است لهذا در دو مثلث
م ک ز م ک ح دو زاویه ک م ح ک م ز متساویند و دو زاویه ک قائمه
اند ۱۷ م ا و ضلع م ک مشترک است پس دو مثلث م ک ز م ک ح
متساوی الاضلاع و الزوایا اند بر تناظر ۲۶ م ا و بمثل این
بیان ثابت میکنیم که ده مثلث مرسومه متساویند پس ده قاعده
این ده مثلث متساویست و هر دو قاعده از ین ده قاعده ضلعی
است از اضلاع مخمس پس اضلاع مخمس ک ل ز ح ط که بر دایره

واقع است متساویند و ایضا ده زاویه که هر دو از انها یک زاویهٔ
مخمس است متساویند پس زوایای مخمس مذکور نیز متساویند
پس مطلوب ثابت است و محرر گفته است بوجه دیگر
اخراج میکنیم م ه را کیف اتفق و بنا بر ۱۵ ح و ۱۱ م ا اخراج
میکنیم از نقطهٔ ا خط ا ر ح را بنحویکه مماس دایره باشد و بنا بر
۲۳ م ا عمل میکنیم بر نقطهٔ م از خط ا م دو زاویه ا م ر ا م ح
بنحویکه هر یک مثل زاویه راس مثلث مخمس باشد و اخراج میکنیم
م ر م ح را تا ملاقات کنند با خط ر ح



بر دو نقطه ر ح پس زاویه ر م ح
خمس چهار قائمه است زیرا که مجموع
زوایای حادثه در نزد نقطهٔ م مساوی
چهار قائمه اند و زاویه راس مثلث
مخمس دو خمس قائمه است همچنانکه در
شکل یازدهم وجه ان مذکور شد
پس دو زاویه راس مثلث مخمس اعنی ر م ا ا م ح یعنی ر م ح خمس
چهار قائمه است پس عمل میکنیم چهار زاویه ح م ط ط م ک
ک م ل ل م ر بنحویکه هر یک مساوی ر م ح باشد پس دایره
منقسم به پنج قوس متساوی ۲۵ م ح و جمیع اضلاع این
زوایا را مساوی م ح میکنیم و وصل میکنیم ط ح ط ک ک ل
ل ر و میگوییم که پنج مثلث که بهم رسید که قاعده هر یک
ضلعی است از مخمس متساوی الاضلاع و الزوایا اند بتناظر
زیرا که پنج زاویه م در جمیع مساویند بعمل و دو ضلع که محیط بزاویه
م اند نیز در جمیع متساویند بعمل پس بنا بر ۴ م ا یک باقی که
ضلع مخمس باشد و دو ضلع زاویه باقیه در جمیع علی سبیل التناظر

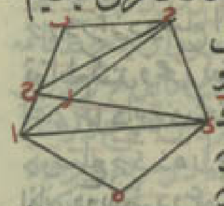
متساویند

متساویند و در هر یک از پنج مثلث این دو زاویه که هر یک از
تلاقی ضلع مخمس و خطی که از م بان اخراج شد است بهم رسیده
است نیز متساویند مثلا در مثلث ر م ح دو زاویه ر ح با یکدیگر
متساویند زیرا که در دو مثلث ح م ا ر م ا دو زاویه م متساویند
و دو زاویه ا چون قائمه اند ۱۷ م ح نیز متساویند و ضلع ا م مشترک
است پس بنا بر ۲۶ م ا دو زاویه ح ر نیز متساویند و بر این قیاس
حکم در باقی مثلثات پس مجموع اضلاع مخمس متساویند و چون
هر زاویهٔ از ان مرکب است از دو زاویه از ده زاویه که تساوی
انها با جمیع زوایای ان نیز متساویند پس جمیع مخمس مذکور متساوی
الاضلاع و الزوایا است پس از جهت اثبات مماس بودن اضلاع
ان بر دایره تا مخمس بر دایره باشد اخراج میکنیم چهار عمود م ح
م ب م د م ک و میگوییم هر یک از این عمودها مساویست با م ا که
نصف قطر است مثلا میگوییم عمود م ب مساویست با م ا زیرا که
در دو مثلث ا م ح ح م ب دو زاویه ح متساویند و دو زاویه
ا ب قائمه اند و ضلع ح م مشترک است پس بنا بر ۲۶ م ا دو
عمود م ا م ب متساویند و بر این قیاس است حکم در باقی عمودها
و چون هر یک از این عمودها مساوی نصف قطر باشد باید
ملاقات ان با ضلع مخمس بر نقطهٔ از محیط دایره باشد زیرا که
اگر ملاقات در داخل یا خارج دایره باشد واقع شود عمود
مساوی نصف قطر نخواهد بود و مطلوب بحول الله بر ۱۵ م ح نیز
ثابت است و چون ملاقات عمود با ضلع مخمس بر نقطه از محیط
دایره باشد باید ضلع مخمس مماس دایره باشد پس جمیع اضلاع
مخمس مماس دایره اند و هو المطلوب ۶ میخواهیم که در مخمسی
مثل مخمس ا ب ح د ه دایره رسم کنیم پس بنا بر ۹ م ا تنصیف

میکنیم دو زاویه ح ی بدو خطی که بر نقطه ز بایکدیکر ملاقات
کنند و بنا بر ۱۲ م آ اخراج میکنیم از ز بنج عمود زح زط زک
زل زم بر بنج ضلع مخمس و این عمودها متساویند زیرا که هر کاه
وصل کنیم زب زا زه در دو مثلث زحی زحب دو ضلع
حی حب متساویند بجهت انکه دو ضلع مخمس اند و ضلع حز
مشترک است و دو زاویه ح متساویند بعمل پس بنا بر ۴ م آ
دو زاویه حب ز حی ز متساویند و هر یک نصف زاویه
مخمس است زیرا که حی ز بعمل نصف دایره مخمس است پس
حب ز که مساوی انست نیز نصف زاویه مخمس است و باقی
میماند زاویه زب ا نصف دیکر از
زاویه مخمس و ی ز زب نیز متساویند
و بمثل این بیان ثابت میکنیم که سایر
زوایا هر یک نصف زاویه مخمس است
و خطوطی که تنصیف زوایای مخمس را
کرده اند متساویند و از ین متبین

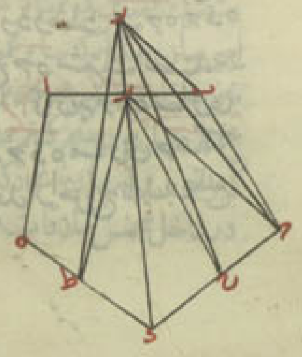
میشود که بنج مثلث که قواعد انها اضلاع مخمس است متساوی
الاضلاع والزوایا اند بر تناظر پس میکوییم در دو مثلث حزم
حزح دو زاویه ح متساویند و دو زاویه حم قائمه اند و ضلع زح
مشترک است پس بنا بر ۲۶ م آ دو عمود زح زم متساویند و بمثل
این بیان میکنیم که سایر عمودها نیز بایکدیکر مساویند با این دو عمود
نیز متساویند پس هر کاه بر نقطه ز بعد یکی از ین عمودها دایره
ح ط ک ل م رسم کنیم مطلوب حاصل میشود و محرر کفته است
که واجبست که بیان شود که دو خطی که منصف دو زاویه ح ی اند
در داخل مخمس ملاقات میکنند زیرا که اثبات مطلوب موقوفست

برانکه نقطه ز که محل ملاقات دو خط مذکور است در داخل
مخمس باشد و طریق بیان انست که میکوییم ح ز هر کاه اخراج شود
ممکن که خروج ان از مخمس از ضلع اب باشد والا فرض میکنیم که بیرون
از نقطه ح از خط اب بیرون رود پس وصل
میکنیم دح ىح را و میکوییم که چون در دو
مثلث دبح دىح دو ضلع دب دى



متساویند و دح مشترک است و دو زاویه
ح بعمل متساویند پس دبح مساوی زاویه
دىح خواهد بود ۴ م آ و حال انکه زاویه دبح مساوی زاویه
دىه است زیرا که زوایای مخمس بایکدیکر متساویند و این مستلزم
تساوی جزء و کل است و ان باطل است و همچنین جایز نیست
که خروج ان از نقطه آ باشد والا وصل میکنیم دآ ىآ را و
میکوییم در دو مثلث بدآ دىآ دو ضلع بد دى متساویند
و ضلع دآ مشترک است و دو زاویه ح بعمل متساویند پس بنا بر
۴ م آ زاویه دبا مساوی زاویه دىا خواهد بود و حال انکه
دبا مساوی زاویه دىه است پس لازم می اید تساوی کل
و جزء و ان باطل است و بمثل این ثابت میکنیم که حز هر کاه
اخراج شود از ضلع ىه بیرون رود از نقطه که در مابین ى ه
باشد یا از نقطه ه بیرون رود مثلا هر کاه از نقطه ه بیرون رود
وصل میکنیم دهب ه را و میکوییم در دو مثلث بده دىه
دو ضلع دب دى متساویند و ضلع ده مشترک است و دو
زاویه ح بعمل متساویند پس بنا بر ۴ م آ زاویه دىه مساوی
زاویه دبه خواهد بود و حال انکه دىه مساوی دبا
و هذا خلف پس متعین شد که حز بعد از اخراج باید از ضلع

آه بیرون رود و بمثل این بیان ثابت میشود که دز هرگاه اخراج
شود نمیتواند شد که از ضلع آه یا ضلع حب بیرون رود یا نقطهٔ
آ یا ب بیرون رود بلکه باید از ضلع اب بیرون رود و چون خرج
حز دز از دو ضلع اب آه باشد باید البته در داخل مخمس بایکدیگر
تقاطع کنند و محرر گفته است بوجه دیگر در اثبات اصل مطلوب
اعنی عمل دایره در مخمس بتنصیف میکنیم دو ضلع متجاور را چون
دو ضلع حد ده را بر دو نقطهٔ ح ط و بنابر ۱۱م۱ اخراج میکنیم
از این دو نقطه دو عمود حز طز بر این دو ضلع و میگوییم این دو
عمود چون خارجند از خطی که واصل است میان ح ط بر کمتر از
دو قائمه باید بایکدیگر ملاقات کنند و باید در داخل مخمس بایکدیگر
ملاقات کنند بر نقطه مثل نقطهٔ ز زیرا که عمود حز نمیتواند
شد که از مخمس بیرون رود از ضلع بح یا از نقطهٔ ب و الا
لازم اید که در مثلث زحح یا بحح زاویه قائمه و منفرجه جمع
شود زیرا که هر یک از زوایای مخمس منفرجه است بجهت آنکه
مجموع زوایای ان معادل شش قائمه است باعتبار انکه بسه
مثلث منقسم میشود و اجتماع قائمه و منفرجه در مثلث باطل
است بهر یک از دو شکل ۱۷م۱ و ۳۲م۱ و بمثل این بیان
ثابت میکنیم که عمود طز جایز نیست که از مخمس بیرون رود بر
ضلع ه آ یا بر نقطهٔ آ پس با وجود این اگر در داخل مخمس این دو
عمود بایکدیگر ملاقات نکنند باید یا بر
نقطه از ب آ ملاقات انها کنند یا بعد
از خروج انها از ب آ در خارج ان
بایکدیگر ملاقات کنند و بهر تقدیر نقطه
ملاقات انها نظیر بفرض نقطهٔ ز است



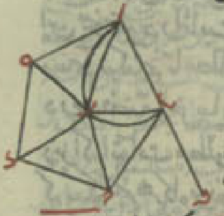
و بر هر یک

و بر هر یک از تقدیرین وصل میکنیم زد زح را و بر تقدیر
دوم وصل میکنیم نیز زب را و میگوییم در دو مثلث زح د
زد ط دو ضلع دح دط متساویند بعمل و دو زاویهٔ ح ط
قائمه اند و چون دح دط متساویند و دو زاویهٔ ح ط قائمه
اند و دز روتر هر یک ازین دو قائمه است باید حز طز نیز
متساوی باشند زیرا که بنا بر شکل عروس مربع دز مساوی
با دو مربع حز زح دو همچنین مساویست با دو مربع طز طد
و چون حد طد مساوی باشند باید حز طز نیز بایکدیگر
مساوی باشند پس بنابر ۴م۱ دو زاویهٔ زدح زدط نیز
متساوی باشند و هر یک از انها نصف زاویهٔ مخمس
است و در دو مثلث زحح زحد دو ضلع حح حد هم
متساویند و ضلع حز مشترک است و دو زاویهٔ ح ح
قائمه اند پس بنابر ۴م۱ دو زاویهٔ زدح زحح متساوی
و چون زاویهٔ زدح نصف قائمه یا زاویهٔ مخمس است
لهذا زحح که مساوی انست نیز نصف زاویهٔ مخمس است
لهذا باقی میماند زاویهٔ زحب نیز نصف زاویهٔ مخمس
پس میگوییم در دو مثلث زحد زحب دو زاویهٔ ح متساوی
و دو ضلع حد حب متساویند و ضلع زح مشترک است
پس بنابر ۴م۱ زاویه که بعض از زاویهٔ مخمس است مساوی
خواهد بود با زاویهٔ حبز که زاویهٔ مخمس است هرگاه تلاقی
دو عمود بر نفس خط اب واقع شود و اگر در خارج خط
واقع شود حدز که بعض زاویهٔ مخمس است اعظم خواهد
بود از زاویهٔ مخمس زیرا که زاویهٔ حبز بر این تقدیر که
مساوی حدز است اعظم است از زاویهٔ حب اکه زاویهٔ

محمس است ومساواة جزء وکل با اعظمیة جزء از کل که محال است
واین محال ناشی شد است از فرض ملاقات دو عمود مذکور
اعنی ح ز ط ز بر خط اب یا در فوق ان پس باید این مفروض
محال باشد وملاقات دو عمود در داخل محمس باشد بر نقطه
ز لهذا اخراج میکنیم از ز سه عمود دیگر بر سه ضلع دیگر
بنحو یکه در اصل کتاب مذکور شد تساوی این عمود ها را
بیان میکنیم مثلا بعد از انکه سه عمود زم زل زک را در
نقطه ز بر سه ضلع دیگر اخراج کنیم که مجموع پنج عمود شود
بنحو یکه در اصل کتاب مرسوم است میکوییم در دو مثلث
زکط زح ک دو ضلع کط کح متساویند ودو زاویه ح ط
قائمه اند و زک چون وتر هر یك از این دو قائمه است بنحو یکه
مذکور شد ثابت میکنیم که دو ضلع دیگر اعنی دو عمود
زح زط متساویند پس تساوی این دو عمود ثابت شد و
بملاحظه ۴ م ۱ تساوی دو مثلث مذکورین ثابت میشود
پس تساوی دو زاویه ک ثابت میشود که هر یك از دو زاویه
ک نصف زاویه محمس است پس تساوی دو مثلث کزح حزج
را بیان میکنیم وکیفیت بیان ظاهر است واز تساوی انها
ثابت میشود که دو زاویه زکح زجح متساویند وچون زکح
نصف زاویه محمس است لهذا زجح نصف زاویه محمس است
پس باقی میماند زجب نیز نصف زاویه لهذا دو زاویه
ج متساویند پس میکوییم دو مثلث زجح زجم دو زاویه
ج متساویند ودو زاویه ح م قائمه اند وضلع زج مشترك است
پس بنا بر ۲۶ م ۱ دو عمود زح زم نیز متساویند وباین طریق
اثبات میکنیم که جمیع پنج عمود بایکدیگر متساویند پس هر کاه بر

نقطه ز بعید

نقطه ز بعید یکی از این عمود ها دایره رسم کنیم مطلوب حاصل می شود
وبوجه دیگر در بیان اصل مطلوب اعنی در عمل دایره بر محمس
اخراج میکنیم ضلع اب را تا ه وبنا بر ۳۲ م ج رسم میکنیم بر
اب قطعه که قابل زاویه جب ه باشد وان قطعه ازب است
وان قطعه را تنصیف میکنیم بر نقطه ز

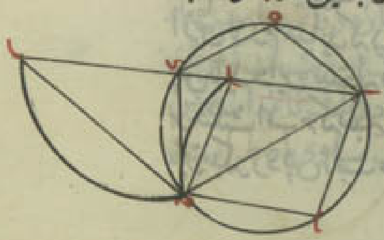


۲۹ م ج ووصل میکنیم زا زب را ومیکوییم
دو زاویه زب ا زاب باهم مساوی زاویه
جب ا اند که دو زاویه مذکوره تمام زاویه ازب
اند از دو قائمه وجب ا تمام زاویه جب ه است
از دو قائمه و ازب جب ه متساویند بعلت زیرا که قطعه ازب
که قطعه بود که قابل زاویه جب ه باشد وزاویه که درین قطعه
واقع است زاویه ازب است پس ان مساوی جب ه است وچون
این دو بایکدیگر متساوی ودو زاویه زب ا زاب تمام احدهما باشد
از دو قائمه وجب ا تمام دیگری باشد از دو قائمه پس دو زاویه
زب ا زاب بایکدیگر متساویند ۲۸ م ج و ۵ م ۱ پس هر یك از انها نصف
زاویه محمس است زیرا که مجموع انها مثل زاویه جب ا است که زاویه
محمس است پس باقی میماند هر یك از دو زاویه زاه زب ج نصف
زاویه محمس ووصل میکنیم زج زد زه را وبیان میکنیم تساوی
پنج مثلث که در محمس واقعند مثلا میکوییم در دو مثلث زاب
زب ج دو ضلع اب جب متساویند وضلع زب مشترك است و
دو زاویه اب ز زب ج متساویند پس بنا بر ۴ م ۱ این دو مثلث
متساویند وزاویه زاب مساوی زاویه زجب است و زاب
نصف زاویه محمس است پس زجب نیز نصف زاویه محمس است
پس زاه مساوی زاب است و زجد مساوی زجب است پس

بنحو مذکور تساوی هریك ازاین دو مثلث را با مثلثی که مجاور
اوست بیان میکنیم و براین قیاس مساوات جمیع مثلثات
خمسه را بیان میکنیم پس اخراج میکنیم از ز پنج عمود را بر پنج
ضلع مخمس و بنحویکه مذکور شد اعنی بملاحظه ۲۶ م ا تساوی
این پنج عمود را ثابت میکنیم و بر نقطه ز ببعد یکی از انها دایره
رسم میکنیم تا مطلوب حاصل شود و مخفی نماند که واجبست که
دراین قضیه اخر بیان شود که نقطه ز در داخل مخمس واقع میشود
زیراکه اثبات مطلوب موقوف بر اوست و بیان ان باین طریقست
که میگوییم هرگاه بر نقطه ج واقع شود لازم میاید که در مثلث ا ج ب
د اگر وتر زاویه ج ب ا منفرجه است بجهت انکه زاویه مخمس منفرجه
میباشد مساوی ج ب باشد که ضلع زاویه منفرجه است و این
باطل است و اگر بر خط ج د یا درخارج ان واقع شود بنحویکه
ب ز منطبق بر ب ج شود یا با ان بزاویه درخارج مخمس محیط
شوند باز محذور مذکور لازم میاید و همچنین از وقوع بر نقطه
د یا ضلع ج د یا درخارج ان یا بر نقطه ه یا بر یکی از ضلع ه ا
ه د یا درخارج انها واقع شود مستلزم نوع محذوری است که
بعد از تامل ظاهر است پس باید در داخل مخمس واقع شود
وهو المطلوب یل میخواهیم بر مخمسی مثل مخمس ا ب ج د ه دایره
رسم کنیم پس بنا بر ۹ م ا تنصیف میکنیم
دو زاویه ج د را بدو خطی که با یکدیگر ملاقات
کنند بر نقطه ز اعنی د ز و خط ج ز و اخراج
میکنیم از ز ز ب ز ا ز ه تا پنج مثلث شود
و شکی نیست که این مثلثات با یکدیگر متساوی اند
مثلا دو مثلث ج د ز ج ز ب دو ضلع د ج

د ب متساویند

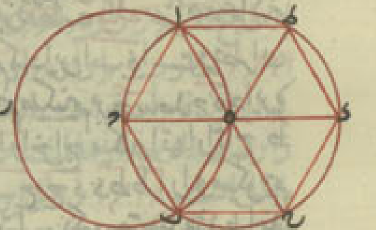
د ب متساویند و ضلع د ز مشترکست و دو زاویه د بعمل متساویند
پس دو مثلث متساویند ۴ م ا و باینطریق تساوی جمیع مثلثات
را ثابت میکنیم پس جمیع اضلاع محیطه بنقطه ز متساویند پس
پس ببعد یکی ازین اضلاع دایره ا ب ج د ه را بر مجموع اضلاع
رسم کنیم مطلوب حاصل شده خواهد بود و محرر گفته است
بوجه دیگر وصل میکنیم ا ج ا د را و بر مثلث ا ب ج دایره ا ب ج
را رسم میکنیم ۵ م د و میگوییم این دایره محیط بمخمس است و
بر ان واقع است زیراکه مخمس منقسم میشود به مثلث پس زوایای
مخمس معادل شش قائمه اند و یکی از زوایای ان معادل یک قائمه
و خمس قائمه است پس زاویه ا ب ج از مثلث مذکور معادل
قائمه و خمس قائمه است پس هر یك از دو زاویه دیگر اعنی
ب ا ج ب ج ا دو خمس قائمه است زیراکه این زاویه بجهة تساوی
ب ج ب ا متساویند و بمثل این بیان زاویه ه ا د نیز دو خمس قائمه
پس باقی میماند زاویه ج ا د نیز دو خمس قائمه پس جمیع زاویه ب ا د
چهار خمس قائمه است و زاویه ب ا د با زاویه ب ج د معادل دو قائمه
اند بدو وجه یکی انکه دو زاویه متقابله اند از ذی اربعه اضلاع
ا ب ج د پس باید متساوی باشند ۲۱ م ج و دیگری انکه ثابت شد
زاویه ا چهار خمس قائمه است و زاویه ب ج د یک قائمه و خمس
قائمه است پس هر دو معادل دو قائمه اند لهذا باقی میماند دو
زاویه ا ب ج ا د ج معادل دو قائمه بدو وجه یکی انکه دو متقابله
دیگر از ذی اربعه اضلاع مذکورند دوم
انکه زوایای دو مثلث معادل چهار قائمه
اند پس بعد از اسقاط دو قائمه از زوایای
دو مثلث ا ب ج ا د ج دو زاویه ا ب ج ا د ج



باقیه نیز دو قائمه اند وبعد از ثبوت این مقدمات میکوییم
باید دایره بنقطه ی بکذرد که اکر بان نکذرد باید بنقطه دیکر بکذرد
که غیر ی باشد از خط ا ی پیش از اخراج یا بعد از اخراج پس بنا
بر اول ا ی را قطع خواهد کرد بر نقطه ز در داخل مخمس وبنا
بر ثانی انرا قطع خواهد کرد بر نقطه ز در خارج مخمس همچنانکه درین
شکل مرسوم است پس وصل میکنیم ز ج را ومیکوییم در ذی اربعة
اضلاع ا ب ج ز زاویه ا ز ج که تمام ا ب ج است از دو قائمه
۲۱ م ج مساویست با زاویه ا ی ج از ذی اربعة اضلاع ا ب ج ی
که او نیز تمام ا ب ج است از دو قائمه ۲۱ م ج پس لازم میاید که
زاویه ی خارجه از مثلث ا ج ز مساوی ز داخله باشد واین
باطل است ۱۶ م ا وبمثل این بیان ثابت میکنیم که دایره باید
بنقطه ه نیز بکذرد یعنی وصل میکنیم ب ه ب ی را ومیکوییم
زاویه ا ب ه دو خمس قائمه است وهمچنین زاویه ج ب ی دو
خمس قائمه است پس باقی میماند زاویه ی ب ه نیز دو خمس قائمه
پس جمیع زاویه ج ب ه چهار خمس قائمه است و ج ب ه با ج ی ه
معادل دو قائمه اند پس باقی میماند ب ج ی با ب ه ی نیز معادل
قائمه پس دایره مرور میکند بنقطه ه والا باید مرور کند بنقطه
که غیر ه باشد وقطع کند ب ه را قبل از اخراج یا بعد از ان
بر نقطه ز پس وصل میکنیم ی ز را ومیکوییم زاویه ب ز ی که
تمام ب ج ی است از دو قائمه مساوی زاویه ب ه ی است و
ازین لازم میاید که تساوی خارجه و داخله واین باطل است
پس باید دایره بنقطه بکذرد وچون ثابت شد که دایره مرسومه
بر مثلث ا ب ج که بسه نقطه ا ب ج کذشته بود ونقطه ی ه
نیز میکذرد پس ثابت شد که دایره مذکوره بر مخمس رسم شده است
وهو المطلوب

وهو المطلوب ومخفی نماند که میتوان بیان مرور دایره بنقطه
ی و ه بوجه دیکر نمود باین طریق که میکوییم هرکاه دایره بنقطه
ی بکذرد و بنقطه ز بکذرد لازم می آید تساوی دو زاویه
ب ج ز ب ج ی که یکی کلست و دیکری جزء زیرا که هریک
از انها تمام زاویه ب ا ی است از دو قائمه باعتبار انکه هر
یک مقابل ب ا ی است در ذی اربعة اضلاعی وبر این
قیاس است بیان مرور دایره بر نقطه ه یه میخواهیم عمل کنیم
در دایره مسدسی را وفرض میکنیم که دایره ا ب ی است وقطر ان
ج ی است ومرکز ان ه است ورسم میکنیم بر ج ببعد ج ه دایره
ا ب ز را و وصل میکنیم ا ه ب ه را واخراج میکنیم انها را تا ح ط
و وصل میکنیم اوتار ا ج ج ب ب ح ح ی ی ط ط ا را ومیکوییم
باین شش وتر که بیکدیکر بر شش نقطه مذکوره متصل شده اند
مسدس مطلوب تمام میشود زیرا که دو مثلث ا ه ج ب ه ج متساوی
الاضلاع اند یعنی اضلاع هریک بایکدیکر متساوی ومساویند با
اضلاع مثلث دیکر همچنانکه بملاحظه ۱ م ا مبین میشود پس هریک
از زوایای هریک دو ثلث قائمه است ۵ م ا و ۳۲ م ا پس زاویه
ی ه ط که مقابل زاویه ب ه ج است ومساوی انست ۱۵ م ا دو ثلث
قائمه است پس باقی میماند زاویه ا ه ط نیز دو ثلث قائمه زیرا که چون
ان تمام مجموع دو زاویه ا ه ج ط ه ی است از دو قائمه ومجموع این
دو زاویه معادل چهار ثلث قائمه اند پس ان مساوی دو ثلث قائمه
است وایضا ان تمام مجموع ا ه ب است از دو قائمه و ا ه ب چهار
ثلث قائمه است پس ان دو ثلث قائمه است پس ثابت شد که هریک
از چهار زاویه ب ه ج ج ه ا ا ه ط ط ه ی دو ثلث قائمه است پس
این چهار بایکدیکر مساویند وچون ج ه ب مساوی ا ه ط است و

حـ ه د مساوی اه حـ است ١٥ م ١ پس شش زاویه که محیط بنقطه
اند بایکدیگر مساویند پس بنا بر ٢٥ م ٣ شش قوس که بران شش زاویه
واقع شده اند متساویند و بنا بر ٢٨ م ٣ او تار این قوسها متساویند
پس این شش وتر که بایکدیگر در شش نقطه ملاقات کرده اند و دایره
بر این شش نقاط مرور کرده است مسدسی است متساوی
الاضلاع که در دایره واقع شده است و زوایای ان نیز متساویند

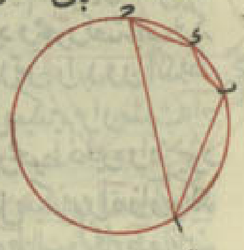


زیرا که هریک واقع است بر چهار
قوس از شش قوس متساوی پس
هریک از شش زاویه واقع است
بر قوسی که مساویست باهریک از
پنج قوس که بر هریک یکی از پنج زاویه
دیگر واقع است پس شش زاویه
بایکدیگر متساویند ٢۶ م ١ پس ثابت شد که مسدس مذکور
متساوی الاضلاع والزوایاست وهو المطلوب و ممکنست
که عمل کنیم بر دایره و عمل کنیم دایره در مسدسی و عمل کنیم بر مسدسی
همچنانکه در مخمس بیان شد و علی الاجمال بیان اول باینطریق
است که عمل کنیم در دایره مسدس ا ب حـ د ه و را و از نقاط
شش زاویه اخراج کنیم شش خط که مماس دایره باشند و ملاقات
کنند بایکدیگر بر شش نقطه ز ح ط ک ل ی پس حاصل میشود
مسدس و مرکز را م فرض میکنیم و وصل میکنیم میان ان و میان
دوازده نقطه که عبارتست از زوایای هر دو مسدس و باقی
بیانرا بنحو یکه در شکل ١٢ از ینمقاله گذشت تمام میکنیم و بیان دوم
باینطریقست که تنصیف میکنیم دو زاویه از مسدس که بایکدیگر
متجاور باشند بدو خطی که بایکدیگر در داخل مسدس ملاقات میکنند

البته واز

البته و از ملتقای این دو خط عمودها بر اضلاع مسدس میکشیم
و تساوی ان عمودها را ثابت میکنیم و بعد یکی از انها دایره
رسم میکنیم و ان دایره مطلوبه است همچنانکه در شکل ١٣ از
اینمقاله تفصیل انچه مذکور شد ظاهر میشود و بیان سیم باین
طریقست که تنصیف میکنیم دو زاویه مجاور را از مسدس را بدو
خطی که ملاقات کنند در داخل مسدس و وصل میکنیم ما بین
ملتقای انها و زوایای مسدس بشش عمود و تساوی ان عمودها
را بیان میکنیم و بعد یکی از انها رسم میکنیم و ان دایره مطلوبست
بنحو یکه تفصیل ان در شکل ١۴ ظاهر میشود و محرر گفته است که
اگر خواسته باشیم که عمل کنیم در دایره مسدس را بدون انکه قطر
را اخراج کنیم اخراج ه ا را کیف اتفق و عمل میکنیم بر ان مثلث ا حـ
که متساوی الاضلاع است پس نقطه حـ بر محیط دایره واقع میشود
بجهت تساوی ه ا ه حـ و بنا بر ٢٣ م ١ عمل میکنیم بر ا ه زاویه که
مساوی زاویه ا ه حـ باشد و ان زاویه ا ه ط است و بر ط ه نیز
زاویه عمل میکنیم که مساوی ان باشد و همچنین با شش زاویه تمام
شود و این شش زاویه چون هریک دو ثلث قائمه است متساویند
پس وصل میکنیم شش وتر را تا شکل مسدس تمام شود و تساوی
انها را بنحو مذکور ثابت میکنیم تا مطلوب حاصل شود یو میخواهیم
عمل کنیم در دایره مثل دایره ا ب حـ شکلی که دو خمسة عشر اضلاع
باشد یعنی پانزده ضلع داشته باشد و اضلاع ان بایکدیگر متساوی
باشند پس بنا بر ١١ م ۴ و ٢ م ۴ رسم میکنیم در دایره دو وتر ا ب
ا حـ را که اول مثل ضلع مخمسی متساوی الاضلاع باشد که در ان دایره
واقع میشود و دوم مثل ضلع مثلثی متساوی الاضلاع باشد
که در ان دایره واقع میشود پس هرگاه توهم کنیم انقسام محیط دایره

به پانزده قسم متساوی سه قسم ازین پانزده قسم در قوس اب
واقع میشود زیرا که چون وتر ان ضلع مخمس است که در ان دایره
واقع میشود باید ان قوس خمس دایره باشد که به پانزده قسم
متساوی منقسم شده است پس مشتمل است بر سه قسم
ازان پانزده قسم و پنج قسم ازین پانزده قسم در قوس اج واقع
میشود زیرا که وتر ان چون ضلع مثلث است که در ان دایره واقع
میشود باید ان قوس ثلث دایره باشد که منقسم به پانزده قسم
شده است پس مشتمل است بر پنج قسم ازان پانزده قسم و چون
در اج پنج قسم واقع شود و سه قسم ازین
پنج قسم در اب واقع شود باید دو قسم
ازان در بج واقع شود لهذا ابنا بر
٢٩ م ج بج را تنصیف میکنیم بر د



و میگوییم هر یک از دو قوس بد دج
یک قسم است از پانزده قسم پس وصل
میکنیم وتر این دو قوس را اعنی دو خط بد دج و میگوییم
این دو خط دو ضلع است از شکلی که مطلوب ماست یعنی
شکلی که مشتمل بر پانزده ضلع متساوی باشد و زوایای ان نیز
متساوی باشد و چون بملاحظه شکل ا م د علی التوالی و پی
در پی مثل این دو ضلع را در دایره رسم کنیم تا بمبدء که نقطه
ا باشد برسیم شکل مطلوب تمام میشود و وقوع ان در دایره
و تساوی اضلاع ان ظاهر شد و وجه تساوی زوایای ان
نیز ظاهر است و بملاحظه همین شکل با اعانت بعضی اشکال
سابقه ممکن است که عمل شود مثل این شکل بر دایره و ممکن است
عمل شود دایره در مثل این شکل یا بر مثل ان قد تمت المقاله الرابعه

بعون الله سبحانه و مخفی نماند که از انواع مضلعات اقلیدس پنج نوع را یعنی
مثلث و مربع و مخمس و مسدس و ذو خمسة عشر اضلاع را اثبات کرده
است و دو قسم اول را در مقاله اول اثبات کرد و چون اثبات مخمس
موقوف بود بر عمل مثلث مخمس لهذا بعد از تمکن از عمل ان درین مقاله یعنی
مقاله چهارم مخمس را نیز درین مقاله اثبات نمود و چونکه عمل مسدس
موقوف بود بر اثبات انکه نصف قطر هر دایره مساوی وتر سدس ان دایره
است لهذا بعد از تمکن از اثبات مذکور در مقاله چهارم مسدس را نیز
درین مقاله اثبات نمود و چونکه اثبات ذی خمسة عشر اضلاع یعنی مضلعی
که بان پانزده ضلع محیط شود موقوف بود بر عمل مثلث متساوی الاضلاع
در دایره تا بیک ضلع دایره به سه قسم منقسم شود و عمل مخمس نیز تا بیک
ضلع ان یکقسم از سه قسم به پنج قسم منقسم شود بنحویکه مذکور
شد لهذا بعد از تمکن ان در مقاله چهارم اثبات ذی خمسة عشر اضلاع
را نیز درین مقاله اثبات نمود و باقی مضلعات اقلیدس متعرض اثبات
انها نشده است بجهت عدم تمکن از اثبات مقدماتی که عمل باقی مضلعات
موقوف بر انست مثلا اثبات مسبع چون موقوف بود بر عمل مثلث
مسبع یعنی مثلثی که هر یک از دو زاویه فوق قاعده سه برابر زاویه
راس باشد و اصول او مساعدت بعمل چنین مثلثی نمی نمود لهذا
متعرض اثبات مسبع نشد و همچنین اثبات متسع موقوف بود بر
عمل مثلث متسع یعنی مثلثی که هر یک از دو زاویه قاعده ان چهار
برابر راس ان باشد یا بر مثلثی که هر یک از سه زاویه ان منقسم به
قسم متساوی باشد و اصول او مساعدت بعمل هیچیک ازین دو
مثلث نمی نمود لهذا متعرض اثبات متسع نیز نشد و همچنین در
باقی مضلعات و اصحاب مخروطات اگرچه با اعانت قطوع مخروطات
اثبات مسبع و متسع را کرده اند اما متعرض اثبات سایر مضلعات

نشده اند و بعضی گفته اند بعد از تمکن از عمل مثلث میتوان بتنصیف
آن مسدس را رسم نمود و بتنصیف آن ذو اثنا عشر قاعده یعنی شکلی که
بان دوازده ضلع محیط شوند رسم نمود و هکذا الی غیر النهایه
و بعد از تمکن از عمل مربع میتوان بتنصیف مثمن را و ذو ستة عشر
قاعده و هکذا الی غیر النهایه رسم نمود و بعد از تمکن از عمل
مخمس معشر را و ذو عشرین قاعده و هکذا الی غیر النهایه
میتوان رسم نمود و مخفی نیست که این قول ظاهرا راهی ندارد

مقاله پنجم واین مقاله مشتمل است بر بیست و پنج شکل و صاحب
کتاب قبل از شروع در بیان اشکال مصادرات چند ایراد نموده
است اول آنکه هرگاه دو مقدار باشد که یکی اصغر باشد و یکی
اعظم و اصغر مقدر اعظم باشد یعنی بکم کردن اصغر از اعظم
چند مرتبه اعظم معدوم شود و از آن چیزی که کمتر از اصغر
باشد باقی نماند در بیصورت اصغر را جزء اعظم میگویند و
اعظم را ذو اضعاف و ذو امثال آن میگویند آن میگویند یعنی
منقسم میشود باقسام متساویه که هر یک مساوی اصغر است
دوم نسبت اینیة یکی از دو مقدار متجانس است در نزد دیگر
یعنی چندیت احدهما است و چه قدر بودن آن در نزد مقدار
دیگر و حاصل آنست که نسبت معنی با حالیت در کمیت دو
مقدار که احدهما را در نزد دیگری تقدیر و تعیین میکند مثلا
هرگاه بگوییم دو نصف چهار است نصف که نسبت است معنی
است در کمیت مقادیر که دو را نظر بچهار تقدیر و تعیین نموده
است و چون از این معنی سوال بلفظ ای میشود لهذا صاحب
کتاب تعبیر از آن باینیت کرده است و در نسخه ثابت چنین است
که نسبت اضافتیست در قدر که در میان دو مقدار متجانس است

واین تغییر

واین تغییر بنیز راجع بتغییر اولست زیرا که اضافه احد مقدارین بدیگری
در مقدار به نسبت مگر چندیت و چه قدر بودن که سوال از آن بلفظ
ای میشود واظهر آنست که گفته شود نسبت قیاس کمیت احد مقدارین
متجانسین است بکمیت مقدار دیگر و تقیید مقدارین بمتجانسین
بجهت آنست که ثبوت نسبت در میان مقادیریست که از جنس
واحد باشند مثل خط و خط و سطح و سطح و جسم و جسم و عدد
و عدد و در میان دو مقدار که در جنس مخالف یکدیگر باشند چون
خط و سطح یا خط و عدد نسبت محقق نمیشود همچنانکه وجه آن
ظاهر است سیم تناسب عبارتست از تشابه نسبت یعنی هرگاه
در میان دو مقدار نسبتی باشد که آن نسبت بعینها در میان دو
مقدار دیگر باشد میگویند مابین دو مقدار اول و دو مقدار
ثانی تناسب است و دو مقدار اول متناسب اند با دو مقدار
دوم یعنی متشابه اند در نسبت و از آنچه مذکور شد معلوم شد که
تشابه در نسبت در کمتر از سه مقدار یافت نمیشود همچنانکه بعد از این
مذکور میشود چهارم مقادیری که در مابین آنها نسبت محقق می
شود مقادیری اند که ممکن باشد که بعضی بتضعیف از بعض دیگر
زیادتر شوند پس تحقق نسبت منحصر است در مابین مقادیر متجا
نسه مثل دو خط یا دو سطح و در مقادیر غیر متجانسه مثل خط و سطح
نسبت یافت نمیشود زیرا که زیاد شدن احدهما بر دیگری بتضعیف
معنی ندارد مقادیری که بر نسبت واحده اند یعنی نسبت اول
بدوم مثل نسبت سیم است بچهارم و آنها را مقادیر متناسبه
میگویند مقادیری چند اند که هرگاه اضعاف اول و سیم بهر
قدر که ممکن باشد الی غیر النهایه بمرات متساویه گرفته شود یعنی
عدد اضعاف اول مثل عدد اضعاف سیم گرفته شود و عدد

اضعاف دوم وچهارم نیز بقدر امکان بمراتب متساویه کرفته شود
یعنی عدد اضعاف دوم که اخذ شده مساوی عدد اضعاف چهارم
باشد که اخذ شده است اعم از انکه این عدد یعنی عدد اضعاف دوم
وعدد اضعاف چهارم که بایکدکر مساویند مساوی باشد باعدد اضعاف
اول وعدد اضعاف سیم که بایکدکر مساویند یا زاید باشند بران یا ناقص
باشد ازان وحاصل انست که عدد اضعاف هریک از اول وسیم بایکدکر
مساوی باشند وهمچنین است عدد اضعاف هریک از دوم وچهارم نیز
باید بایکدکر مساوی باشند اما تساوی عدد اول یعنی عدد اضعاف
اول وسیم باعدد دوم که عدد اضعاف دوم وچهارم باشد لازم نیست
وبالجمله مقادیر بر نسبت واحده انست که بعد از اخذ اضعاف اول وسیم
واضعاف دوم وچهارم بنحو مذکور همیشه اضعاف اول وسیم یعنی احاد
اضعاف اول وسیم باهم یا زاید باشد بر احاد اضعاف دوم وچهارم
باهم یا ناقص باشد ازان یا مساوی باشد باان وحاصل انست که چون بنا
بر اخذ اضعاف بر نهج مذکور احاد اضعاف اول نسبت باحاد اضعاف
دوم واحاد اضعاف سیم نسبت باحاد اضعاف چهارم خالی از یکی
ازاین سه صورت نیست ~~پس احاد مجموع اضعاف اول وسیم نسبت~~
مثال صورت زیادتی ۱۶ و ۸ و ۴ و ۲ هرکاه عدد اضعاف اول وسیم
یعنی ۱۶ و ۸ مساوی باشد باعدد اضعاف دوم وچهارم اعنی ۴ و ۲
یا زاید باشد بران زیراکه بر هریک ازاین دو تقدیر شکی نیست که عدد
احاد اضعاف اول وسیم زیادتر است از عدد احاد دوم وچهارم و
مثال صورت نقصان ۲ و ۴ و ۸ و ۱۶ بشرط انکه عدد اضعاف اول وسیم
مساوی باشد باعدد اضعاف دوم وچهارم یا کمتر باشد ازان زیراکه
بر هریک ازاین دو شرط شبهه نیست که احاد اضعاف اول وسیم
ناقص است از احاد اضعاف دوم وچهارم ومثال صورت تساوی

یکی از دو مثال مذکور

یکی از دو مثال مذکور است بشرط انکه در مثال اول عدد اضعاف دوم
وچهارم دو برابر اضعاف اول وسیم اخذ شود ودر مثال دوم بر
عکس شود یعنی عدد اضعاف اول وسیم دو برابر عدد اضعاف دوم
وچهارم اخذ شود وبای حال زیادتی یا نقصان یا مساواه احاد
اضعاف اول وسیم نسبت باحاد اضعاف دوم وچهارم بشرط تساوی
مراتب در اول وسیم ۴ و ۲ در دوم وچهارم که موجب تناسب این
چهار است در وقتیست که هریک از زیاده ونقصان ومساواه بر ولا
وتوالی یعنی پی در پی اخذ شود باینمعنی که احاد اضعاف اول مثلا زاید
بر احاد اضعاف دوم باشد نه بر اضعاف چهارم مثلا واضعاف سیم
زاید بر اضعاف چهارم باشد نه بر اضعاف دوم مثلا وهمچنین است
حکم در نقصان وتساوی پس اکر باوجود تساوی مراتب در اول وسیم
ودر دوم وچهارم احاد اضعاف اول زاید بر احاد اضعاف دوم باشد
اما احاد اضعاف سیم زاید بر احاد اضعاف چهارم نباشد مثل ۶ و
۳ و ۵ و ۱۰ درینصورت احاد سیم وچهارم باهم زاید بر احاد دوم و
چهارم نخواهد بود واین مقادیر بر نسبت واحده نخواهند بود بلکه نسبت
اول بدوم اعظم است از نسبت سیم بچهارم وبراین قیاس است حکم
نقصان وتساوی بحکم اقل مقادیری که در میان انها تناسب واقع
میشود سه مقدار است یعنی درکمتر از سه حد نمیتواند شد که تناسب
واقع شود ودر سه حد که واقع شود یکحد باید مکرر شود وسبب در اینکه
تناسب درکمتر از سه حد متحقق نمیشود انست که تناسب عبارتست از
تشابه وتساوی نسبت وتشابه وتساوی فرع اثنینیة است پس باید اقل
دو نسبت متحقق شود تا مناسبة در ما بین انها یافت شود ومتحقق دو
دو نسبت موقوفست بر وجود چهار حد زیراکه متحقق نسبت بدون دو حد
متصور نیست ودر ما بین دو حد زیادتر از یک نسبت یافت نمیشود پس

تحقق دو نسبت متساویه که در تناسب لازم است موقوف بر چهار حد است
پس اگر حد دوم مساوی حد سیم باشد یکحد در دو نسبت مشترک
خواهد بود و سه حد کافی خواهد بود والا چهار حد لازم خواهد بود
ششم هرگاه سه مقدار متناسب باشند بر توالی وپی در پی یعنی اول
بدوم مثل نسبت دوم باشد بسیم باید نسبت اول بسیم نسبت اول باشد
بدوم مثناه بالتکریر و مراد از نسبت مثناة بتکریر انست که ان نسبت در
نفس خود ضرب شود پس مطلوب انست که نسبت اول بسیم نسبت اول
بدوم است هرگاه این نسبت اول بدوم در نفس خودش ضرب شود مثلا
نسبت دو بچهار مثل نسبت چهار است بهشت و نسبت دو بچهار
نسبت نصفی است پس میگوییم نسبت دو بهشت نسبت نصف است که
در نفس خود ضرب شود و نصف که در نفس خود ضرب شود نصف نصف
میشود پس نسبت دو بهشت نسبت نصف نصف است و اطلاق مثنا
بتکریر بر نسبتی که در نفس خود ضرب شود بجهت انست که هر نسبتی اضافه
میشود بمنسوب الیه همچنانکه میگویی دو نصف چهار است و چون
در نفس خود ضرب شود دو مرتبه اضافه میشود همچنانکه میگویی دو نصف
نصف هشت است پس مراد بتکریر اضافه است و هرگاه چهار مقدار
متناسب باشند بر توالی یعنی اول بدوم مثل نسبت سیم باشد
بچهارم باید نسبة اول بدوم باشد مثلثه بالتکریر یعنی سه مرتبه
تکریر شود مثلا دو بچهار مثل نسبت ۸ است به ۱۶ و نسبت ۲ به ۴
نصف است پس میگوییم نسبت ۲ به ۱۶ نسبت نصف نصف نصف است
زیرا که هرگاه نسبة ۲ به ۴ یعنی نصف در نسبة ۴ به ۸ که باز نصف است
ضرب شود نصف نصف یعنی ربع حاصل میشود و چون این حاصل
را در نسبة ۸ به ۱۶ که باز نصف است ضرب شود نصف نصف نصف
که ثمن باشد حاصل میشود پس ۲ نصف نصف نصف ۱۶ است و این

نسبة ۲ است بچهار مثلثه بالتکریر یعنی سه مرتبه اضافه شده است
و بر این قیاس است حکم در مقادیر متناسبه که زیاد تر از چهار
باشند یعنی در پنج مقدار متناسب نسبت اول به پنجم مثل نسبت
اول بدوم مربعة بالتکریر و در شش نسبت اول بششم مثل نسبة
اول است بدوم مخمسة بالتکریر و هکذا الی غیر النهایه هفتم
مقادیر متسقه در نسبة که انها را نظیره میگویند عبارتست از
مقدمات مقادیر متناسبه بدون ملاحظه توالی و توالی انها
بدون ملاحظه مقدمات و حاصل انست که مقادیری که بعضی
نسبة داده میشود ببعضی باید در هر دو مقدار از ان مقادیر ابتدا
بیکی شود و نسبة داده شود بدیگری پس انکه در نسبة ابتدا بان شده
انرا مقدم میگویند زیرا که مقدمست در لفظ و اشاره وانکه مؤخر
در نسبة است انرا تالی میگویند و جمیع مقادیری که در نسبة ابتداء
بانها میشود نظیره میگویند و همچنین جمیع مقادیری که مؤخر
واقع میشوند در نسبة نیز نظیره میگویند و صاحب کتاب در تعریف
کفته است که نظیره انست که قیاس شود مقدمات با مقدمات
و توالی با توالی و در این تعریف مسامحه است زیرا که بنحویکه
مذکور شد نفس مقدمات بی ملاحظه توالی و نفس توالی نیست
بیملاحظه مقدمات پس تعبیر از ان بقیاس مقدمات با مقدمات
و توالی با توالی مناسب نیست هشتم عکس نسبة که از اخلاف
نسبت نیز میگویند انست که در نسبة تالی را مقدم کردانیم و مقدم را
تالی پس هرگاه بگوییم نسبة ۲ به ۴ مثل نسبة ۸ به ۱۶ عکس ان اینست
که بگوییم نسبة ۴ به ۲ مثل نسبة ۱۶ است به ۸ پس عکس و خلاف
هر نسبتی انست که کفته شود نسبت دوم ان نسبت باول ان مثل نسبت
چهارم است بسیم نهم ابدال نسبة ان است که نسبت دهیم مقدم را

بمقدم وتالی را بتالی یعنی مقدم نسبت دوم را تالی نسبت اول وتالی نسبت
اول را مقدم نسبت دوم کنیم پس ابدال نسبت در مثال مذکور انست که بگوییم
نسبت ۲ به ۸ مثل نسبت ۴ است به ۱۶ دهم ترکیب نسبت ان است که
مجموع مقدم وتالی را نسبت بتالی دهیم پس ترکیب نسبت در مثال مذکور انست
که بگوییم نسبت مجموع ۲ و ۴ به ۴ مثل نسبت مجموع ۸ و ۱۶ است به ۱۶
یازدهم تفصیل نسبت انست که فضل مقدم بر تالی را نسبت بتالی دهیم
پس هرگاه بگوییم نسبت ۶ به ۲ مثل نسبت ۹ است به ۳ تفصیل از انست
که بگوییم نسبت ۴ به ۲ مثل نسبت ۶ است به ۳ دوازدهم قلب نسبت
انست که نسبت دهیم مقدم را بفضلی که بر تالی دارد پس قلب نسبت در مثال
اخر انست که بگوییم نسبت ۶ به ۴ مثل نسبت ۹ است به ۶ سیزدهم
مساواة انست که در نسبت دو صنف از مقادیر یا اعداد واقع شوند
که متساوی العدد باشند یعنی عدد هر صنفی مساوی عدد صنف
دیگر باشد وهر دو مقدار یا عدد متجاور از صنفی بر نسبت دو نظیر
خود از صنف دیگر باشند پس نسبت اطراف اخذ شود واوساط
حذف شود یعنی اعتبار نسبت اطراف احد صنفین با اطراف
صنف دیگر واسقاط اوساط صنفین عبارتست از نسبت مساواة
ومساواة بر دو قسم است اول مساواة منتظمه است وان مساواتیست
که بر ترتیب باشد یعنی نسبت مقدم صنف اول بتالی ان صنف مثل
نسبت مقدم صنف دوم باشد بتالی ان ونسبت تالی اول از صنف اول
بتالی اخر ان مثل نسبت تالی اول از صنف دوم باشد بتالی اخر ان
پس اطراف اخذ شود ونسبت اوساط حذف شود یعنی اخذ
نسبت اطراف ورفع اوساط در دو صنف که نسبت در انها بر وجه
مذکور باشد مساواة منتظمه است وبعبارت دیگر مساواة
منتظمه انست که در دو صنف از مقادیر متساوی العدد هر

دومقدار

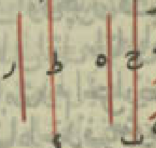
دو مقدار از احد صنفین بر نسبت دو مقدار از صنف دیگر باشد
نسبت اطراف اخذ شود واوساط حذف شود وصورت
مساواة منتظمه در مقادیر واعداد باین نحو است

ا ب ج د ه و
۲ ۴ ۸ ۳ ۶ ۱۲

یعنی چون نسبت ۲ مقدم به ۴ تالی از صنف اول
مثل نسبت ۳ مقدم است به ۶ تالی از صنف دوم
ونسبت ۴ تالی اول به ۸ تالی اخر از صنف اول مثل نسبت
۶ تالی اول است به ۱۲ تالی اخر از صنف دوم پس نسبت ۲ به ۸ که
طرفین صنف اول است مثل نسبت ۶ به ۱۲ است که طرفین
صنف دوم است وهمین مساواة یعنی مساواة طرفین صنف
اول با نسبت طرفین صنف دوم عبارتست از مساواة منتظمه
دوم مساواة مضطربه وان مساواتیست که بر ترتیب نباشد
مثلا نسبت مقدمی با تالی از صنف اول چون نسبت مقدمی
باشد با تالی از صنف دوم ونسبت تالی اول با تالی اخر از صنف
اول چون نسبت مقدم اول باشد با مقدم اخر از صنف دوم
پس نسبت اطراف اخذ شود واوساط حذف شود یعنی نسبت
اطراف با اطراف ورفع اوساط در دو صنف کذا مساواة
مضطربه است وبعبارت دیگر مساواة مضطربه انست که
در دو صنف متساوی العدد از مقادیر یا اعداد مثل اینکه
هر صنفی سه مقدار یا سه عدد باشد نسبت اول بدوم مثل
نسبت پنجم به ششم ونسبت دوم بسیم مثل نسبت چهارم باشد
به پنجم پس نسبت اطراف اخذ شود واوساط حذف شود یعنی
میگوییم نسبت اول بسیم مثل نسبت چهارم است بششم واین اخذ
مساواة مضطربه وصورت مساواة مضطربه ومقادیر واعداد
باین طریقت ا ب ج د ه و که میگوییم نسبت ۲ مقدم به ۴ تالی

۲ ۴ ۱۲ ۱ ۳ ۶

از صنف اول مثل نسبة ٣ مقدم است به ٦ تالی از صنف دوم
و نسبة ٤ تالی اول به ١٢ تالی اخر از صنف اول مثل نسبة ١ مقدم اول ست
با ٣ مقدم اخر از صنف دوم پس نسبة ٢ به ١٢ که طرفین صنف اولند
چون نسبة ١ است به ٦ که طرفین صنف دوم اند و مساوات این
دو نسبة عبارتست از مساواة مضطربه اما اشکال اینمقاله اینچ
همچنانکه اشاره بان شد بیست و پنج شکل است ا هرگاه مقادیری
باشند که در اول از انها از اضعاف دوم چندان باشد که در سیم
است از اضعاف چهارم پس در جمیع اول و سیم از اضعاف جمیع دوم
و چهارم بقدریست که در یکی از انهاست از اضعاف قرین ان یعنی
بقدری که در اولست از اضعاف دوم یا در سیم است از اضعاف
چهارم مثلا در اب از اضعاف ه بقدریست که در جد است از
اضعاف ز پس میگوییم در جمیع اب جد از اضعاف



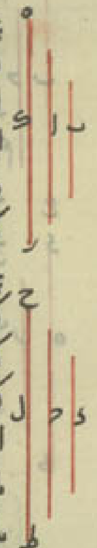
جمیع ه ز بقدری است که در اب است از
اقسام ه پس بنا بر ٣ ٤/١ قسمت میکنیم اب را
بر ح بقدرة یعنی اقل مراتب تضعیف را در
اب اعتبار میکنیم و انرا بدو مثل ه قسمت میکنیم و همچنین جد را
بر ط قسمت میکنیم بقدر ز و میگوییم بنا بر ع ٤/١ جمیع اح حط مثل
جمیع ه ز است و جمیع حب طد نیز مثل جمیع ه ز است پس
عدد انچه در اب جد است باهم از اضعاف ه ز باهم مثل عدد
انچیزیست که در یکی از انهاست بانفراده از اضعاف قرین ان
بانفراده یعنی مثل عدد اضعاف ه تنهاست که در اب تنهاست
یا مثل عدد ز تنهاست که در جد تنهاست وهو المطلوب و
مخفی نماند که احکام اشکال اینمقاله همچنانکه جاریست در مقادیر
در اعداد نیز جاریست و اگرچه بعضی از براهین مختص بمقادیرست

وجاری در اعد

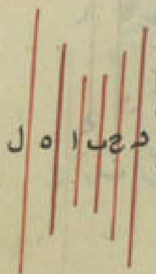
وجاری در اعداد نیست و ما در هر شکلی حکم از انطبیق بر عدد
میکنیم بجهت توضیح لهذا بجهت اجرای حکم این شکل در عدد فرض
میکنیم که چهار عدد معروض ٤ و ٢ و ٦ و ٣ است زیرا که در ٤
که عدد اولست از اضعاف ٢ که دوم است بقدریست که در ٦
است که سیم است از اضعاف ٣ که چهارم است پس میگوییم در
جمیع ٤ و ٦ که ١٠ است از اضعاف جمیع ٢ و ٣ که ٥ است بقدری
است که در چهار ٤ است از اضعاف ٢ و تدرضعف یعنی عدد ان
در هر دو است ب هرگاه شش مقادیر باشند که در اول ان

اضعاف دوم چندان باشد که در سیم است از اضعاف چهارم
و در پنجم از اضعاف دوم چندان باشد که در ششم است از
اضعاف چهارم پس در جمیع اول و پنجم از اضعاف دوم چندان
باشد که در جمیع سیم و ششم است از اضعاف چهارم مثلا در
اب که اولست از اضعاف ج که دوم است چندانست که در ده سیم
است از اضعاف ز که چهارم است و در بح که پنجم است از
اضعاف ج که دوم است چندانست که در هط ششم است از
اضعاف ز که چهارم پس در مجموع اح که اول و پنجم است از اضعاف
ج که دوم است چندانست که در مجموع دط سیم و ششم است
از اضعاف ز که چهارم است زیرا که عدد انچه در اب است
از اضعاف ج مساویست با عدد انچه در ده است از اضعاف
ز بفرض و عدد انچه در بح است از اضعاف ج مساویست
با عدد انچه در هط است از اضعاف ز بفرض و چون بر اشیاء
متساویه زیاد شود حاصل باز اشیاء متساویه باشد پس هرگاه
عدد اضعاف ج که در اب مساوی عدد اضعاف ز باشد در ده
و همچنین عدد اضعاف ج در بح مساوی باشد با عدد اضعاف

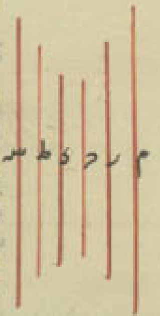
زد ده ط باید عدد اضعاف در مجموع اح مساوی باشد باعدد
اضعاف زد در مجموع دط وهو المطلوب وجریان این حکم در عدد چنانست
که در ۴ مثلا که اولست از اضعاف ۲ که دوم است چندانست که در ۶
سیم است از اضعاف ۳ است که چهارم است و در ۸ که پنجم است
از اضعاف ۲ که دوم است چندانست که در ۱۲ که ششم است از اضعاف
۳ است که چهارم است پس در مجموع اول و پنجم که ۱۲ است از اضعاف
دوم که ۲ است چندانست که در مجموع سیم و ششم است که ۱۸ است
از اضعاف چهارم که ۳ است وهو المطلوب ح هرگاه مقادیری باشند
که در اول از اضعاف دوم چندان باشد که در سیم است از اضعاف
چهارم و از برای اول و سیم اضعاف متساوی العدد اخذ شود باید
در اضعاف اول از اضعاف دوم اینقدر باشد که در اضعاف سیم است
از اضعاف چهارم مثلا در ا از اضعاف ب بقدریست که در ج است
از اضعاف د و ه ز اضعاف ا است و ح ط اضعاف ج است و این
دو اضعاف متساوی العدد اند یعنی در ه ز از اضعاف ا چندانست
که در ح ط از اضعاف ج است پس میگوییم در ه ز از اضعاف ب
چندانست که در ح ط از اضعاف د است زیرا که هرگاه قسمت
کنیم ه ز را بر ک بقدر ا یعنی اقل مراتب تضعیف را در ه ز اعتبار
کنیم و از ابتدا مثل ا قسمت کنیم و همچنین ح ط را بر ل بقدر ج قسمت
کنیم باید در ه ک اعنی ا از اضعاف ب چندان باشد که در ح ل
اعنی ج از اضعاف د است و در ک ز اعنی ا از اضعاف ب چندان
باشد که در ل ط اعنی ج از اضعاف د است پس بجزئیه در ۲ م ه مذکور
شد در جمیع ه ز از اضعاف ب چندانست که در جمیع ح ط است از
اضعاف د وهو المطلوب و اجراء این حکم در عدد چنانست که در ۴
مثلا که اول است از اضعاف دوم که ۲ است چندانست که در سیم که



۶ است از اضعاف چهارم است که ۳ است و چون از برای ۴ و ۶
که اول و سیم است اضعاف متساوی العدد اخذ شود مثلا دو ضعف
۴ را بگیریم که آن ۸ است و دو ضعف ۶ را نیز بگیریم که آن ۱۲ است در
۸ که اضعاف ۴ است و چهار ضعف ۲ است که دوم و در ۱۲ که اضعاف
سیم است نیز چهار ضعف ۳ است که چهارم است پس عدد اضعاف
۲ دوم که در دو ضعف ۴ اولست مساویست با عدد اضعاف ۳ چهارم
که در دو ضعف ۶ سیم است وهو المطلوب د هرگاه مقادیری باشند
که نسبت اول بدوم مثل سیم باشد بچهارم و از برای اول و سیم اضعاف
متساویه اخذ شود و همچنین از برای دوم و چهارم اضعاف متساویه
اخذ شود باید نسبت اضعاف اول باضعاف دوم مثل نسبت اضعاف
سیم باضعاف چهارم باشد مثلا نسبت ا به ب مثل نسبت ج است به د
و ه ز اضعاف ا ج اند که متساوی العدد اند یعنی ه اضعاف ا
است و ز اضعاف ج است و این دو اضعاف متساوی العدد اند و
ح ط اضعاف ب د اند که متساوی العدد اند یعنی ح اضعاف
ب است و ط اضعاف د است و این دو اضعاف نیز متساوی
العدد اند پس میگوییم نسبت ه به ح مثل است نسبت ز است به ط زیرا
که هر اضعاف متساویه که گرفته شود از برای ه ز که اضعاف متساویه
ا ج اند مثل ل م که ل اضعاف ه است و م اضعاف ز است
و این دو اضعاف متساویند و هر اضعاف متساویه که اخذ شود از برای
ح ط که اضعاف متساویه ب د اند مثل ق س باید بنابر ۲ م ه
ل م اضعاف متساویه ا ج نیز باشند و ق س اضعاف متساویه
ب د نیز باشند و چون ا ب ج د چهار مقدار متناسب اند و ل م
اضعاف متساوی العدد ا ج اول و سیم اند و ق س اضعاف
متساوی العدد ب د دوم و چهارم اند پس نظر بمصادره که در

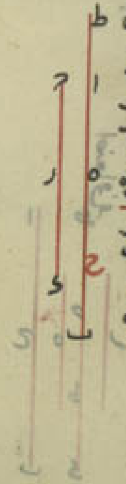


صدر این مقاله مذکور شد لـ م باهم یا زاید است بر قـ سـ باهم
یا ناقص است از ان یا مساوی است با ان و چون ثابت شد که هر اضعاف
متساویه که از برای ه ز و ح ط اخذ شود اضعاف متساویه ا ح
و ب ک باشند که مقادیر متناسبه اند و حکم اضعافات مقادیر متناسبه
بخو بیت که در صدر مذکور شد یعنی اضعاف اول و سیم باهم یا زاید اند
بر اضعاف دوم و چهارم باهم یا ناقص اند از ان یا مساوی اند با ان پس
باید اضعاف ه ز ح ط نیز بنحو مذکور باشند یعنی اضعاف ه و اضعاف
ز که بیکعدد عدد باشند باهم یا زاید باشند بر اضعاف ح و اضعاف ط
بیکعدد باشند باهم یا ناقص باشند از ان یا مساوی باشند با ان پس
بنا بر عکس مصادره مذکوره نسبت ه بح مثل نسبت ز است بط وهو
المطلوب و مخفی نماند که عکس مصادره مذکوره انست که هرگاه مقادیر
باشند که اضعاف اول و اضعاف سیم که بیکعدد باشند باهم همیشه یا
زاید باشند بر اضعاف دوم و اضعاف چهارم که بیکعدد باشند باید
ان مقادیر متناسب باشند و این عکس چون ظاهر بود صاحب کتاب
در صدر مقاله تصریح بان نکرد و در این شکل و بعضی اشکال دیگر
استعمال نموده است و اجراء این حکم در عدد چنانست که نسبت
۲ به ۴ مثل نسبت ۳ است به ۶ و ۴ و ۶ اضعاف اول و سیم اند که ۲
و ۳ باشد بیک عدد و ۸ و ۱۲ اضعاف متساوی العدد دوم و چهارم
اند که ۴ و ۶ باشد پس میگوییم که نسبت ۴ که اضعاف ۲ اولست به ۸ که اضعاف
۴ دوم است مثل نسبت ۶ است که اضعاف ۳ سیم است به ۱۲ که
اضعاف ۶ چهارم است زیرا که هرگاه از برای ۴ و ۶ اضعاف متساوی
العدد اخذ شود و از برای ۸ و ۱۲ نیز اضعاف متساوی العدد اخذ شود
همیشه اضعاف ۴ و ۶ یا ناقص اند از اضعاف ۸ و ۱۲ یا زاید اند بر ان
یا مساوی اند با ان مثال نقصان انست که از برای هر یک از ۴ و ۶ دو ضعف

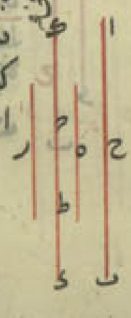


اخذ شود که ۸ و ۱۲

اخذ شود که ۸ و ۱۲ است و از برای هر یک از ۸ و ۱۲ نیز دو ضعف
اخذ شود که ۱۶ و ۲۴ باشد که در اینجا ۸ و ۱۲ که اضعاف متساوی
العدد اول و سیم اند ناقص اند از ۱۶ و ۲۴ که اضعاف متساوی
العدد دوم و چهارم اند کمتر اند از دوم و چهارم یعنی ۱۶ و ۲۴ و
مثال زیادتی انست که از برای هر یک از ۴ و ۶ پنج ضعف مثلا بگیریم
که ۲۰ و ۳۰ باشد و از برای هر یک از ۸ و ۱۲ دو ضعف اخذ شود که ۱۶
و ۲۴ باشد که درین صورت مجموع ۲۰ و ۳۰ زیادتر است از مجموع
۱۶ و ۲۴ و مثال مساوات انست که از برای هر یک از ۴ و ۶ چهار
ضعف اخذ شود که ۱۶ و ۲۴ و از برای هر یک از ۸ و ۱۲ دو ضعف
اخذ شود که باز ۱۶ و ۲۴ باشد و از تقدیر چون همیشه اضعاف
متساویه ۴ و ۶ که اضعاف متساویه اول و سیم از اربعه متناسبه
اند یا زاید بر اضعاف متساویه ۸ و ۱۲ که اضعاف متساویه دوم و
چهارم اند از اربعه متناسبه بنحو مذکور ثابت میشود که نسبت ۴ به ۸
مثل ۶ است به ۱۲ ه هرگاه دو مقدار باشند که احدهما چند
ضعف دیگری باشد و از انها دو مقدار نقصان شود که احد
هما بهمان عدد ضعف دیگر باشد و مقدار اعظم از اعظم
نقصان شود و انقص از انقص باید انچه از دو مقدار باقی میماند
در میان انها باز همین نسبت باشد یعنی انچه باقی میماند از
مقدار اول که چند ضعف مقدار دوم بود بهمین عدد ضعف
مقدار باقی از مقدار دوم باشد مثلا ا ب چند ضعف ح د است
و از ا ب ا ه نقصان شد است و از ح د ح ز نقصان شده
است و ا ه بهمین عدد اضعاف ح ز است پس میگوییم ه ب
که باقی ا ب است بعد از نقصان ا ه بهمین عدد اضعاف
ز د است که باقی ح د است بعد از نقصان ح ز و از جهت

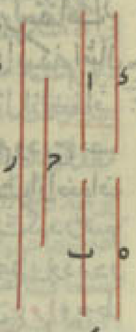


اثبات مطلوب اخذ میکنیم از برای ز اضعاف بهمین عدد
ان اضعاف اط است پس بنا بر ا م ه جمیع ط ه اضعاف
جمیع ج د است بهمین عدد و جمیع ا ب نیز اضعاف
جمیع ج د است باین عدد بفرض پس ط ه ا ب متساویند
و ا ه مشترك است پس باقی میماند اط که اضعاف ز د است
باین عدد مساوی ه ب پس ه ب که باقی اب مقدار اول است
بعد از نقصان ا ه بهمین عدد اضعاف ز د است که باقی ج د
مقدار دوم است بعد از نقصان ج ز وهو المطلوب و محرر گفته است
بوجه دیگر اگر ه ب اضعاف ز د بهمین عدد نباشد فرض میکنیم
که اضعاف ز د باین عدد ه ح است پس بنا بر ا م ه جمیع اح
اضعاف جمیع ج د است باین عدد و حال آنکه بفرض اب نیز
اضعاف ج د است باین عدد پس اح اب متساوی خواهند بود
و حال آنکه غیر متساویند و هذا خلف پس باید ه ب اضعاف ز د
باشد بهمین عدد وهو المطلوب و اجراء عدد چنان است که ۸ و ۲ دو
عدد است که ۸ چهار ضعف ۲ است و هرگاه از ۸ ، ۴ نقصان شود و از
۲ ا نقصان شود که ۴ نیز اضعاف ا است بهمین عدد یعنی چهار ضعف
انست انچه باقی میماند از ۸ و ۲ بعد از نقصان ۴ و ا که باز عدد ۴ و ا است
احدهما که ۴ باشد بهمین عدد اضعاف دیگری است که ا باشد یعنی چهار
ضعف انست و هرگاه دو مقدار اضعاف متساوی دو مقدار دیگر
باشند و از دو مقدار اول متساوی از برای دو مقدار دیگر نقصان شود انچه
باقی ماند از دو مقدار اول یا مثل دو مقدار دیگر است یا اضعاف متساوی
دو مقدار دیگر است مثلا اب ج د اضعاف متساویه ه ز اند و اح
که نقصان از اب شد اضعاف ه است بعددی که ج ط منقوص از ج د
اضعاف ز است پس میگوییم ح ب باقی از اب اگر مثل ه باشد ط د



باقی از ج د نیز مثل ز است و اگر ح ب چند ضعف ه باشد ط د نیز
بهمین عدد اضعاف ز است و از جهت اثبات مطلوب اخذ میکنیم
ج ک را مثل ز یا اضعاف ان یعنی اگر ح ب مثل ه است ج ک را نیز
مثل ز را اخذ میکنیم و اگر ح ب اضعاف ه است ج ک را نیز بهمین عدد
اضعاف ز را اخذ میکنیم باین طریق که ج د را اخراج میکنیم بر استقامت از
جهت ج و جدا میکنیم ج ک را مثل ز بر تقدیر اول و جدا میکنیم امثال
ز را بر توالی بهمین عدد بر تقدیر دوم پس میگوییم در اح اول از اضعاف
ه دوم است که در ج ط سیم است از اضعاف ز چهارم و در ح ب
پنجم از اضعاف ه دوم چندانست که در ج ک ششم است از اضعاف
ز چهارم پس بنا بر ۲ م ه در جمیع اب از اضعاف چندانست که در جمیع
ک ط است از اضعاف ز و بنا بر در جمیع ج د از اضعاف چندان بود که در
جمیع اب بود از اضعاف ه پس ک ط ج د متساویند ع م ا و ج ط
مشترك است پس باقی میماند ج ک مساوی ط د پس اگر ج ک مثل
ز باشد یعنی ح ب مثل ه باشد ط د نیز ز است و اگر ج ک اضعاف
ز باشد یعنی ح ب اضعاف ه باشد ط د نیز بهمین عدد اضعاف
ز است وهو المطلوب و محرر گفته است این دعوی را نیز مثل شکل
مدیوان مخلف اثبات نمود باین طریق که میگوییم اگر بعددی که ح ب
اضعاف ه است ط د اضعاف ز نباشد فرض میکنیم که اضعاف ز باین
عدد ط ل است پس در جمیع اح اول و ح ب پنجم از اضعاف ه دوم
چندانست که در جمیع ج ط سیم و ط ل ششم است از اضعاف ز
چهارم ب م ه پس ج د ج ل متساویند زیرا که در هر یك از اضعاف
ز چندانست که در اب است از اضعاف ه و این مستلزم تساوی
کل و جزء است و این محالست پس باید در ط د از اضعاف ز
چندان باشد که در ح ب است از اضعاف ه وهو المطلوب

واجراء این حکم در عدد و مثال هریك از دو صورت یعنی صورتی
که انچه باقی بماند از دو عدد اول مثل دو عدد دیگر باشد و صورتی
که انچه باقی بماند از دو عدد اول اضعاف متساوی دو عدد
دیگر باشد ظاهر است ز نسبت مقادیر متساویه بمقدار واحد
متساویست و نسبة ان مقدار واحد نیز بانها متساویست

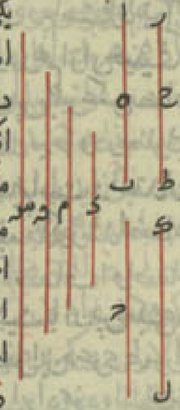


مثلا ا ب متساویند پس نسبة ا به ح مثل نسبة ب
است به ح و نسبة ح به ا مثل نسبة ح است به ب
و هرچند این حکم بین است و محتاج به بیان نیست
لیکن صاحب کتاب برهان بران اقامه نموده است
و در بیان ان گفته است که زیرا که هرگاه ما از برای
ا ب اضعافی متساوی که ممکن باشد فرا گیریم چون د
ه و همچنین از برای ح اضعافی متساوی که ممکن باشد
فرا گیریم ~~از برای~~ چون ز باید نظر بتساوی د ه بملاحظه ع
زیادتی هریك از انها یعنی هریك از د ه بر ز و نقصان هریك از انها
از ز و مساواة هریك از انها با ان باهم باشد یعنی اگر د که اضعاف
ا است زاید باشد بر ز که اضعاف ح است باید ه که اضعاف ب
است نیز زاید باشد بر ز و اگر د ناقص از ز باشد باید ه نیز ناقص
از ان باشد و همچنین در مساواة زیرا که تساوی د ه مستلزم این
معنی است البتة نظر بعلوم متعارفه و همچنین است حکم در جانب
دیگر یعنی زیادتی ز بر هریك از د ه باهم است یعنی اگر زاید باشد
بر د لازمست که بر ه نیز زاید باشد و همچنین است حکم در نقصان
و مساواة و چون این معلوم شد میگوییم مطلب اول انست که بعد
از فرض تساوی ا ب نسبة ا به ح مثل نسبة ب است به ح و مطلب
دوم انست که نسبة ح به ا چون نسبة ح است به ب و در اول مقدار

اول آ است و مقدار

مقدار اول آ است و مقدار سیم ب است و هریك از مقدار دوم
و چهارم ح است و بنا بر انچه مذکور شد د ه اضعاف متساوی
آ اول و ب سیم است و ز اضعاف ح است که یکمرتبه دوم است
و مرتبه دیگر چهارم است و همچنانکه بیان شد هرگاه د که اضعاف
آ اولست زاید باشد بر ز که اضعاف ح است از جهت انکه دوم است
باید ه که اضعاف ب سیم است زاید باشد بر ز که اضعاف ح است
از ان جهت که چهارم است و برین قیاس است نقصان و مساواة
و هرگاه مرات اضعاف اول مساوی مرات اضعاف سیم باشد و مرات
اضعاف دوم مساوی مرات اضعاف چهارم باشد و اضعاف زاید
باشد بر اضعاف دوم و اضعاف سیم زاید باشد بر اضعاف چهارم باید
مجموع اضعاف اول و اضعاف سیم نیز زاید باشند بر مجموع اضعاف
دوم و اضعاف چهارم و برین قیاس است حکم نقصان و مساواة
پس مجموع د ه که اضعاف آ اول و اضعاف ب دوم است یا زاید است
بر ز که اضعاف ح است هم از ان حیثیت که دوم و هم از ان حیثیت که
سیم است یا ناقص است از ان یا مساویست با ان پس بنا بر عکس مصادره
مذکوره باید نسبة آ به ح مثل نسبة ب باشد به ح و در مطلوب دوم
ح یکمرتبه مقدار اولست و یکمرتبه مقدار سیم است و آ مقدار دوم
است و ب مقدار چهارم است پس بنا بر انچه مذکور شد اضعاف
ح است بهر دو حیثیت یا زاید است بر مجموع اضعاف آ و اضعاف
ب یعنی د ه یا ناقص است از ان یا مساویست با ان پس بعکس مصادره
مطلوب دوم نیز ثابت میشود و مخفی نیست که اصل این دعوی ظهور ان
بر انست بیشتر است از بیانی که صاحب کتاب ایراد نموده است و جریان
ان در عدد موقوفست بر انیکه بجای دو مقدار متساوی یکعدد را دو مرتبه
اعتبار شود و بتغایر اعتباری اکتفا شود 8 هرگاه دو مقدار باشد یکی

اعظم و دیکری اصغر نسبت اعظم ان دو مقدار بمقدار ثالث اعظمست از
نسبت ان دو مقدار بان ثالث و نسبت ثالث باصغر اعظم است از نسبت ان
باعظم مثلا و تعیین دو طرف مقدار اب دون جـ بجهت انست که در اول
احتیاج است بتقسیم ان بخلاف دو لح اب اعظم است از ة پس میکوییم نسبت
اب به ة اعظم است از نسبت جـ به ة و نسبت ة به جـ اعظم است از نسبت ة به
اب پس بنا بر ۳ م جدا میکنیم از اب اطول ب ه را مثل جـ اقصر و مخفی نیست
که جدا کردن بجو اله مذکوره وقتیست که دو مقدار خط باشند اما هرکاه سطح
یا جسم باشند جدا کردن اصغر از اعظم بجو اله مذکوره صحیح نیست و در
شکلی از اشکال سابقه نیز ثابت نشده است که از اعظم سطحین یا جسمین
مثل اصغر انها را میتوان جدا نمود و این حکم از مصادرات نیز نیست
پس باید این حکم مخصوص بخط باشد و اکر کلی باشد و مخصوص نباشد باید
بنحوی دیکر بیان ان نمود و بهر تقدیر بعد از فصل ب ه مثل جـ از اب میکوییم
یکی از دو قدر اه ه ب که اعظم از دیکری نباشد ممکن
است که تضعیف شود تا زیاده از ة شود چه نسبت
در میان هریک از اه ه ب و ة واقع است باعتبار
انکه متجانس اند همچنانکه در صدر مذکور شد پس فرض
میکنیم که اه اعظم از ه ب نیست و انرا تضعیف
میکنیم تا رح شود و رح که اضعاف انست از ة
اعظم شود و اکر اه ابتداء بدون تضعیف اعظم
از ة باشد از برای این اضعافی که اتفاق افتد
اخذ میکنیم چون رح و بعدد اضعاف اه از برای
ه ب اضعاف میکیریم و ان حط است و همچنین



و از برای جـ باین عدد اضعاف میکیریم و ان ک ل است پس حط ک ل
متساویند زیراکه ه ب و جـ متساویند بعلاوه حط ک ل اضعاف انهاست

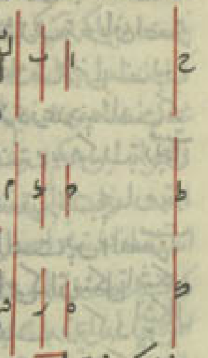
بیکعدد و هر یک از رح حط ک ل اعظم است از ة زیراکه رح اضعاف
اه است که ان اصغر است از ه ب یا مساوی انست و رح حط بهمین عدد
اضعاف ه ب است پس حط یا اعظم است از رح یا مساوی انست
و رح اعظم است از ة پس حط نیز اعظم است از ة و ک ل نیز چون
مساوی حط است اعظم است از ة و اخذ میکنیم ضعف ة را که م
باشد و سه ضعف انرا که ن باشد و همچنین بر توالی تا برسد باول
اضعافی از ان که زیاده تر از ک ل باشد و ان س است و ن که پیش از
س است اعظم از ک ل نیست زیراکه س اول اضعافیست از برای
ة که اعظم از ک ل پس ن یا مساوی با ک ل یا اصغر است از ان و ک ل
مساوی حط است زیراکه اول اضعاف جـ است بعده که ثانی اضعاف
ه ب است و جـ و ه ب متساویند و چون ک ل مساوی حط باشد
ن همچنانکه اعظم از ک ل نیست اعظم از حط نیز نیست بلکه مساوی
انست یا اصغر از انست و چون م دو مثل ة است و ن سه مثل انست
و س چهار مثل انست پس زیادتی س بر ن بقدر ة است لهذا هرکاه
ة بر ن زیاده شود س حاصل میشود و هرکاه رح بر حط زیاده شود
رط حاصل میشود و رح اعظم است از ة پس جمیع رط اعظم
است از س و بنا بر ۱ م ه جمیع رط اضعاف اب است بعدی
که ک ل اضعاف جـ است پس از برای اب جـ اضعاف متساوی
العدد یافت شد که عبارتست از رط ک ل و از برای ة اضعافی یافت
شده که عبارتست از س و اضعاف اب که رط باشد زیاده تر است از
اضعاف ة که س باشد و اضعاف جـ که ک ل باشد زیاده تر نیست از
اضعاف ة که س باشد پس اب و ة و جـ و ة چهار مقدارند که اضعاف
اب اول زاید است بر اضعاف ة دوم و اضعاف جـ سیم زاید
نیست بر اضعاف ة چهارم پس بحکم عکس مصادرهٔ مذکوره نسبت

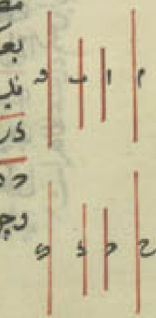
اب بر د اعظم است از نسبة ج به د وایضا یافت شده است از
برای د اضعافی که زیادتر است از اضعاف ج وزیادتر از اضعاف ب
نیست زیراکه س که اضعاف د است زیادتر است از اضعاف ح ل
که اضعاف ج است وزیادتر نیست از ط که اضعاف اب است پس
بحکم مصادره نسبة د بر ج اعظم است از نسبة د بر اب وهو المطلوب
واجراء این حکم در عدد چنانست که ۴ و ۲ دو عدد اند که اول اعظم
است از دوم پس نسبة ۴ اعظم به ۸ ثالث که نسبة نصفی است اعظم
است از نسبة ۲ اصغر به ۸ که نسبة ربعیست ونسبة ۸ ثالث به ۲ اصغر
که نسبة ضعفیه است بچهار مرتبه اعظم است از نسبت ۸ به ۴ که نسبة
ضعفیه است بدو مرتبه ط مقادیری که نسبة انها بمقدار واحد مساوی
باشد متساویند وهمچنین مقادیری که نسبة مقدار واحد بانها متساوی
باشد متساویند واین شکل عکس شکل هفتم است مثلا نسبة آ به
د مثل نسبة ب است به ج پس اب متساویند وایضا نسبة
د به آ مثل نسبة ج است به ب پس اب متساویند زیرا که
اگر اب بایکدیگر مختلف باشند باید دو نسبة نیز بایکدیگر
مختلف باشند ۸ م ۵ لکن دو نسبة بفرض متساویند پس باید
اب نیز بایکدیگر متساوی باشند وهو المطلوب ی
هرگاه دو مقدار باشند که نسبة احدهما بمقدار ثالثی اعظم باشد از
نسبة دیگر بان ثالث باید که انکه نسبة ان اعظم است اعظم باشد از
ان دیگر وانکه نسبة ثالث بان اعظم است اصغر است از ان دیگر که
نسبة ثالث بان اصغر است مثلا نسبة آ بر ج اعظم است از نسبة ب
بان پس آ اعظم است از ب زیراکه اگر آ مساوی ب باشد باید نسبة
انها به ج مساوی باشد ۷ م ۵ واگر اصغر از ب باشد باید نسبة آ
به ج اصغر از نسبة ب باشد به ج ۸ م ۵ واین خلاف فرض است پس

اعظم است از

آ اعظم است از ب وایضا فرض میکنیم که نسبة ج به ب اعظم است از
نسبة ج به ا پس ب اصغر است از ا زیراکه اگر ب مساوی ا باشد باید نسبة
ج بانها متساوی باشد ۷ م ۵ واگر اعظم از ا باشد نسبة ج بان اصغر
از نسبة ج به ا خواهد بود ۸ م ۵ وهر دو صورت خلاف فرض است پس
ب اصغر است از ا وهو المطلوب واجراء این حکم در عدد چنانست که
نسبة ۴ به ۸ که نسبة نصفی است اعظم است از نسبة ۲ به ۸ که نسبة ربعی است
پس ۴ اعظم است از دو ونسبة ۸ به ۲ که نسبة ضعفیه است بچهار مرتبه
اعظم است از نسبة ۸ به ۴ که ضعفیه بدو مرتبه است پس ۲ اصغر است
از ۴ وهو المطلوب ومحرر گفته است که احکامی که از شکل تا شکل
یازدهم مذکور است واقع میشود در مقادیر متجانسه زیراکه در این اشکال
اعتبار شده است نسبت مقدارین یا مقادیر بمقدار واحد وبالعکس پس
لابد است که مقادیر متجانس باشند والا این نسبة متحقق نخواهد
شد یا نسبتهائی که هر یک مساوی نسبة واحد باشند بایکدیگر متساوی
مثلا نسبة آ بر ب مثل نسبة ج است به د ونسبة ه به ز مثل نسبة ج است
به د پس نسبة آ بر ب مثل نسبة ه است به ز واز جهت اثبات مطلوب
اخذ میکنیم از برای اقدار آ ج ه مقدمات هر اضعاف متساوی
العدد که ممکن باشد وان اضعاف ح ط ک است وهمچنین اخذ
میکنیم از برای اقدار ب د ز هر اضعاف متساوی العدد که ممکن
باشد وان اضعاف ل م ن است وچونکه نسبة اب مثل نسبة
ج د است بحکم مصادره مذکوره زیادت ونقصان ومساواة
ح ط که اضعاف متساوی العدد اول وسیم است با ل م
که اضعاف متساوی ب د دوم و چهارم است باهم خواهد بود
یعنی اگر ح زاید باشد بر ل ط نیز زاید خواهد بود بر م وبالعکس
وهمچنین در نقصان ومساواة همچنانکه توضیح ان سابقا مذکور شد

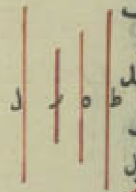
وچونکه نسبت ح ک مثل نسبت ه ر است بحکم مصادره زیادت و نقصان
و مساواة ط ک که اضعاف متساویة العدد ح اول و ه سیم است
با هم و ق که اضعاف متساویه ک دوم و ر چهارم
است با هم خواهد بود وچون در زیادت و
نقصان و مساواة ح ط نسبت به ل م با هم باشند
و ط ک نسبت به م ق با هم باشند پس زیادت
و نقصان و مساواة ح ک که اضعاف متساوی
اه است با ل ق که اضعاف متساویه ب ر
است با هم باشد پس بعکس مصادره مذکوره
نسبت آ به ب مثل نسبت ه است به ر پس ثابت
شد که نسبت اب و نسبت ه ر که هر یک مساوی نسبت ح ک است
با یکدیگر متساوی اند وهو المطلوب واجراء این در عدد چنانست که نسبت ۲ به
۴ مثل ۴ است به ۸ و نسبت ۶ به ۱۲ نیز مثل نسبت ۴ است به ۸ پس نسبت
۲ به ۴ مثل نسبت ۶ است به ۱۲ و نسبت در جمیع نسبت نصفی است یب
هرگاه نسبتی مساوی باشد با نسبتی دیگر که آن نسبت دیگر اعظم باشد
از نسبت ثالثه با بدل نسبت مساویه نیز اعظم باشد از نسبت ثالثه مثلا
نسبت آ به ب مثل نسبت ح است به ک و نسبت ح به ک اعظم است از نسبت
ه به ر پس نسبت آ به ب نیز اعظم است از نسبت ه به ر و از جهت اثبات
مطلوب اخذ میکنیم از برای ح ه ک ر اضعاف متساوی العدد و نظر
بعکس مصادره اضعاف ح زاید است بر اضعاف ک و اضعاف ه زاید
نیست بر اضعاف ر و فرض میکنیم که اضعاف ح ه ح ط است و اضعاف
ک ر ک ل است و اخذ میکنیم از برای آ اضعاف م بعده که ح ط اضعاف
ح ه است و از برای ب اضعاف ق بعده که ک ل اضعاف ک ر است
وچون نسبت آ ب مثل نسبت ح ک است پس بحکم مصادره مذکوره زیادتی

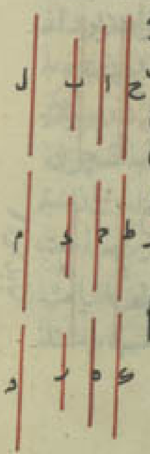




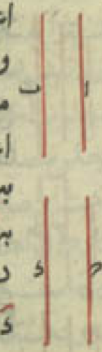
و نقصان و مسا

و نقصان و مساواة م ح که اضعاف متساویه آ اول و ح سیم است
با ق ک که اضعاف متساویه ب دوم و ک چهارم است با هم باشد
یعنی اگر م زاید باشد بر ق ح نیز زاید باشد بر ک و بالعکس و
همچنین در نقصان و مساواة لیکن ح زاید است بر ک و ط زاید
بر ل نیست زیرا که تقدیر آنست که نسبت ح به ک اعظم از نسبت ه به ر
پس بحکم مصادره اضعاف ح اعنی ح زاید است بر اضعاف ک
اعنی ک و اضعاف ه اعنی ط زاید نیست بر اضعاف ر اعنی ل
پس م زاید است بر ق زیرا که مذکور شد که چون نسبت آ ب مثل نسبت
ح ک است زیاده و نقصان و مساواة م ح با ک ق با هم باشد پس
هرگاه ح زاید باشد بر ک باشد م نیز زاید بر ق باشد وچونکه ثابت شد
که م که اضعاف آ است زاید است بر ق که اضعاف ب است و
ط که اضعاف ه است زاید نیست بر ل که اضعاف ر است پس بحکم
عکس مصادره نسبت آ به ب اعظم است از نسبت ه به ر وهو المطلوب
واجراء این حکم در عدد چنانست که نسبت ۲ به ۴ مثل نسبت ۴ است
به ۸ و نسبت ۴ به ۸ اعظم از نسبت ۲ به ۸ پس ۲ به ۴ اعظم از نسبت
۲ به ۸ یح هرگاه مقادیری متناسب باشند نسبت مقدمی واحد با تالی
آن چون نسبت جمیع مقدمات باشد با جمیع توالی مثلا
نسبت آ به ب مثل نسبت ح است به ک و مثل نسبت ه است
به ر پس نسبت آ به ب مثل نسبت جمیع آ ح ه است به جمیع
ب ک ر و از جهت اثبات مطلوب اخذ میکنیم از برای
آ ح ه مقدمات اضعافی متساوی که ممکن باشد و آن
اضعاف ح ط ک است و نیز اخذ میکنیم از برای ب ک ر
توالی نیز اضعافی متساوی که ممکن باشد اخذ میکنیم
و آن اضعاف ل م ق است وچون نسبت در جمیع متحد است





پس بحکم عکس مصادره زیادتی ونقصان ومساواة اضعاف
با اضعاف باهم باشد پس اگر ح زاید باشد بر ل جمیع ح ط ک زاید
باشند بر جمیع ل م ن واگر ناقص باشد جمیع از جمیع ناقص باشند
واگر مساوی باشد مساوی باشند زیرا که نسبت مجموع اضعاف
سه گانه اول اعنی ح ط ک اضعاف مجموع مقدمات سه گانه
اند که ا ج ه باشد ونسبت مجموع این اضعاف با مجموع مقدمات
مثل نسبت اضعاف ا است که ح باشد به ا بشکل ا م ه وهمچنین
ل م ن اضعاف جمیع توالی سه گانه اند که ب د ز باشد ونسبت مجموع
این اضعاف با مجموع توالی مثل نسبت ل است با ب پس اگر ح زاید
باشد مجموع ح ط ک زاید باشد بر مجموع ل م ن وهمچنین است حکم در
نقصان ومساواة پس بعکس مصادره نسبت ا به ب مثل نسبت جمیع
ا ج ه است بجمیع ب د ز وهو المطلوب واجراء این حکم در عدد چنانست
که نسبت ۲ به ۴ که نسبت ضعفی است مثل نسبت ۶ است به ۱۲ ومثل نسبت
۸ است به ۱۶ پس نسبت ۲ به ۴ مثل نسبت مجموع ۲ و ۶ و ۸ است که ۱۶
باشد به مجموع ۴ و ۱۲ و ۱۶ که ۳۲ باشد که نسبت ضعفی است ید هرگاه
چهار مقادیر متناسب باشند پس اگر اول اعظم از سیم باشد دوم نیز
اعظم از چهارم خواهد بود واگر اصغر باشد اصغر خواهد بود
واگر مساوی باشد مساوی خواهد بود مثلا نسبت ا به ب
مثل ج است به د و ا اعظم است از ج میگوییم پس ب نیز
اعظم است از د زیرا که نسبت ا اعظم است از ج بفرض



به ب اعظم است از نسبت ج اصغر به ب ۸ م ه ونسبت ج
به د مثل نسبت ا است به ب بفرض پس نسبت ج به د اعظم است از
نسبت ج به ب ۱۲ م ه پس نسبت ب به ج اعظم است از نسبت
د به ج پس بنا بر ۱۰ م ه ب اعظم است از د وبعبارت دیگر میگوییم

اول اعظم از ثالث به ثانی اعظم است از نسبت ثالث بثانی ونسبت
ثالث برابع مثل نسبت اول است بثانی پس نسبت ثالث برابع اعظم است از
نسبت ثالث بثانی نسبت ثالث برابع پس ثانی اعظم است از رابع وبوجه
دیگر نسبت ا اعظم به د اعظم است از نسبت ج به د ۸ م ه ونسبت ا به
ب مثل نسبت ج است به د بفرض پس نسبت ا به د اعظم است از نسبت
ا به ب ۱۲ م ه پس بنا بر ۱۰ م ه د اصغر است از ب وهو المطلوب ومثل
این بیان ثابت میکنیم که اگر اول مساوی باسیم باشد دوم نیز مساوی
چهارم خواهد بود واگر اصغر باشد اصغر خواهد بود وبیان در اول
انست که هرگاه ا اول مساوی ج سیم باشد نسبت ا به ب چون نسبت ج به
ب خواهد بود ۷ م ه ونسبت ج به د مثل نسبت ا است بفرض پس بنا بر
۱۱ م ه نسبت ج به د مثل نسبت ج است به ب زیرا که هر یک از این
دو نسبت مساوی نسبت ا است به ب پس بنا بر ۹ م ه ب و د با یکدیگر
مساویند وبوجه دیگر نسبت ا به د چون نسبت ج است به د ۷ م ه و
نسبت ا به ب چون نسبت ج است به د بنا بر شکل ۱۱ م ه نسبت ا به د مثل
نسبت ا است به ب پس بنا بر ۹ م ه د ب با یکدیگر مساویند وبیان در دوم
یعنی هرگاه اول اصغر از سیم باشد دوم نیز اصغر از چهارم است انست که
هرگاه ا اول اصغر باشد از ج سیم نسبت ج به ب اعظم خواهد بود از
نسبت ا به ب ۸ م ه ونسبت ا به ب چون نسبت ج است به د پس نسبت ج به
ب اعظم است از نسبت ج به د پس ب اصغر است از د ۱۰ م ه وبوجه دیگر
نسبت ج به د اعظم است از نسبت ا به د ۸ م ه ونسبت ا به ب چون
نسبت ج است به د پس بنا بر ۱۲ م ه نسبت ا به ب اعظم است از نسبت
ا به د پس بنا بر ۱۰ م ه ب اصغر است از د وهو المطلوب ومحرر گفته است
که این دعوی را یعنی دعوای شکل چهاردهم را بدلیل خلف اثبات
باین طریق که میگوییم اگر چهار مقدار یعنی ا ب ج د متناسب باشند

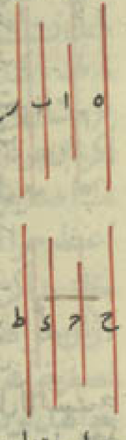
و آ اعظم از ج باشد و ب اعظم از د نباشد پس یا اصغر از انت
و یا مساوی با انت پس اکر اصغر از ان باشد باید بنا بر ٨ ۵
نسبت د به ج اعظم باشد از نسبة ب به ج یعنی نسبت ج به ب اعظم
باشد اعظم از نسبت ج به د اعنی نسبة آ به ب زیرا که نسبت ج به
د مثل نسبت آ است به ب بعرض پس بنا بر ١٠ ۵ ج اعظم است
از آ و حال اینکه آ اعظم است از ج بعرض و هذا خلف و اکر ب
مساوی د باشد باید بنا بر ٧ ۵ نسبت ج به ب مثل نسبة ج به
د باشد و نسبت ج به د مثل نسبت آ است به ب پس نسبة ج به ب
مثل نسبت آ است به ب پس بنا بر ٩ ۵ آ و ج با یکدکر مساوی خواهند
بود و حال انکه بعرض اعظم است از ج و هذا خلف
و اکر آ اصغر از ج باشد و ب اصغر از د نباشد یا مساوی با ان
خواهد بود یا اعظم از ان خواهد بود پس اکر مساوی با ان باشد
باید نسبت ج به ب مثل نسبة ج باشد به د یعنی مثل نسبة آ
به ب باشد زیرا که نسبت ج به د مثل نسبة آ به ب است پس او
ج متساوی خواهند بود و حال انکه بعرض آ اصغر است از ج و
اکر با وجود اصغریة آ از ج ب اعظم از د باشد نسبت ج به
ب اصغر خواهد بود از نسبت ج به د یعنی نسبة آ به ب پس آ
اعظم خواهد بود از ج و حال انکه اصغر از انست بعرض و هذا
خلف و اکر آ مساوی ج باشد و ب مساوی د نباشد یا اعظم
از ان خواهد بود یا اصغر پس اکر اعظم باشد نسبة ج به ب
اصغر خواهد بود از نسبة ج به د یعنی نسبة آ به ب پس آ اعظم
خواهد بود از ج و حال انکه بعرض مساوی انست و هذا خلف
و اکر با وجود تساوی آ ج ب اصغر از د باشد نسبة ج به ب
اعظم خواهد بود از نسبة ج به د اعنی نسبة آ به ب پس نسبة

ج به ب اعظم

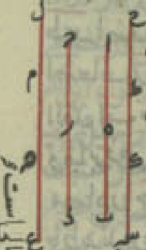
ج به ب اعظم خواهد بود از نسبة آ به ب پس آ اصغر از ج خواهد
بود و این خلاف فرض است پس با وجود تساوی آ ج باید ب د نیز
متساوی باشند و محرر کفته است که این مخصوص است بمقادیر
متجانسه زیرا که اکر در مقدار اول از جنس د و مقدار اخیر نباشد معنی تناسب
میان انها بعظم و صغر و تساوی با وجود تناسب انها بر وجه مذکور
ممکن نباشد و جریان این حکم در عدد چنانست که هر چهار عدد متناسب
اکر اول انها اعظم از سیم باشد دوم نیز اعظم از چهارم باشد
چون ١٢ و ۶ و ٨ و ۴ و اکر اول اصغر از سیم باشد دوم نیز اصغر از
چهارم باشد چون ٢ و ۴ و ۶ و ١٢ و در تساوی باید تغایر میان
اول و سیم و دوم و چهارم اعتباری باشد یه اجزائی که اضعاف
انها در عدد ضعف متساوی باشند نسبت بعضی با بعض چون اضعاف
باشد با اضعاف بر توالی مثلا آب اضعاف ج است بعدد که د ه اضعاف

ز است پس نسبت ج به ز مثل نسبت آب است به د ه و از
جهت اثبات مطلوب قسمت میکنیم آب را بر ح ط بقدر ج
و د ه را بر ل م بقدر ز و میکوییم نسبة ج به ز مثل آح است
به د ل و مثل نسبة ح ط است به ل م و مثل نسبت ط ب است
به م ه زیرا که بعدد هر یک از آح د ل ح ط ل م ط ب م ه مثل
ج ز اند پس نسبت ج و آح به د ل اعنی ز متحد است و نسبة
واحد بواحد مثل نسبت جمیع است بجمیع ١٣ ز پس بنا بر
١١ ۵ نسبت ج به ز مثل نسبة آب است به د ه و توضیح
انست که نسبة ج به ز مثل نسبت واحد است بواحد و نسبت
جمیع بجمیع مثل نسبت واحد است بواحد بشکل ١٣ پس بشکل ١١ نسبت ج
به ز مثل نسبة آب جمیع است به د ه جمیع و هو المطلوب و جریان این حکم
در عدد چنانست که ٨ اضعاف ٢ است بعدد که ١۶ اضعاف ۴ است

پس نسبت ۲ به ۴ مثل نسبت ۸ است به ۱۶ ا بو هرگاه چهار مقدار
متناسب باشند و ابدال شوند یعنی مقدم بمقدم و تالی بتالی نسبت
داده شود باز متناسب باشند مثلا نسبت آ به ب مثل نسبة ج باشد
به د میگوییم نسبت آ به ج نیز مثل نسبة ب است به د و از جهت
اثبات مطلوب اخذ میکنیم از برای آ ب اضعافی متساوی که ممکن
باشد و آن ه ز است و همچنین از برای ج د اضعافی متساوی که ممکن
باشد اخذ میکنیم چون ح ط و میگوییم بنا بر ۱۵ م ه نسبت آ به ب مثل
نسبت ه است به ز و نسبت ج به د مثل نسبة ح است به ط پس نسبة ه به ز
مثل ح است به ط ۱۱ م ه پس اگر ه اعظم باشد از ح ز نیز اعظم باشد
از ط ۱۴ م ه و همچنین اگر اصغر باشد یا مساوی باشد پس زیادتی و نقصان
و مساواة ه ز نسبت به ح ط با هم باشد پس ه ز که اضعاف آ ب اند همیشه
با هم یا زایدند بر ح ط که اضعاف ج د اند با هم یا ناقص اند از انها یا مساوی
با انها پس بعکس مصادرهٔ مذکوره نسبة آ که مقدم اولست به
ج که مقدم ثانیست مثل نسبة ب تالی اولست به د تالی ثانی
وهو المطلوب و محرر گفته است که در صحت این حکم شرط است
که چهار مقادیر از یک جنس باشند پس تقیید انها بمجانسه
لازم است زیرا که تناسب گاه باشد که در دو جنس واقع
شود مثل آنکه نسبت خط بخط مثل نسبت سطح بسطح باشد
و درینجا ابدال ممکن نیست زیرا که تحقق نسبت در میان
خط و سطح معنی ندارد و اجراء این حکم در عدد چنانست
که نسبة دو بچهار مثل نسبة ۸ است به ۱۶ پس میگوییم
بابدال نسبت ۲ به ۸ نیز مثل ۴ است به ۱۶ یز هرگاه
چهار مقدار بر سبیل ترکیب متناسب باشند یعنی نسبت مجموع مقدم و
تالی به تالی مثل نسبت مجموع مقدم و تالی باشد بتالی باید این چهار مقدار



مرکب بر سبیل تفصیل نیز مرکب متناسب باشند یعنی نسبت فضل مقدم بر تالی
بتالی چون نسبت فضل مقدم بر تالی باشد بتالی و حاصل
انست که هر چهار مقداری که بعنوان ترکیب متناسب باشند
بدون ترکیب یعنی بنحو یکه اولا بودند نیز متناسب اند
زیرا که هرگاه مرکب شوند و چهار مقدار دیگر حاصل شود
بعد از آنکه این چهار مقدار مرکب تفصیل شوند همان چهار
مقدار اول حاصل میشود مثلا آه ه ب ج ز ز د چهار
مقدارند و بعرض بر سبیل ترکیب متناسبند یعنی نسبت اب که مجموع
مقدم با تالیست مثل ج د است که مجموع مقدم با تالیست به د ز که تالی
است پس میگوییم هرگاه این چهار مقدار متناسب بر سبیل ترکیب تفصیل
شوند چهار مقدار اول حاصل میشود که آه ه ب ج ز ز د باشند زیرا که
فضل اب مقدم اول بر ه ب تالی اول آه است و تالی اول ه ب است و
فضل ج د مقدم دوم بر ز د تالی دوم ج ز است و تالی دوم ز د است و
بالجمله این چهار مقدار که از تفصیل چهار مقدار مرکب متناسب بهم رسیده
اند متناسب اند یعنی نسبة آه به ه ب مثل نسبت ج ز است به ز د
و از جهت اثبات مطلوب اخذ میکنیم از برای آه ه ب ج ز ز د اضعافی
متساوی العدد که ممکن باشد و آن اضعاف ح ط ط ک ل م م ن و چون ح ط
اضعاف آه است بعده که ط ک اضعاف ه ب است و ل م اضعاف ج ز
است بعده که م ن اضعاف ز د است پس بنا بر ا م ه جمیع ح ک باین عده
اضعاف جمیع اب است و جمیع ل ن باین عده اضعاف جمیع ج د است
پس ح ک ل ن اضعاف متساوی المرات اب ج د اند و اخذ میکنیم از
برای ه ب ز د اضعافی متساوی العده که ممکن باشد چون ک س ن ع
پس در ک ط اول از اضعاف ه ب دوم چندانست که در م ن سیم
است از اضعاف ز د چهارم و در ک س پنجم از اضعاف ه ب دوم چندانست



که در قع ششم است از اضعاف رک چهارم مجتمع اول وپنجم یعنی
طس اضعاف ه ب دوم است بعله که جمیع سیم وششم اعنی مع
اضعاف رک چهارم است ۲ م ۵ پس حک ل ق اضعاف متساوی
العدّه اب حک اند وطس مع اضعاف متساوی العدّه ه ب رک اند
وبنا بر فرض نسبت اب به ب ه مثل نسبة حک است به کر پس بحکم
مصادره حک ل ق که اضعاف متساوی اب اوّل وحک سیم اند باهم
بازاید ند بر طس مع که اضعاف متساویه دوم وچهارم اند یا ناقص اند
ازانها یا مساوید بانها وچون لهک م ق مشترک را بیندازیم ح ط ل م
باهم بازاید باشند بر کس قع یا ناقص یا مساوی وح ط ل م اضعاف
متساویه اه حر اند وکس قع اضعاف متساویه ه ب رک اند پس
بحکم عکس مصادره نسبت اه به ب ه مثل نسبت حر است به کر
وهو المطلوب ومحرر گفته است که اگر نسبة اه به ه ب مثل نسبت حر
به رک نباشد فرض میکنیم که نسبة اه به ه ب مثل نسبت طر است به رک
وهرگاه این نسبت را ابدال کنیم خواهد بود نسبت ه ب به رک
اه به طر مثل نسبت ه ب به رک ۱۶ م ۵ پس بنا ۱۳ م ۵
نسبت اب به طک مثل نسبة ه ب است به رک وهرگاه این
نسبت را ابدال کنیم خواهد بود نسبة اب به ه ب اعنی حک
به رک بنا بر فرض مثل نسبت طک به رک واز این لازم می اید
بملاحظه ۹ م ۵ که حک جزء مساوی طک کل باشد واین
باطل است پس نسبة اه به ه ب مثل حر است به رک
نه مثل نسبت طر به رک واگر نقطه طک ما بین حر واقع شود همین
فساد لازم می اید مگر اینکه درین صورت حک کل میشود وطک جزء
وصاحب کتاب این برهان را جاری نکرد ومتعرض این نشد با وجود
انکه اسهل واخف است بجهت انکه موقوفست بر ابدال وابدال شامل

جمیع موارد تفصیل نیست زیرا که همچنانکه اشاره بان شد در ابدال
شرط است که چهار مقدار از جنس واحد باشند پس در تفصیلی
که در مقادیر غیر متجانسه واقع شود جاری نیست ولجراء این حکم
در عدد چنانست که ۲ و ۴ و ۶ و ۱۲ چهار عدد اند که بر سبیل ترکیب
متناسب اند یعنی نسبت مجموع ۲ و ۴ که ۶ است به ۴ مثل نسبت
مجموع ۶ و ۱۲ است که ۱۸ است به ۱۲ پس میگوییم هرگاه این نسبة
تفصیل شود نسبت فضل مقدم بر تالی یعنی ۲ بتالی یعنی ۴ چون نسبة
فضل مقدم دوم است بر تالی یعنی ۶ بتالی دوم یعنی ۱۲ ح هرگاه
چند مقدار مفصل متناسب باشند وترکیب شوند باز متناسب
اند یعنی هر مقادیری که متناسب باشند بر سبیل ترکیب نیز متناسب
اند مثلا نسبة اب به ب ح مثل نسبت ده است به ه ر بر سبیل تفصیل
پس میگوییم نسبة اح به ح ب مثل نسبة در است به ر ه بر سبیل
ترکیب وچون این مقادیر مرکبه بعد از تفصیل راجع بچهار مقدار
اول میشوند این سبب اطلاق مقادیر منفصله بر چهار مقدار
اول میشود پس اطلاق منفصل بر انها نظر بملاحظه حال ترکیب است
وبای حال هرگاه نسبت اح به ح ب مثل نسبت در به ر ه نباشد فرض میکنیم
مثل نسبت در به رح باشد واولا فرض میکنیم که رح اصغر است از
ر ه وچون این نسبة را تفصیل کنیم خواهد بود نسبت اب
به ب ح اعنی ده به ر ه همچنانکه مفروض است مثل نسبة
دح به ح ر ۱۷ م ۵ وده بفرض اصغر است از دح پس ه ر نیز
اصغر است از ح ر ۱۴ م ۵ واین خلاف فرض است و
اگر رح اعظم از ره فرض شود بمثل همین بیان خلاف فرض
لازم می اید پس مطلوب ثابت است ومحرر گفته است بوجه
دیگر چون نسبت اب به ب ح مثل نسبت ده است به ه ر پس هرگاه

این نسبت ابدال شود خواهد بود نسبة اب به ده مثل نسبة ب ح به
ه ر ۱۶ م ۵ پس بنا بر ۱۳ م ۵ نسبت جمیع اح به جمیع د ر مثل نسبة ب ح
است به ه ر و چون این نسبت ابدال شود خواهد بود نسبت اح به ب ح
چون نسبت د ر به ر ه ۱۶ م ۵ و صاحب کتاب متعرض این برهان نشد
با وجود آنکه اخصر است بجهت عذری که در شکل سابق مذکور شد و
اجراء این حکم در عدد چنانست که ۲ و ۴ و ۸ و ۱۶ چهار مقدار متناسب اند
و چون این چهار مقدار ترکیب شوند باز متناسب اند زیرا که نسبة مجموع
۲ و ۴ اعنی ۶ به ۴ چون نسبة مجموع ۸ و ۱۶ است اعنی ۲۴ به ۱۶ و محرر
گفته است که چونکه تفصیل و ترکیب نسبة ظاهر شد قلب نسبت نیز ظاهر میشود
زیرا که حکم قلب از تفصیل و ترکیب معلوم میشود باعتبار آنکه اگر نسبت
اح به ح ب مثل نسبة د ر باشد به ر ه ثم اگر این نسبت را قلب کنیم خواهد
بود نسبة اح مقدم به اب که فضل مقدم است بر ح ب تالی مثل نسبت د ر
که مقدم دوم است به د ه که فضل مقدم دوم است بر ه ر تالی دوم و
ظهور این از تفصیل و ترکیب چنانست که چون نسبة اح به ح ب مثل نسبة
د ر باشد به ر ه هرگاه این نسبة را تفصیل کنیم خواهد بود نسبت اب به
ب ح مثل نسبت ده به ه ر ۱۷ م ۵ و چون این نسبة را خلاف کنیم خواهد
بود نسبت ح ب به ب ا مثل نسبة ر ه به ه د و چون این نسبت را ترکیب کنیم
خواهد بود نسبت ح ا به اب مثل نسبة ر د به د ه ۱۸ م ۵ و این قلب نسبة
مطلوبست و چونکه ثبوت آن ظاهر بود باین جهت صاحب کتاب علی حده
متوجه بیان آن نشد و اما اثبات تناسب بر خلاف نسبة محتاج به بیان
نیست زیرا که بمصادره ظاهر میشود بجهت آنکه نظر بمصادره مذکوره اضعاف
متناویه اول و سیم با هم یا زایدند از اضعاف متناویه دوم و چهارم با هم یا
ناقص اند از آن یا مساویند با آن پس بحکم ضروره اضعاف متناویه دوم و
چهارم با هم یا زایدند بر اضعاف متناویه اول و سیم با هم پس بعکس مصادره

نسبت دوم با اول

نسبت دوم با اول چون نسبت چهارم است به سیم و هو المطلوب یط
هرگاه چهار مقدار متناسب باشند و دو مقدار ازان چهار مقدار
از نظیر آنها نقصان کنند آنچه باقی ماند نیز بر این نسبت باشد مثلا
نسبت اب به ح د مثل نسبة اه است به ح ر پس هرگاه اه از اب نقصان
شود و ح ر از ح د نقصان شود نسبت ه ب باقی از اب به ر د باقی از
ح د مثل نسبة اب است به ح د زیرا که بابدال نسبت اب به اه مثل نسبة
ح د است به ح ر ۱۶ م ۵ و بتفصیل بعد از ابدال نسبة ب ه به ه ا
مثل نسبت د ر است به ر ح ۱۷ م ۵ و بابدال بعد از تفصیل نسبة
ب ه به د ر مثل نسبة ه ا است به ر ح ۱۶ م ۵ و نسبت ه ا به
ر ح بفرض مثل نسبت اب است به ح د پس بنا بر ۱۱ م ۵ نسبت
ب ه به د ر مثل نسبة اب است به ح د و هو المطلوب و محرر
گفته است بوجه دیگر میگوییم اگر نسبة ه ب به ر د مثل نسبت اه
به ح ر نباشد فرض میکنیم که نسبة ه ب به ر ح مثل نسبت اه به ر ح است
پس نسبة جمیع اب به جمیع ح ح مثل نسبة اه است به ر ح ۱۳ م ۵ و حال
آنکه بفرض نسبت اب به ح د مثل نسبة اه است به ح ر پس نسبت اب به ح ح
و ح د واحد است ۱۱ م ۵ پس بنا بر ۹ م ۵ ح ح جزء مساوی ح د کل خواهد
بود و این باطل است پس مطلوب ثابت است و اجراء این حکم در عدد چنانست
که ۴ و ۸ و ۶ و ۱۲ که چهار مقدار متناسب اند یعنی نسبت ۴ به ۸ که نسبة
نصفی است مثل ۶ است به ۱۲ که باز نسبت نصفی است و چون ۴ از ۶ و ۸
از ۱۲ نقصان کنیم باقی میماند ۲ و ۴ که نسبت میان آنها نیز نسبة نصفی است
ک هرگاه دو صنف از مقادیر متساوی العدد باشند و هر دو مقدار
از صنف دیگر باشند و نسبت منتظم باشد یعنی بترتیب باشد یا بمعنی
که نسبة مقدم اول بتالی اول از صنفی مثل نسبت مقدم اول بتالی اول باشد
از صنف دیگر و نسبة مقدم دوم بتالی دوم از صنف اول مثل نسبة مقدم دوم

بتالی دوم باشد از صنف دوم پس اگر در نسبت مساواه مقدار اول از صنف
اول اعظم باشد از مقدار اخیر باید مقدار اول از صنف دوم نیز اعظم
باشد از مقدار اخیر و همچنین است حکم در تساوی و اصغریه یعنی اگر
اوّل از اول اصغر باشد از اخیر یا مساوی ان باشد اول از دوم نیز چنین
خواهد بود مثلا ا ب ج صنفی است و د ه ز صنفی دیگر است و نسبة
اب مثل نسبت ده است و نسبت ب ج مثل نسبة ه ز است

پس میگوییم اگر ا اعظم از ج باشد د نیز اعظم از ز خواهد بود زیرا که نسبة
ا اعظم است به ب اعنی نسبت د به ه اعظم است از نسبة
ج اصغر به ب و نسبت ج به ب بخلاف مثل نسبة ز است به ه ۴ م ۵
پس نسبت د به ه اعظم است از نسبت ه به ز پس د اعظم است
از ز ۱۰ م ه و هو المطلوب و بر این قیاس است اگر ا مساوی ج باشد
یا اصغر از ان باشد و محرر گفته است و بطریق خلف میگوییم اگر بر
تقدیر اعظمیة ا از ج د اعظم از ز نباشد یا مساوی ان خواهد بود
یا اصغر از ان خواهد بود پس اگر مساوی با ان باشد نسبت د به ه اعنی
نسبت ا به ب مثل نسبة ز باشد به ه ۷ م ه و نسبت ز به ه بخلاف مثل
نسبة ج است به ب و نسبة ا به ب مثل نسبت ج است به ب پس ا مساوی
ج است ۹ م ه و حال انکه بفرض ا اعظم از ج است و هذا خلف و
اگر بر تقدیر اعظمیة ا از ج د اصغر از ز باشد نسبة د به ه اعنی نسبت
ا به ب اصغر خواهد بود از نسبت ز به ه ۸ م ه و نسبت ز به ه بخلاف
مثل نسبت ج است به ب پس بنابر ۱۰ م ه ا اصغر است از ج و حال انکه
بفرض اعظم از انست و هذا خلف و اجراء این حکم در عدد چنانست که
۸ و ۴ و ۲ صنفی از اعداد است و ۱۲ و ۶ و ۳ صنفی دیگر است که بعده
صنف اول است و نسبت ۸ به ۴ چون نسبة ۱۲ است به ۶ و نسبت ۴
به ۲ چون نسبة ۶ به ۳ است پس نسبت در میان صنفین بر سبیل انتظام

است و ۸ اعظم است از ۲ و ۱۲ نیز اعظم است از ۳ و ایضا ۲ و ۴ و ۸
و ۳ و ۶ و ۱۲ دو صنف اند از اعداد که نسبت در میان انها بر سبیل انتظام است
و ۲ اصغر است از ۸ پس ۳ نیز اصغر است از ۱۲ و در مثال مساواة باید مغایرت
اعتباری ملاحظه شود کا هرگاه دو صنف از مقادیر متساوی العدد باشند
و هر دو مقدار از صنف اول بر نسبة دو مقدار از صنف دوم باشند و نسبت
مضطرب باشد یعنی بترتیب نباشد مثل اینکه نسبت مقدم اول بتالی اول از
صنفی چون نسبة مقدم دوم بتالی دوم باشد از صنفی دیگر و نسبت مقدم دوم
بتالی دوم از صنف اول چون نسبت مقدم اول بتالی اول باشد از صنف دوم
پس اگر مقدار اول از صنفی اعظم از مقدار اخیر باشد اول از صنف دیگر نیز
اعظم از اخیر باشد و همچنین اگر مساوی یا اصغر باشد مثلا ا ب ج
صنفی است از مقادیر و د ه ز صنف دیگر است و نسبت اب مثل نسبت
ه ز است و نسبت ب ج مثل نسبة د ه است پس میگوییم اگر ا اعظم از ج

باشد د نیز اعظم از ز باشد زیرا که نسبة ا به ب اعنی نسبت
ه به ز اعظم است از نسبة ج به ب ۸ م ه و بخلاف نسبت
ج به ب چون نسبت ه است به د پس نسبت ه به ز اعظم است
از نسبت ه به د پس د اعظم است از ز ۱۰ م ه و بمثل این بیان
مطلوب ثابت میشود اگر ا مساوی ج باشد یا اصغر از ان باشد و هو المطلوب
و محرر گفته است این دعوی را بطریق خلف نیز بیان میتوان نمود و کیفیت ان
بنحو نسبت که در شکل متقدم مذکور شد و طریق اجراء این حکم در اعداد چنانست
که ۱۲ و ۴ و ۲ صنفی است از عدد و ۶ و ۳ و ۱ صنفی دیگر است بعده صنف اول
و تناسب در میان صنفین بر سبیل اضطراب زیرا که نسبت ۱۲ به ۴ مثل
نسبت ۳ است به ۱ و نسبت ۴ به ۲ مثل نسبة ۶ است به ۳ و چون ۱۲
اعظم است از ۲ ، ۶ نیز اعظم است از ۱ و مثال مساواة و نقصان ظاهر است
کب هرگاه دو صنف از مقادیر متساوی العدد باشند و هر دو مقدار

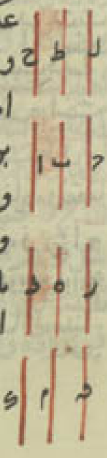
از صنفی بر نسبت د و مقدار از صنف دیگر باشند و نسبت منتظم باشد
یعنی بر سبیل ترتیب باشد بنحویکه مذکور شد پس این دو صنف

از مقادیر در مساواة متناسبند یعنی نسبت اول به اخیر
از صنف اول چون نسبت اول به اخیر است از صنف دوم
مثلا ا ب ح صنفی است از مقادیر و د ه ر صنفی دیگر است
و نسبت ا ب مثل نسبة د ه است و نسبت ب ح مثل نسبة
ه ر است پس میگوییم نسبة ا ح مثل نسبة د ر است و از
جهت اثبات مطلوب اخذ میکنیم از برای ا د اضعافی
متساوی العدة که ممکن باشد چون ح ط و همچنین از برای
ب ه اضعافی متساوی العدة که ممکن باشد اخذ چون ک ل
ممکن باشد و از برای ح ر نیز اضعاف متساوی العدة اخذ
میکنیم چون م ن و میکنیم چون نسبة ا ب مثل نسبت د ه است
بعرض باید نسبة ح ک مثل نسبت ط ل باشد ۱۵ م ۵ و چونکه نسبة ب ح
مثل نسبت ه ر است بعرض باید نسبة ک م مثل نسبت ل ن باشد ۱۵ م ۵
پس مقادیر ح ک م با مقادیر ط ل ن متناسب اند بر سبیل انتظام پس
زیاده و نقصان و مساواة ح ط نسبت به م ن باشد ۲۰ م ۵ پس بعکس
مصادره نسبة ا ح مثل نسبت د ر است و هو المطلوب و محرر
گفته است بوجه دیگر اخذ میکنیم از برای ا ب ح اضعاف متساوی
که ممکن باشد و آن اضعاف ح ک م است و از برای د ه ر اضعاف
متساوی که ممکن باشد و آن اضعاف ط ل ن است و میگوییم بنا بر
۱۵ م ۵ نسبت ح ک م مثل نسبت ا ب ح است و نسبت ط ل ن مثل
مثل د ه ر است پس زیاده و نقصان و مساواة ح م نسبة به ط ن باهم
است زیرا که بنا بر ۱۵ م ۵ نسبت ح به ک مثل نسبة ط است به ل
پس زیاده و نقصان و مساواة ح ک نسبت به ط ل باهم باشد و چون

نسبت ک به م

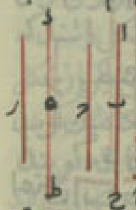
نسبت ک به م مثل نسبة ل است به ن پس بنا بر ۱۴ م ۵ اگر ک زاید
بر ل باشد م نیز زاید بر ن باشد و همچنین در مساواة و نقصان چون
ثابت شد که زیاده و نقصان و مساواة ح ک نسبت به ط ل باهم
است و زیاده و نقصان و مساواة ک م نسبة به ل ن نیز باهم
است پس باید زیاده و نقصان و مساواة ح م نسبت به ط ن نیز
باهم باشد یعنی اگر ح زاید بر ط باشد م نیز زاید بر ن باشد و
همچنین در نقصان و مساواة و ایضا بنحویکه مذکور شد نسبت ح
به ک مثل نسبة ط است به ل و بابدال نسبة ح به ط مثل نسبة ک
است به ل و نسبت ک به م مثل نسبت ل است به ن و بابدال
نسبت ک به ل مثل نسبة م است به ن پس نسبت ح به ط مثل نسبة
م است به ن و بابدال نسبت ح به م مثل نسبت ط است به ن پس
بشکل ۱۴ م ۵ زیادتی و نقصان و مساواة ح م نسبة به ط ن باهم است
و بهر تقدیر هر گاه زیادتی و نقصان و مساواة ح م بر ط ن باهم باشد
بعکس مصادره نسبة ا ح مثل نسبت د ر است و بابدال نسبة ا ح مثل
نسبت د ر است ۱۶ م ۵ و هو المطلوب و بوجه اخر نسبت ا ب مثل
د ه است و بابدال نسبة ا د مثل نسبت ب ه است و نسبة ب ح مثل
نسبة ه ر است و بابدال نسبة ب ه مثل نسبت ح ر است پس نسبت
ا د مثل نسبة ح ر است ۱۱ م ۵ و بابدال نسبت ا ح مثل نسبت د ر است
و هو المطلوب و ممکن گفته شود که چون ح ک م بر نسبت ا ب ح است
و ط ل ن بر نسبت د ه ر است پس بنا بر ۱۱ م ۵ ح ک م بر نسبت ط ل ن است
یعنی ح ک م متناسبند با ط ل ن بر انتظام پس به ۲۰ م ۵ زیاده و نقصان
و مساواة ح ط نسبت به م ن باهم است پس بعکس مصادره نسبة ا ح
مثل نسبة د ر است و هو المطلوب و مثال در عدد ۸ و ۴ و ۳ و ۱۲ و ۶
و ۳ که تناسب در میان صنفین بر انتظام است و در مساواة متناسبند.

يعني ٨ به ٢ چون نسبت ١٢ است به ٣ کج هرگاه دو صنف از
مقادير متساوي العدة باشند و هر دو مقدار از صنفي بر نسبة دو مقدار
از صنف ديگر باشند و نسبة در ميان ايشان مضطرب باشد يعني بر ترتيب
نباشد بطريقي که مذکور شد پس اين دو صنف در مساوات متناسبند
يعني اول به اخير از احد صنفين چون نسبت اول به اخير باشد از صنف
ديگر مثلا ا ب ج صنفي است از مقادير و د ه ز صنف ديگر است و نسبة
ا ب مثل نسبة ه ز است و نسبت ب ج مثل نسبة د ه است پس ميگوييم
نسبت ا ج مثل نسبة د ز است و بجهت اثبات مطلوب اخذ ميکنيم از
براي ا ب د اضعاف متساوي العدة که ممکن باشد چون ح ط ک و از
براي ج ه ز نيز اضعاف متساوي العدة که ممکن باشد چون ل م ن و
ميگوييم بنا بر ١٥ مه ح ط بر نسبت ا ب است و م ن بر نسبت ه ز است
پس بنا بر ١١ مه نسبت ح ط مثل نسبة م ن است و ايضا نسبة ب ج
مثل نسبت د ه است پس ط ل مثل نسبة ک م است ٤ مه و چون
نسبت ح ط مثل نسبة م ن باشد و نسبت ط ل مثل نسبة ک م باشد پس
مقادير ح ط ل متناسبند با مقادير ک م ن بر اضطراب پس زياده
و نقصان و مساوات ح ک نسبة به ل ن باهم باشد ٢١ مه پس بحکم
عکس مساوات نسبت ا ج مثل نسبة د ز است وهو المراد
و در بعض نسخ همچنين است که اخذ ميشود از براي ا ب ج
اضعاف متساوي العدة که ممکن باشد چون ح ط ل و از
براي د ه ز نيز اضعاف متساوي که ممکن باشد چون ک م ن
و ميگوييم بنا بر ١٥ مه نسبت ح ط ل مثل نسبة ا ب ج است
و نسبت ک م ن مثل نسبة د ه ز است پس مقادير ح ط ل
با مقادير ک م ن مثل مقادير ا ب ج با مقادير د ه ز بر
اضطراب است پس برهان را بمثل مذکور تمام ميکنيم و در اتمام



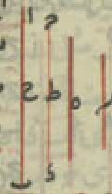
ان تلک بابدال

ان تلک بابدال لازم است و مثال اين حکم در عدد ١٢ و ٢٤
و ٣٦ است که تناسب در ميان صنفين بر سبيل اضطراب است
و نسبت ١٢ به ٢ چون نسبة ٦ است به ١ کل هرگاه مقاديري باشند
که نسبت اول بدوم مثل نسبة سيم بچهارم باشد و نسبت پنجم
بدوم مثل نسبت ششم بچهارم باشد بايد نسبة مجموع اول و
پنجم بدوم مثل نسبت مجموع سيم و ششم باشد بچهارم مثلا نسبة



ا ب به ج مثل نسبت د ه است به ز و نسبت ب ح
به ج مثل نسبة ط ه است به ز پس نسبة جميع ا ح به ج
چون نسبت جميع د ط است به ز زيرا که نسبت ا ب
به ج مثل نسبت د ه است به ز و نسبت ب ح به ج
مثل نسبة ه ط است به ز و بخلاف نسبت ج به ب ح
مثل نسبت ز است به ه ط پس نسبت ا ب به ج مثل نسبة د ه ست
به ز و نسبة ج به ب ح مثل نسبة ز است به ه ط پس ا ب و ج و
ب ح صنفي از مقادير است و د ه و ز و ه ط صنفي ديگر است
و تناسب در ما بين صنفين بر نهج انتظام است پس بمساوات
منتظمه نسبت ا ب به ب ح مثل نسبت د ه است به ه ط ٢٢ مه
و بترکيب نسبة ا ح به ب ح مثل نسبت د ط است به ه ط ١٨ مه و
بفرض نسبت ب ح به ج مثل ه ط است به ز پس بمساوات منتظمه
نسبة ا ح که مجموع اول و پنجم است به ج که دوم است مثل نسبت
د ط است که مجموع سيم و ششم است به ز که چهارم است ٢٢
مه وهو المطلوب و اجراء اين حکم در عدد چنانست که نسبت ٢ به
٤ چون ٦ است به ١٢ و نسبت ٨ به ٤ مثل نسبت ٢٤ است به ١٢
پس نسبت مجموع ٢ و ٨ اعني ١٠ به ٤ چون نسبة مجموع ٦ و ٢٤
اعني ٣٠ است به ١٢ که هرگاه چهار مقدار متناسب باشند و اول

اعظم انها باشد واخیر اصغر انها باشد باید مجموع اول واخیر
اعظم باشد از مجموع دو مقدار باقی که دوم وسیم باشد مثلا
نسبت اب به جد مثل نسبت ه است به ز و اب اعظم چهار
مقدار است و ز اصغر انهاست پس میگوییم مجموع اب ز اعظم
است از مجموع جد ه واز جهت اثبات مطلوب جدا میکنیم از اب
اح را مثل ه واز جد حط را مثل ز ۲۳ م ا ومیگوییم
بنابر ۱۹ م ه نسبت اب به جد مثل نسبت حب
باقی از اب است بعد از جدا کردن مثل ه از ان به
طد که باقی از جد است بعد از جدا کردن مثل
ز از ان پس حاصل میشود چهار مقدار متناسب



یعنی اب جد حب طد پس نسبت اب به جد چون نسبت حب
است به طد و بابدال نسبت اب به حب مثل نسبت جد است
به طد و اب اول اعظم است از جد ثالث پس حب ثانی نیز
اعظم است از طد رابع ۱۴ م ه و چون مجموع حا جط را مشترک
بگردانیم میان حب اعظم و طد اصغر خواهد گردید جمیع اب
اول و جط یعنی ز اخیر اعظم از جمیع جد دوم و اح یعنی ه
سیم وهو المطلوب تمت المقالة الخامسة بعون الله وتاییده
مقالهٔ ششم واین مقاله مشتمل است بر سی ودو شکل اودر
نسخهٔ ثابت یک شکل زیاد شده است وان شکل با است وچون
غرض ازین مقاله بیان نسبتهایی است که درمابین اشکال مسطحه
بهم میرسد لهذا صاحب کتاب قبل از شروع در بیان اشکال اموری
چند را که از مصادرات یعنی الفاظی که تفهیم وتفهم معانی
این مقاله موقوف بر انست ایراد کرده است وان امور اینست
سطوح متشابهه سطوحی چند اند که زوایای انها متساوی باشد

بعد از این

یعنی در هر یک زاویهٔ واقع شود که مثل زاویه باشد که در دیگری
واقع شده است واضلاعی که محیط بزوایای متساویه اند متناسب
باشند سطوح متکافئة الاضلاع ان باشد که اضلاع انها
متناسب باشند بر تقدیم وتاخیر یعنی در هر یک از انها مقدمی
واقع شود در نسبتی وتالیی واقع شود از نسبت دیگر ومحصل انست
که ضلعی از یک سطح مقدم باشد در نسبتی وضلعی دیگر از ان مؤخر
باشد یعنی تالی باشد در نسبتی دیگر مثلا هر گاه دو شکل باشند که
نسبت ضلعی از احدهما بضلعی از دیگر مثل نسبت ضلعی دیگر از شکل
دیگر باشد بضلعی دیگر از شکل اول ان دو شکل را متکافئین گویند
وان اضلاعی که بیکدیگر نسبت داده شده اند اضلاع متکافئه گویند
وان نسبتی که درمابین انها واقع شده است نسبت متکافئه گویند
ارتفاع شکل عمودیست که از راس انشکل یعنی از بلندتر موضع ان
بقاعدهٔ ان اخراج شود خط مقسوم بر نسبت ذات وسط وطرفین
خطی باشد که نسبت ان با اعظم قسمین ان چون نسبت اعظم قسمین
باشد با اصغر قسمین پس مراد بطرفین مجموع خط است وقسم اصغر
ومراد بوسط قسم اعظم است که در نسبت درمابین مجموع خط وقسم
اصغر واقع است ودر نسخهٔ ثابت مذکور است که نسبت مؤلفه از
نسب نسبتی باشد که حاصل شده باشد از تضعیف بعضی اقدار ان
نسب به بعضی ومراد از تضعیف درین مقام ضرب است پس مقصود
انست که نسبت مؤلفه از نسب نسبتی که حاصل شده باشد از ضرب بعضی
از اقدار ان نسب در بعض دیگر مثلا نسبت مؤلفه در با شش که ثلث
است حاصل از ضرب قدر نسبت دو با چهار که نصف است در قدر
نسبت چهار با شش که دو ثلث است چه حاصل ضرب نصف در ثلثین
ثلث است واینست معنی انچه میگویند که نسبت دو با شش مؤلف است

از نسبت دو با چهار و از نسبت چهار با شش وانچه مذکور شد نظر با جد
طرقین است در تعیین قدر نسبت و بطریق مذهب صاحب کتاب و
صاحب مجسطی است که قدر نسبة ۲ با ۶ سه مثل است که حاصل است
از ضرب قدر نسبت ۲ با ۴ که ضعف است در قدر نسبت ۴ با شش که مثل
نیم است و بیان قدر نسبت بطریقین با بیان نسبت مؤلفه بوجه اوضح
بعد ازین مذکور میشود و در بعضی نسخ مذکور است که نسبت منقسمه
به نسب نسبتی باشد که انرا تجزیه کنند به بعضی از ان نسب تا بعضی دیگر
حاصل شود و مراد از تجزیه مقابل تالیف است مثلا نسبت مولفه دو با
شش که ثلث است چون انرا تجزیه کنند یعنی قسمت کنند بر نصف که
نسبت دو با چهار است دو ثلث حاصل میشود که نسبت چهار است با
شش و اگر بر دو ثلث قسمت کنند نصف حاصل شود که نسبة ۲ با چهار است
مثال دیگر نه به سه که سه مثل باشد مولف است از نسبت نه بشش
که یك مثل و نیم است و از نسبت شش به سه که ضعف است پس هرگاه
سه مثل را قسمت کنیم بر مثل و نصف ضعف حاصل شود و هرگاه
قسمت کنیم بر ضعف مثل و نصف حاصل شود و از انچه مذکور
شد معلوم شد که ماصدق نسبت مؤلفه و نسبة منقسمه
واحد است لیکن از ان حیثیت که از چند نسبت مرکب است
انرا مؤلفه گویند و از ان حیثیت که اگر ان بر یکی از ان چند نسبت
نسبت که از ان مرکب شده قسمت شود دیگری حاصل شود ان
را منقسمه گویند و محرر گفته است که همچنانکه نسبت از عوارض کمیت است
یعنی گفته میشود در ما بین این دو مقدار یا این دو عدد فلان
نسبة است همچنین تالیف از عوارض نسبت است یعنی میگویند فلان
نسبت مؤلف است از فلان و فلان نسبة و بیان این معنی انست
که مقدار گاهی اعتبار میشود از ان حیثیت که فی نفسه کمیت است

در نفس خود نسبت مؤلفه

بدون انکه قیاس

بدون انکه قیاس بمقداری دیگر شود و گاهی اعتبار میشود از ان
حیثیت که کمیت است بقیاس بغیر ان از مقدار دیگر که از جنس
انست پس نسبت کمیت اضافیه ان مقدار است پس این عوزی
که کمیت مقدار اول قیاس بان اعتبار شد است اگر مقیس
بمقدار دیگر نباشد که نسبت منحصر در ما بین دو مقدار باشد
ان نسبت را بسیط گویند و اگر ان غیر مقیس بمقدار ثالثی باشد
یعنی کمیت مقدار اول بمقدار ثانی اعتبار شود و کمیت ثانی
نیز بمقدار ثالثی اعتبار شود تا دو نسبت حاصل شود در ینصورت
تالیف محقق میشود یعنی نسبت اول بثالث نسبت مؤلفه می شود
پس اگر دو نسبت متساوی باشند یعنی از جنس واحد باشند
مثل اینکه هر یك نصف یا ثلث باشند نسبت مؤلفه را نسبت
مثناة گویند مثلا نسبة ۲ به ۸ که نسبت ربعیت مؤلف است
از نسبت ۲ به ۴ که نصف است و از نسبت ۴ به ۸ که نیز نصف
است و این مؤلفه را مثناة بتکریر گویند زیرا که از تکریر یك نسبة
که نصف باشد یعنی از ضرب ان در نفس خود حاصل شده است
و هرگاه در چند نسبت حدود نسبة را که اوساطند مشترك بگردانیم
یعنی اولا اوساط اعتبار شود بعد از ان قصد رفع اوساط شود
و نسبت اطراف بعضی با بعضی اخذ شود نسبت اطراف با طرف نسبة
مؤلفه انست که انرا مساواة گویند و توضیح نسبة مثناة و نسبت
مساواة مذکور شد و غرض انست که جمیع این امور یعنی مثناة و
مساواة متعلق بتالیف است و محصل کلام انست که اگر در نسبة
اعتبار اوساط نشود مطلقا یعنی مجرد یك نسبت باشد انرا نسبة
بسیط گویند و اگر اعتبار اوساط نشود یعنی چند نسبة محقق شود
در میان ان نسبتها نسبتی محقق میشود که مرکب از چند نسبة دیگر

باشد وانرا نسبت مؤلفه کویند وان بر سه قسم است اول انکه مرکب باشد
از چند نسبت که مساوی باشند یعنی از یکنوع باشند وانرا نسبت مثناة بتکریر
یا مثلثه بتکریر وامثال ان کویند دوم انکه نسبت طرفین هر یك از دو صنف
مقادیر متناوبه باشد که نسبة طرفین هر صنفی مرکب باشد از مجموع
نسبتی که در ان صنف واقع شده است بشرطی که اولا اوساط و نسب
انها را اعتبار کنند وثانیا رفع کنند وانرا نسبت مساواة کویند وان نیز
بر دو قسم است یکی مساواة منتظمه وان نسبتی است که مؤلف باشد از
اجزاء متناوبه بر تناظر و توالی مثل اینکه مؤلفه در صنف اوّل مؤلف باشد
از نصف و ثلث و خمس و در صنف دوم مؤلف از این نسبت باشد بهمین ترتیب
و دیکری مساواة مضطربه وان نسبتی است که مؤلف باشد از اجزاء متناوبه
بر تناظر لیکن بر خلاف توالی باشد مثل اینکه مؤلفه در صنف اوّل مرکب باشد
از نصف و ثلث و خمس و در صنف دوم مرکب باشد از نصف و خمس و ثلث یا
از ثلث و نصف و خمس یا از خمس و ثلث و نصف یا از ثلث و خمس و نصف سیم
انکه مرکب باشد از چند نسبة که در مابین چند مقادیر بهم رسیده با اعتبار او
ساط یعنی نسبتی است که در مابین اوّل و اخر است از مقادیر با اعتبار اوساط
در اوّل و اخر واکرچه در یك صنف باشد وان مؤلفه مطلقه است و بعد
ذلك محرر کفته است که تعریفی که از برای تالیف یعنی نسبت مؤلفه ایراد شد
است وقتی ظاهر و واضح میشود که قدر نسبت معلوم شود و معلوم شدن
قدر نسبت موقوف بر انست که از برای مقادیر مقداری وضع شود که اجزای
ان مقادیر باشد یا ان مقادیر بان مقدار موضوع تقدیر شوند واین مقدار
موضوع بازاء واحد است در اعداد یعنی همچنانکه واحد مقدّر جمیع اعداد است
این مقدار موضوع نیز مقدّر جمیع مقادیر است واکرچه در مقادیر مقدار
یافت میشود که باین مقدار منقدر نمیشود اصلا همچنانکه در مقاله دهم
بیان خواهد شد وچون این مقدار وضع شود پس قدر هر نسبتی میان دو

مقدار عبارتست

مقدار عبارتست از مقداری که ان مقدار موضوع قیاس بان بر این نسبة
باشد کسر نیست از کسور تسعه یا غیر انها از کسور که ان مقدار موضوع
قیاس بان کسر یا ضعف یا امثال بر این نسبت باشد یعنی همچنانکه
قدر نسبت میان هر دو عددی عبارتست از کسری یا ضعف یا اضعاف
یا امثال که واحد قیاس بان بر این نسبت باشد و بنا بر این قدر نسبت
۲ با ۴ ضعف است زیرا که شکی نیست که نسبة ۲ با ۴ نسبت نصفی است
و مقداری که واحد قیاس بان بر این نسبت باشد یعنی واحد نصف ان
باشد ضعف است پس قدر نسبت ۲ با ۴ اعنی نصف ضعف است
و قدر نسبت ۴ با ۲ نصف است زیرا که نسبة ۴ با ۲ نسبة ضعفی است
و مقداری که واحد قیاس بان بر این نسبة باشد یعنی واحد ضعف
ان باشد نصف است پس قدر نسبت ۴ با ۲ اعنی ضعف نصف است
و تعیین قدر نسبت باین طریق مذهب اکثر مشاهیر است چون اقلیدس
و صاحب مجسطی و تابعین ایشان و جماعتی دیکر کفته اند قدر هر نسبة
مقداریست از کسور یا اضعاف یا امثال که این مقدار قیاس بمقدار
موضوع یا عدد موضوع بر این نسبت باشد و بنا بر این حکم بر عکس حکم
کتاب میشود یعنی قدر نسبت ۲ با ۴ نصف خواهد بود زیرا که نسبة ۲ با ۴
نسبت نصفی است و مقداری که قیاس بواحد بر این نسبت باشد یعنی مقداری
که نصف واحد باشد نصف است پس نصف قدر نسبة ۲ با ۴ است که ان
نسبت نیز نصف است و قدر نسبت ۴ با ۲ ضعف خواهد بود زیرا که
نسبة ۴ با ۲ نسبت ضعفیست و مقداری که قیاس بواحد بر این نسبت باشد
یعنی مقداری که ضعف واحد باشد ضعف است پس ضعف قدر نسبة
۴ با ۲ است که ان نسبت نیز ضعف است و مخفی نیست که هر دو طریق صحیح است
لیکن در طریق اوّل نوع تحقیق و تدقیقی که در طریق ثانی نیست و طریق ثانی
نظر بظاهر اقربست و حاصل انست که شکی که نسبت هر مقداری بمقدار دیکر

وهر عددی بعدد دیگر تضعیفیه یا تنصفیه یا تثلثیه یار بعیت یا امثال اینها
ابتداء بر ما معلوم است لیکن نفس این نسبت که ضعف یا نصف یا ثلث است قدر
این نسبت نیست زیرا که بنا بر طریق اول که قدر هر نسبتی مقداریست که مقدار
موضوع یا عدد موضوع قیاس بان بر این نسبت باشد قدر هر نسبت با ان
نسبت مغایر میشود زیرا که قدر نسبت ضعف نصف میشود و بالعکس و قدر نسبة
ثلث سه ضعف میشود و بالعکس و بنا بر طریق ثانی که قدر هر نسبتی عدد
نسبت که این مقدار قیاس بمقدار موضوع یا عدد موضوع بر این نسبت باشد
هر چند قدر هر نسبتی ظاهرا مغایر ان نسبت نمیشود بلکه نفس ان نسبت
است لیکن فی الحقیقة مغایرت حاصل است زیرا که نسبة مطلق و مبهم
است و قدر نسبة معین است مثلا نسبت ۲ به ۴ بتصفیه مطلقه است
و قدر نسبة نصف واحد است که معین است و بهر تقدیر بعد از
معلوم شدن قدر نسبت میگوییم نسبت مؤلفه نسبتی است که حاصل
شود از تضعیف بعضی از اقدار نسبت به بعضی یعنی حاصل شود از
ضرب بعضی از این اقدار در بعضی و از جهت توضیح قدر نسبت
و نسبة مؤلفه بمثال فرض میکنیم که آ را به بَ نسبتی است و جَ را به دَ
نیز نسبتی است و هَ مقداریست که موضوع است بازاء واحد
در مقادیر و یعنی واحد است در اعداد و نسبت هَ به زَ مثل نسبة
آ است به بَ و نسبة ان به حَ مثل نسبت دَ است به دَ پس زَ
قدر نسبت آبَ است و حَ قدر نسبت جَ دَ است پس اگر فرض کنیم
که آ ضعف بَ است و جَ بکمثل و نیم دَ است که در اعداد آ مثلا ۴ و بَ
و به ۲ باشد و جَ ۳ باشد و دَ ۲ باشد بنا بر طریق اول در تعیین
قدر نسبت زَ نصف خواهد بود و حَ دو ثلث خواهد بود و چون
تضعیف کنیم زَ را به حَ یعنی زَ را که قدر احد نسبتین است در حَ
که قدر نسبت دیگر است ضرب کنیم قدر نسبتی حاصل میشود که

نسبت زَ بان چون نسبة هَ است به حَ و ان طَ است و چون نسبت هَ یعنی
واحد به حَ نسبة بکمثل و نیم است یعنی حَ دو ثلث واحد است پس قدر زَ
یعنی نصف همچنانکه مفروض است به طَ نیز این نسبت است یعنی طَ دو ثلث
نصف است پس طَ قدر نسبتی است که ان نسبت مؤلفه است از دو نسبت مذکوره
اعنی نسبة آبَ و جَ دَ و هر گاه قدر احد نسبتین اعنی زَ که بعرض نصف آ
در قدر نسبت دیگر اعنی حَ که بعرض ثلثین است ضرب شود حاصل طَ
است که دو ثلث و نصف است و بنا بر طریق دوم در تعیین قدر نسبت زَ
که قدر نسبت آبَ است بنا بر فرض مذکور ضعف میشود و حَ که قدر نسبت
جَ دَ است بکمثل و نیم است میشود و چون ضعف در مثل و نیم ضرب شود
سه مثل میشود قدر نسبتی بهم میرسد که ان نسبة مؤلف است در دو نسبة
مذکوره و ان قدر نسبتی عبارتست از طَ پس طَ قدریست که واقع میشود میان هَ و میان
ان قدر دیگر که زَ باشد و نسبت هَ باین وسط یعنی زَ که نسبت ضعفی است
بطریق اول یکی از دو نسبت مذکوره است که نسبت آ به بَ باشد که انهم نسبت
ضعفی است و نسبت این وسط یعنی زَ به طَ که نسبت مثل و نیم است بطریق
اول نسبت دیگر است از دو نسبت مذکوره که نسبت جَ به دَ است که ان نیز
نسبت مثل و نیم است زیرا که نسبت هَ زَ مثل نسبت آبَ است و نسبت طَ
که مثل نسبت هَ حَ است و نسبت هَ حَ مثل نسبت جَ دَ است پس زَ در
مابین هَ و طَ بر این دو نسبت خواهد بود یعنی هَ به زَ مثل نسبت آ
به بَ و نسبت زَ به طَ مثل نسبت جَ است به دَ پس نسبت هَ به طَ مؤلف
است از دو نسبت مذکوره و توضیح انست که از برای نسبت مؤلفه از دو
نسبت قدریست که مؤلف است از دو قدر دو نسبت و بعرض ان قدر
مؤلف در طَ است و نسبت واحد بان بر این دو نسبت است یعنی در میان
واحد و ان واسطه که در اینجا زَ است متحلل میشود که نسبت واحد بان
واسطه مثل یکی از دو نسبت است و نسبة واسطه بان قدر مؤلف یعنی

ط مثل نسبت دیگر است زیرا که در مثال مفروض نسبت واحد بواسطه اعنی
نسبت ه بر ز مثل نسبت ا ب است و نسبت واسطه اعنی ز بعد مؤلف
اعنی ط مثل نسبت ه ح اعنی ح د است پس دو صنف از مقادیر بهم رسید
که نسبت هر دو مقدار از صنفی مثل نسبت دو مقدار است از صنف دیگر
بر سبیل انتظام و آن دو صنف ه ز ط است و ا ب ح د زیرا که نسبت
ه ز مثل نسبت ا ب است و نسبت ز ط مثل نسبت ح د است پس
بمساوات منتظمه نسبت طرفین صنف اول اعنی ه ط مثل نسبت
طرفین صنف دوم است هرگاه فرض اشتراک انها در وسط بشود و چون نسبت
طرفین صنف دوم که در وسط مشترک باشند مؤلف است از دو نسبت مذکوره
پس نسبت ه ط نیز مؤلف است از دو نسبت مذکوره و در ما نحن فیه چون دو
نسبت صنف دوم در حدود مشترکة الاوساط واقع نشده اند بلکه هر نسبتی
در دو حد علی حده واقع شده است و از این در ما بین چهار مقدار با چهار عدد
فرض شده است لهذا نمیتواند شد که نسبت طرفین مفروضین اعنی ۴ و ۲
مؤلف از دو نسبت باشد همچنانکه توضیح ان بیاید پس نسبت ه ط اعنی
واحد بدو ثلث و نصف مثل نسبت ا به د اعنی ۴ به ۲ همچنانکه مفروض
است نباشد بلکه مثل طرفین این دو نسبت است که در حد وسط مشترک
باشند مثل اینکه این دو نسبت در میان ۶ و ۳ و ۴ و ۲ واقع شود که درین
صورت بمساوات منتظمه نسبت ه به ط یعنی واحد بدو ثلث نصف مثل
نسبت ۶ است به ۲ و بهر تقدیر یعنی خواه نسبت ه ط مثل نسبت طرفین دو
نسبت باشد همچنانکه دو نسبت در حدود مشترکة الاوساط واقع باشد
یا مثل ان نباشد همچنانکه در ما نحن فیه مفروض است شکی نیست که نسبت
ه ط مؤلف است چون این معلوم شد میگوییم هر سه مقداری که از جنس واحد باشند
نسبت اول بسیم مؤلف است از نسبت اول بدوم و از نسبت دوم بسیم مثلا در
مقادیر ا ب ح نسبت ا ح مؤلف است از نسبت ا ب و نسبت ب ح زیرا که

هرگاه نسبة ا ب را

هرگاه نسبت ا ب را مثل نسبة ه ز بگردانیم و نسبت ب ح را مثل نسبة ه ح کنیم
بشرطی که ه ح نسبت ب ح باشد نه قدر نسبت ح د همچنانکه در سابق مفروض
بود یعنی بنا بر آنکه مفروض است که ا ۴ است و ب ۲ است و ح ۳ است
قدر نسبت ب ح اعنی ح یک مثل و نیم خواهد بود و در ابتدا که قدر نسبة
فرض شده بود دو ثلث بود و بای حال چون چنین کنیم بمثل آنچه مذکور شد
مبین میشود که نسبة ا ح مثل نسبت ه ط است یعنی میگوییم نسبت ه ز
مثل نسبت ا ب است و نسبة ز ط مثل نسبت ه ح است اعنی مثل نسبة
ب ح است پس ز در میان ه و ط برین دو نسبت است یعنی نسبت ه به ز
چون نسبت ا ب است و نسبة ز ط چون نسبت ب ح است پس نسبة
ا ح چون نسبت ه ط است و ه ط مؤلف از دو نسبت مذکوره است پس
ا ح نیز مؤلف از دو نسبت مذکوره است و چون بعرض ا ۴ است و
ب ۲ و ح ۳ پس بنا بر طریق اول قدر نسبت ۴ و ۲ ضعف است و قدر
نسبت ۲ و ۳ یک مثل و نیم و حاصل ضرب ضعف در مثل و نیم سه ربع
میشود که آن نسبت مابین ۴ و ۳ است و بنا بر طریق دوم قدر نسبة
۴ و ۲ ضعف است و قدر نسبت ۲ و ۳ دو ثلث است و حاصل ضرب
ضعف در ثلثین مثل و ثلث میشود که آن نسبت مابین ۴ و ۳ است
همچنانکه ظاهر است و مخفی نیست که در طریق اول نسبت طرف اخیر بطرف
اول معتبر و ماخوذ است و در طریق دوم برعکس است یعنی نسبت
طرف اول بطرف اخیر معتبر و ماخوذ است و ایضا هر نسبت بسیطه که
فرض شود باعتبار وسط مؤلفه میشود و هر نسبت مؤلفه که فرض شود
رفع و بسط بسیطه میشود بلکه هر دو نسبتی که فرض شود اعم از انکه هر دو
بسیط باشند یا مؤلف باشند یا یکی بسیط باشد و دیگری مؤلف باشد
هرگاه انها را در حدود مشترکة الاوساط اعتبار کنیم نسبت مؤلفه
میشود و توضیح این کلام انکه حد نسبت عبارتست از طرف ان نسبة

وهر نسبتی را دو حد است پس اگر دو نسبت در میان حدودی اعتبار
شود که مشترکة الاوساط نباشند بلکه هر نسبتی در مابین دو حد
اعتبار شود تا چهار حد محقق شود درین صورت طرفین دو
نسبت یعنی دو حدی که نسبتین در مابین انها واقع است
که اول و رابع باشد مؤلف از دو نسبت مذکوره نیست خواه
ان نسبت از یک جنس باشند یعنی مساوی یکدیگر باشند یا نه
بلکه نسبتی که در مابین انها واقع میشود مغایر نسبة مؤلفه
از نسبتین مذکورتین است مثلا هرگاه هر یک از نسبت نصف
و نسبت ثلث در مابین دو حد علیحده اعتبار شود تا چهار حد
اعتبار بهم رسد مثل انکه نصف در مابین ۲ و ۴ اعتبار شود و
ثلث در مابین ۳ و ۹ اعتبار شود درین صورت اول و رابع یعنی
۲ و ۹ مؤلف از دو نسبة مذکوره نیستند زیرا که نسبة مؤلفه
از نصف و ثلث سدس است و نسبت ۲ به ۹ دو تسع است و
همچنین است حکم اگر دو نسبت مساوی یکدیگر باشند تا چهار
مقدار یا چهار عدد متناسب باشند مثل اینکه بگوییم نسبة ۲ به ۴
چون نسبة ۶ است به ۱۲ یا چون نسبت ۸ است به ۱۶ اگر درین صورت
نیز نسبت ۲ به ۱۲ یا ۱۶ مؤلف از دو نسبت مذکوره که نصف و
نصف باشد نیست زیرا که نسبت مؤلفه از نصف و نصف ربع است
و نسبت ۲ به ۱۲ نسبت سدسی است و نسبت ۲ به ۱۶ نسبة ثمنی
است و اما هرگاه دو نسبت در مابین حدود مشترکة الاوساط
اعتبار شود یعنی یک حد در مابین نسبتین مشترک باشد خواه
ان دو نسبت از نوع واحد باشند یعنی متساوی باشند یا نه
نسبة طرفین دو نسبة از دو نسبت مؤلف میشود مثلا هرگاه نصف
و ثلث در مابین سه حد اعتبار شود تا حد وسط مشترک میان

مثل اینکه نسبت نصف در مابین ۲ و ۴ اعتبار شود و نسبة ثلث در
مابین ۴ و ۱۲ اعتبار شود تا ۴ مشترک در مابین دو نسبت باشد
درین صورت شکی نیست که نسبت ۲ به ۱۲ که سدس است مؤلف است
از دو نسبت مذکوره اعنی نصف و ثلث زیرا که چون نصف در ثلث ضرب
شود حاصل سدس است و همچنین اگر دو نصف را در مابین دو و چهار
و ۴ و ۸ اعتبار کنیم نسبت طرفین اعنی ۲ و ۸ که ربع است مؤلف است از
نصف و نصف زیرا که حاصل ضرب نصف در نصف ربعست و انچه مذکور
مبنی است بر طریق دوم در تعیین قدر نسبة و بنا بر طریق اول قدر نسبة
۲ با ۴ ضعف است و قدر نسبت ۴ با ۱۲ سه مثل است و ضرب ضعف
در سه مثل شش میشود که قدر نسبت ۲ با ۱۲ نیز بنا بر طریق شش مثل است
و برین قیاس است مثال تساوی نسبتین بنا بر طریق اول و چون حقیقت
حال در دو نسبت معلوم شد در زیاده تر از دو نسبت نیز حکم چنین است
یعنی اگر سه نسبت یا بیشتر در حدود مشترکة الاوساط واقع شوند نسبة
حد اول تا اخیر مؤلف است از جمیع نسبتی که در مابین ان حدود واقع
شده و اگر در حدود غیر مشترکة الاوساط واقع شوند یعنی هر نسبتی
دو حد علیحده داشته دو طرف این نسبتها که اول و اخر است مؤلف
از ان نسبتها نیست مثلا نسبت ۲ به ۴۸ که ربع سدس است و ان مؤلف
است از جمیع نسبتی که در مابین حدود مشترکة الاوساط واقع است
مثل نسبت دو بچهار که بنا بر طریق دوم نصف است و چهار بر نسبت ۴ به
۱۲ که ثلث است و نسبت ۱۲ به ۴۸ که ربع است زیرا که چون این سه
قدر نسبت یعنی نصف و ثلث و ربع بعضی در بعض ضرب شود یعنی
بعضی اضافه به بعض شود نصف و ثلث ربع حاصل شود و ان بعینه
ربع سدس است پس نسبة ۲ به ۴۸ که ربع سدس است مؤلف است
از سه نسبت مذکوره که در حدود وسطی مشترک اند و بنا بر طریق اول

قدر نسبت دو به ۴۸ بیست و چهار مثل است و ان مؤلف است از اقدار
سه نسبت مذکوره اعنی نسبة ۲ به ۴ و ۴ به ۱۲ و ۱۲ به ۴۸ بنا بر طریق
اول زیرا که قدر نسبت ۲ به ۴ باین طریق ضعف است و قدر نسبة ۴ به
۱۲ سه مثل است و قدر نسبت ۱۲ به ۴۸ چهار مثل است و حاصل ضرب
ضعف یعنی دو مثل در سه مثل شش است و حاصل ضرب شش در چهار
مثل بیست و چهار است پس بیست و چهار که قدر نسبت ۲ به ۴۸ است
بطریق اول مؤلف است از اقدار نسبة مذکوره بطریق اول نیز زیرا که بنا بر
قاعدهٔ که در کتاب مذکور شد در میان واحد که عدد موضوع است و
بیست و چهار دو عدد واقع است که برابن سه نسبت اند زیرا که نسبت واحد
با حدهما نسبت اول از سه نسبت مذکوره است و نسبت احدهما بدیگری نسبة
دوم از سه نسبت مذکوره است و نسبت دیگر به بیست و چهار نسبت سیم از
سه نسبت است و ان دو عدد ۲ و ۶ است زیرا که نسبت واحد و دو
مثل نسبت دو و چهار است و نسبت دو و شش مثل نسبت چهار و
دوازده است و نسبت شش و بیست و چهار مثل نسبت دوازده و چهل
و هشت است و چون این سه نسبت در حدود مشترکة الاوساط
واقع اند پس بمساواة منتظمه نسبت واحد به بیست و چهار مثل نسبت
دو به چهل و هشت است و هر یک از این دو نسبت مؤلف از سه نسبت
مذکوره است و اما نسبتهائی که در حدود مشترکة الاوساط واقع
نباشند مثل نسبت ۲ به ۴ که نصف است و ۵ به ۱۵ که ثلث است و
و ۲۴ به ۴۸ که باز نصف است میتواند شد که نسبت ۲ به ۴۸ از ان
مؤلف باشد و وجه ان ظاهر است و ما از جهت توضیح چند مثال
دیگر از نسبت مؤلفه ایراد کنیم تا باعث تدرب و ممارست مبتدیان
شود اول هر گاه سه مقدار باشد که اول ضعف دوم باشد و دوم پنج مثل
سیم باشد مثل ۲۰ و ۱۰ و ۲ اول ضعف پنج مثل سیم یعنی ده مثل او خواهد

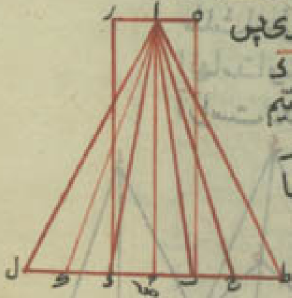
نهبرنیم

بود پس نسبت ده مثل مؤلف است از نسبت ضعف و از نسبت پنج مثل
دوم هر گاه سه مقدار باشد که اول سه مثل دوم باشد و دوم نصف
سیم باشد مثل ۱۸ و ۶ و ۱۲ پس اول سه مثل نصف سیم یعنی یک مثل و
نصف ان خواهد بود پس نسبة مثل و نصف مؤلف از نسبة سه مثل و
نسبت نصف مثال سیم هر گاه چهار مقدار باشند که نسبت اول بدوم
نسبة ضعف باشد و نسبت دوم بسیم نسبت خمس باشد و نسبت سیم بچهارم
نسبت سه ضعف باشد مثل ۳۰ و ۱۵ و ۷۵ و ۲۵ پس نسبت اول بچهارم
نسبت ضعف خمس سه مثل خواهد بود و خمس سه مثل سه خمس است پس
اول ضعف سه خمس چهارم باشد و ضعف سه خمس مثل و خمس است پس
اول مثل و خمس چهارم باشد پس نسبت مثل و خمس مؤلف باشد از نسبة
ضعف و نسبت خمس و نسبة سه مثل و از انچه مذکور شد ظاهر شد نسبتی
که در ما بین دو طرف مقادیر است مؤلف است از جمیع نسبتهائی که در ما بین
ان مقادیر است خواه ان مقادیر سه باشد یا چهار یا بیشتر و نسبتهائی
که در ما بین هر مقادیر واقع شود عدد ان نسبتها یکی کمتر باشد از عدد
ان مقادیر هر گاه ان نسبتها بر توالی باشد یعنی هر یک از حدود متوسطه
در ما بین طرفین مشترک در ما بین دو نسبت باشد پس هر گاه عدد مقادیر
سه باشد عدد نسبت دو باشد و هر گاه عدد مقادیر چهار باشد عدد
نسبت سه باشد و علی هذا القیاس و چون حکم نسبة مؤلفه معلوم شد باید
حکم نسبة منقسمه که مقابل ان است بر ان قیاس شود یعنی هر نسبت مؤلفه از
دو نسبت چون بر احد نسبتین قسمت شود نسبت دیگر حاصل میشود و
مثال ان ظاهر است و هر نسبت مؤلفه از بیشتر دو نسبت چون قسمت
شود بر یکی از ان نسبتها باقی انها حاصل میشود مثلا در مثال مذکور
که ربع سدس مؤلف است از نصف و ثلث و ربع اگر ربع سدس بر نصف
قسمت شود حاصل نصف سدس است که ثلث ربع باشد و اگر بر ثلث

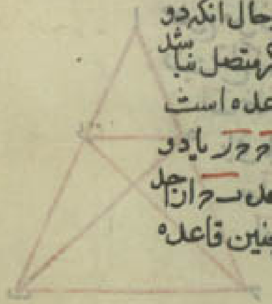
قسمت شود حاصل سه ربع سدس است که نصف ربع باشد واگر
بر ربع قسمت شود حاصل سدس است که نصف ثلث است واگر بر نصف
ثلث قسمت شود حاصل سدس ونصف سدس است که ربع است و
اگر بر ثلث ربع قسمت شود حاصل سه سدس است که نصف است
واگر بر نصف ربع قسمت شود حاصل دو سدس است که ثلث باشد پس
ظاهر شد که هر نسبت مؤلفه از سه نسبت که اگر بر یکی ازان سه نسبت قسمت شود
دو نسبت دیگر حاصل میشود واگر بر دو نسبت انها قسمت شود یک نسبت
دیگر بهم میرسد وهمچنین است حکم هرگاه مؤلف از چهار نسبت یا پنج
نسبت یا زیاده ازان باشد وچون مقام خالی از اغلاق نیست و ابهام
نبود در توضیح این کلام بطول انجامید والله الملهم للصواب و امثال
اشکال همچنانکه اشاره بان شد سی ودو شکل است ا سطوح متوازیة
الاضلاع ومثلثات که متساوی الارتفاعات باشند نسبت بعضی
ازانها به بعضی چون نسبت قواعد است یعنی نسبت سطح بسطح چون نسبت
قاعده سطح اول است بقاعده سطح دوم وهمچنین نسبت مثلث بمثلث نسبة
قاعده بقاعده است مثلا دو سطح ه ح ح ز ودو مثلث ا ب ح ا ح د
متساوی الارتفاعند پس میگوییم نسبت احد سطحین یا مثلثین بدیگری
چون نسبت ب ح است به ح د واز جهت اثبات مطلوب اخراج میکنیم
ب د را در دو جهت وازان مثل ب د چند انکه ممکن باشد جدا
میکنیم ۳ م ا چون ب ح ح ط ونیز مثل ح د چند انکه ممکن باشد جدا کنیم
مثل د ک ک ل ووصل میکنیم ا ح ا ط ا ک ا ل پس مثلثات ا ب ح
ا ح ب ا ط ح متساویند ۳۸ م ا زیرا که واقعند در جهت واحد بر
بر قواعد متساویه ودر مابین دو خط متوازی که ط ل ه ز باشند
نظر بانکه بعض اضلاع هر یک از دو سطح ه ح ح ز متوازیند وجمیع این
مثلثات اضعاف مثلث ا ب ح اند بعدة مخصوصه وقواعد ح ب

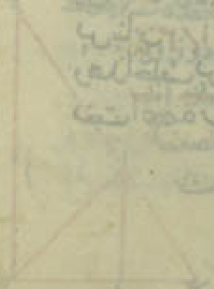
سح ح ط متساوی

ب ح ح ط متساویند بعمل وجمیع انها اضعاف قاعده ب ح اند بهمان
عدد مخصوصه وهمچنین جمیع مثلثات ا ح د ا د ک ا ک ل متساویند
۳۸ م ا وجمیع انها اضعاف مثلث ا ح د اند بعدة معینه وقواعد
ح د د ک ک ل متساویند بعمل وجمیع انها اضعاف قاعده ح د اند
بهمین عدد معینه پس جمیع ا ط ح اگر زاید باشد بر جمیع ا ل ح ط ح نیز
زاید بر ل ح باشد وهمچنین است حکم در نقصان وتساوی پس



مثلث ا ب ح وقاعده ب ح ومثلث ا ح د وقاعده ح د
چهار مقادیرند که اضعاف متساوی العدد اول وسیم
اعنی ا ط ح وط ح یا زایدند بر اضعاف دوم وچهارم
اعنی ا ل ح ول ح یا ناقص اند از انها یا مساویند با انها
پس بعکس مصادره مذکوره در مقاله خامسه نسبت
ا ب ح بمثلث ا ح د مثل نسبت ب ح است به ح د وهمچنین
است بیان در سطوح متوازیة الاضلاع چون ه ح ح ز وفرق انست
که اضعاف هر یک از سطحین که عمل میشود سطوح متوازیة الاضلاع
اند به مثلثات پس بیان موقوفست بر انکه ه ز از دو جهت اخراج شود
وامثال ه ا ا ز جدا شود تا از وصل خطوط در ما بین نقاط سطوح
متوازیة الاضلاع حاصل شود وباقی بیان بنحویست که مذکور شد و
مخفی نیست که رسم شکل بنحویکه در کتابست واخراج ب د در دو جهت در
صورتیست که دو سطح یا دو مثلث متصل بیکدیگر باشند وحال انکه دو
سطح یا دو مثلث متساوی الارتفاع اگر قاعده انها بیکدیگر متصل نباشد
باز نسبت سطح بسطح یا مثلث بمثلث مثل نسبت قاعده بقاعده است
لیکن اصل بیان مختلف نمیشود زیرا که هرگاه از دو سطح ه ح ح ز یا دو
مثلث ا ب ح ا ح د منفصل از یکدیگر رسم شوند چون قاعده ب ح از جهت
طرفین رسم شود وامثال ب ح ازان جدا شود وهمچنین قاعده





ج د از احد طرفین رسم شود و امثال ج د از ان جدا شود باقی بیان
بنحو مذکور جاری میشود و مطلوب ثابت میشود و محرر گفته است که
اگر سطوح و مثلثات بر نسبت قواعد باشند متساوی الارتفاع
خواهند بود مثلا دو مثلث ا ب ج د ج ه واقعند بر خط ب ه و
نسبت انها مثل نسبت ب ج است به ج ه پس میگوییم ارتفاع این دو
مثلث اعنی ا ر د ح که دو عمود مخرج از راس مثلثین اند بقاعدهٔ
انها متساویند زیرا که اگر متساوی نباشند فرض میکنیم ط ح مساوی
ا ر است و وصل میکنیم ط ج ط ه را و میگوییم نسبت مثلث ا ب ج

بمثلث ط ج ه مثل نسبت ب ج است به ج ه ا م ٦ و حال
انکه نسبت مثلث ا ب ج بمثلث د ج ه نیز بعینه مثل
نسبت ب ج به ج ه بود پس نسبت مثلث ا ب ج بهریک
از دو مثلث د ج ه ط ج ه واحد است ١١ م ٥
پس دو مثلث د ج ه ط ج ه متساوی خواهند بود
٩ م ٥ و هذا خلف و بر این قیاس است بیان در سطوح و مخفی نیست
که هرگاه دو مثلث بیکدیگر متصل باشند بنحوی که دو عمود خط واحد
شوند و زاویهٔ ج در دو مثلث قائمه باشد بیان در نهایت ظهور است
و در دو سطح در صورت اتصال و انفصال در بیان تفاوت بهم نمیرسد
ب هرگاه خطی از ضلع مثلثی بضلع دیگر ان اخراج شود پس اگر ان خط
مخرج موازی ضلع باقی باشد دو ضلع را بر یک نسبة قطع کند و اگر بر یک
نسبت قطع کند موازی ضلع باقی باشد مثلا در دو مثلث ا ب ج از ضلع
ا ب خط د ه اخراج بضلع ا ج شده است پس اگر د ه موازی ضلع ب ج
باقی باشد دو ضلع ا ب ا ج را بر یک نسبت قطع کند اعنی نسبت ا د
به د ب مثل نسبت ا ه به ه ج باشد و اگر نسبت ا د به د ب چون نسبة
ا ه به ه ج باشد د ه موازی ب ج باشد و در بیان مطلوب

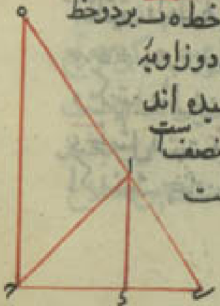
اول بعد از بصیر

اول بعد از وصل ب ه د ح میگوییم دو مثلث د ب ه د ح ه چون بر قاعده
د ه ودر ما بین دو خط متوازی اعنی د ه ب ح واقعند باید متساوی
باشند ۳۷ م ا و نسبت مثلث اد ه با انها یك نسبت باشد ۷ م ه وچون
مثلث اد ه با هر یك از انها متصل است و بر یك ارتفاع است پس بنا بر
ا م ۶ نسبت مثلث اد ه به مثلث د ب ه مثل نسبت اد است به د ب و
بمثلث د ح ه مثل نسبت اه است به ه ح پس بنا بر ۱۱ م ه نسبت اد به د ب
مثل نسبة اه است به ه ح وهو المطلوب ودر بیان مطلوب دوم میگوییم
همچنانکه مفروض است نسبت اد به د ب مثل نسبت اه است به ه ح و
بنا بر ا م ۶ نسبت اد به د ب مثل نسبت مثلث اد ه است بمثلث ه ب د
و نسبت اه به ه ح مثل نسبت مثلث اد ه است بمثلث د ح ه پس بنا بر
۱۱ م ه نسبت دو مثلث ه ب د و د ح ه بمثلث اد ه واحد است پس
نسبت اد ه نیز بحکم ضرورت با انها واحد است پس بنا بر ط م ه دو مثلث
مذکور اعنی د ب ه د ح ه با یکدیگر متساویند وچون متساوی باشند
د ه ب ح متوازیند ۳۹ م ا وهو المطلوب ومحرر گفته است بوجه اخر
در بیان مطلوب اول میگوییم اگر د ه موازی ب ح باشد و نسبت اد
به د ب مثل نسبت اه به ه ح نباشد فرض میکنیم که مثل نسبت اه به ه ر
است و وصل میکنیم ب ر د ر را و بمثل بیانی که در مطلوب دوم از اصل
اثبات شد که دو مثلث د ب ه د ح ه متساویند و د ه ب ح متوازیند
اثبات میکنیم که دو مثلث د ب ه د ر ه متساویند و د ه ب ر متوازیند
پس ب ر موازی د ه است وحال انکه بفرض ب ح نیز موازی د ه بود
پس بنا بر ۳ م ا ب ر ب ح نیز متوازیند وحال انکه با یکدیگر تقاطع کرده اند
وهذا خلف پس نسبت اد به د ب مثل نسبة اه به ه ح است نه مثل
نسبت اه به ه ر وهو المطلوب ودر بیان مطلوب دوم میگوییم اگر نه

اد به د ب

اد به د ب مثل نسبت اه به ه ح باشد و ب ح موازی د ه نباشد پس باید
مثلا موازی د ر باشد وچون د ر موازی ب ح باشد بنا بر ۳۷ م ا
دو مثلث د ب ر د ح ر که بر قاعده د ر ودر میان دو متوازی
د ر ب ح واقعند متساویند و نسبت مثلث اد ر با انها یك
نسبت است لکن نسبت اد ر به د ب ر مثل نسبت اد است
به د ب ا م ۶ و بمثلث د ح ر مثل نسبت ار است به ر ح
ا م ۶ پس نسبت اد به د ب مثل نسبت ار است به ر ح
۱۱ م ه لکن بفرض نسبت اد به د ب مثل نسبت اه به ه ح بود پس نسبة اه
به ه ح مثل نسبت ار است به ر ح ۱۱ م ه و اه اصغر است از ار اگر ر در
ما بین ه ح واقع شود پس باید بنا بر ۱۴ م ه ه ح در صورت اول اصغر از ر ح
باشد ودر صورت اعظم از ان باشد وهذا خلف پس مطلوب ثابت است
ج هر مثلثی که از یکی از زوایای ان خطی بوتر ان زاویه رود پس اگر ان خط
منصف ان زاویه باشد نسبت یکی از دو قسم او تر بقسم دیگر چون نسبت یکی
از دو ضلع ان زاویه باشد بضلع دیگر بر ولاء یعنی بترتیب مذکور باشد
که نسبت اول بثانی چون نسبت ثالث برابع باشد نه اینکه نسبت اول بثالث
اخذ شود وثانی برابع تا نسبت قسم بضلع مثل نسبت قسم بضلع باشد واگر نسبة
چنین باشد خط منصف زاویه باشد مثلا در مثلث ب اح خط اد از زاویه ا
اخراج شده است بوتر ان که ب ح باشد واخراج میکنیم از ح ح ه را موازی
د ا ۳۱ م ا و اخراج میکنیم ب ا را تا ملاقات کند ح ه را بر نقطه ه صه م ا
پس دو زاویه ب اد ب ه ح خارجه وداخله که از وقوع خط ه ب بر دو خط
اد ه ح بهم رسیده اند متساویند ۲۹ م ا وهمچنین دو زاویه
ح اد اح ه متبادلتین که از وقوع اح بر اد ه ح بهم رسیده اند
متساویند ۲۹ م ا و فرض میکنیم اولا که زاویه ب اح منصف است
بخط اد پس میگوییم نسبة ب د که یکی از دو قسم و تر است

همچنانکه مربع ... است و اعظم است از انکه ... ما بین اه واقع شود



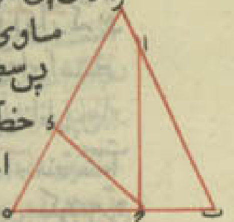
اد به د بخش

به د ج که قسم دیگر است چون نسبت ب ا است که یکی از دو ضلع زاویه ب
به اج که ضلع دیگر انست زیرا که درین صورت دو زاویه اه ج اج ه متساویند
زیرا که اه ج مساوی ب اد بود و اج ه مساوی ج اد بود در نظر به تنصیف
زاویه ب اد مساوی ج اد است پس اه ج نیز مساوی اج ه است و
از تساوی انها لازم می اید تساوی اج اه ۶ ا پس بنا بر ۲ ۶ نسبه ب د
به د ج چون نسبة ب ا است به اه اعنی اج و هو المراد و ایضا اگر نسبت
چنین باشد یعنی نسبت ب د به د ج مثل نسبت ب ا باشد به اه زاویه
بخط اد منصف باشد زیرا که نسبت ب د به د ج مثل نسبت ب ا است به اج
بفرض و نسبت ب د به د ج مثل نسبت ب ا است به اه ۲ ۶ پس نسبة ب ا و اج
و اه یکی باشد ۱۱ ۵ پس اج اه متساویند ۹ ۵ پس زاویه اه ج اعنی ب اد
۲۹ ۱ بنا بر ۵ ۱ مساویست بزاویه اج ه اعنی زاویه ج اد ۲۹ ۱ و هو
المطلوب و محرر گفته است بوجه اخر اخراج میکنیم از د دو عمود ده د ز بر
ضلعین ۱۲ ۱ پس اگر زاویه ب اج منصف باشد بخط اد باید دو عمود
مذکور متساوی باشند زیرا که درین صورت در دو مثلث اه د اد ز دو
زاویه ا متساویند و دو زاویه ه ز قائمه و ضلع اد مشترک است پس
بنا بر ۲۶ ۱ دو عمود ده د ز متساویند و ده ارتفاع مثلث ب اد
است بنا بر انکه اب را قاعده ان فرض کرده ایم و د ز ارتفاع مثلث
ج اد است بنا بر انکه اج قاعده ان فرض شده است پس نسبت مثلث
ب اد به مثلث ج اد مثل نسبت ب ا است به اج ۱ ۶ و اگر قاعده
مثلثین را ب د د ج فرض کنیم نسبت مثلثین مثل نسبت ب د است
به د ج ۱ ۶ پس نسبت مثلثین بیکدیگر مثل نسبة ب ا است به اج
و بیکدیگر مثل نسبة ب د است به د ج پس بنا بر ۱۱ ۵ نسبة ب د به
د ج مثل نسبت ب ا است به اج پس مدعای اول ثابت شد و ایضا
اگر نسبت چنین باشد یعنی نسبت ب د به د ج چون نسبت ب ا

به اج پس زاویه

به اج باشد زاویه منصف است بخط اد زیرا که نسبت مثلثین مثل نسبة
ب د به د ج زیرا که نقطه ا راس مثلثین است و مقابل ان که ب د د ج
باشد که بیکدیگر متصل اند قاعده انهاست پس قاعده و راس انها متحد است
لهذا ارتفاع انها متساوی خواهد بود و چون برارتفاع واحد باشند
نسبت مثلثین چون نسبت ب د باشد به د ج ۱ ۶ و نسبت ب د
به د ج بفرض مثل نسبت ب ا است به اج پس هرگاه ب ا اج قاعده
دو مثلث بگردانیم نسبت مثلثین مثل نسبت قاعدتین اعنی
ب ا اج خواهد بود زیرا که نسبت مثلثین چون نسبت ب د بود به د ج
و نسبت ب د به د ج بفرض مثل نسبت اب است به اج پس نسبت مثلثین
مثل نسبت اب است به اج که قاعده انها فرض شده است پس بعکس
۱ ۶ دو ارتفاع ده د ز متساویند پس در دو مثلث اه د از د
دو ضلع ده د ز متساویند و دو ضلع اه از نیز متساویند زیرا که هرگاه
نقطه د را راس این دو مثلث بگردانیم و اه از را قاعده انها کنیم نسبة
مثلثین چون نسبت قاعدتین خواهد بود ۱ ۶ و این دو مثلث متساویند
زیرا که هرگاه از نقطه ا خطی اخراج کنیم که موازی خط ه د یا خط ز د باشد
این دو مثلث در مابین دو متوازی و بر دو قاعده متساوی واقع خواهند
بود پس این دو مثلث متساویند و چون متساوی باشند اه از که بر
نسبت این دو مثلث است نیز متساویند و ضلع اد مشترک است پس
اضلاع هر یک از مثلثین مساوی اضلاع دیگریست بر تناظر پس بنا بر
۸ ۱ دو زاویه ه اد ز اد متساویند پس زاویه ب اج منصف است
بخط اد و هو المطلوب و بوجه دیگر در تساوی زاویتین میگوییم مربع
خط اد مساویست با دو مربع دو خط اه ه د و همچنین مساویست
با دو مربع از ز د ۴۷ ۱ پس هرگاه دو خط ه د ز د متساوی باشند
دو خط اه از نیز متساوی باشند و اد مشترک است پس اضلاع

مثلثین بر تناظر متساویند و دو زاویه ه ا ک و ا ز نیز متساویند وهو
المطلوب و مخفی نماند که در بیان محرر در اثبات زاویتین مسامحه است
زیرا که بعد از آنکه اثبات تساوی ده دز را نموده است و گفته است که
اک مشترک است پس زاویتین متساویند و ظاهر است که مجرد تساوی
دو مثلث در دو ضلع بحواله هیچ یک از اشکال تساوی مثلثین ثابت
نمیشود ک هر دو مثلثی که زوایای آنها بر تناظر متساوی باشند
اضلاع آنها بر تناظر متناسب باشند مثلا در دو مثلث ا ب ج
د ج ه دو زاویه ب ا ج ج د ه متساویند و همچنین دو زاویه ب ج ا
ج ه د متساویند و همچنین دو زاویه ج ب ا ه ج د متساویند پس
میگوییم نسبت ب ج به ج ه مثل نسبت ب ا است به ج د و مثل
نسبت ا ج است به د ه و این دو مثلث را بر خط ب ج ه فرض میکنیم
و اخراج میکنیم ب ا ه د را تا بر ز ملاقات کنند زیرا که خارجند از
خط ب ه بر کمتر از دو قائمه باعتبار آنکه زاویه ه مساوی زاویه ا ج ب
است بعرض و ا ج ب و ا ب ج چون دو زاویه مثلث اند کمترند از دو
قائمه ۱۷ م ا و چونکه زاویه خارجه ا ج ب مساوی داخله ج ه د است
بعرض پس ا ج موازی ز ه است ۲۸ م ا و چونکه زاویه خارجه د ج ه
مساوی داخله ا ب ج است پس د ج موازی ز ب است ۲۸ م ا
پس سطح ز ج متوازی الاضلاع است پس میگوییم چون ا م ج

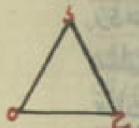


خطی است که از احد اضلاع مثلث ز ب ه بضلع دیگر آن
اخراج شده است و موازی ضلع باقیست که ز ه باشد لهذا
بنا بر ۲ م ۶ نسبت ب ج به ج ه مثل نسبت ب ا است
به ا ز اعنی به ج د ۳۴ م ا و چونکه ج د نیز خطی است که از یکی اضلاع
مثلث ز ب ه بدیگری اخراج شده است و موازی ضلع باقی است
که ز ب باشد پس بنا بر ۲ م ۶ نسبت ب ج به ج ه مثل نسبت ز د است

اعزاد

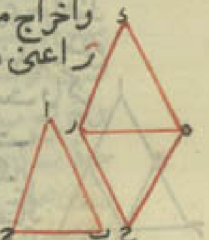
اعنی ا ج ۳۴ م ا به د ه پس ثابت شد که در دو مثلث ا ب ج د ج ه
نسبت ب ج به ج ه مثل نسبت ا ب است به ج د و مثل نسبت ا ج است
به د ه و بنا بر ۱۱ م ۵ نسبت ب ا به ج د نیز مثل نسبت ا ج است به د ه
وهو المطلوب و مخفی نیست که بیان بنحو مذکور در صورتیست که دو
قاعده مثلثین بیکدیگر متصل باشند و اگر مثلثین بالکلیه از یکدیگر
منفصل باشند این بیان جاری نیست و باید مطلوب بنحوی که محرر
در وجه آخر گفته است ثابت کرد و محرر گفته است بوجه آخر فرض میکنیم
که دو مثلث ا ب ج د ح ه است و دو زاویه ا د متساویند و همچنین دو
زاویه ب ح متساویند و دو زاویه ج ه نیز متساویند پس اگر ا ب
مساوی د ح باشد باقی اضلاع مثلثین بر تناظر متساوی خواهند
بود ۲۶ م ا و مطلوب ثابت خواهد بود زیرا که با وجود مساوات اضلاع
مثلثین بر تناظر تناسب در میان آنها ظاهر و بدیهی است و اگر

ا ب و د ح مختلف باشند فرض میکنیم که ا ب اطول است
و از آن جدا میکنیم ب ز را مثل ح د ۳ م ا و اخراج میکنیم
ز ط را موازی ا ج ۳۱ م ا پس بنا بر ۲۶ م ا مثلث ز ب ط مساوی
مثلث د ح ه است و نسبت ا ز به ز ب مثل نسبت ج ط است



به ط ب ۲ م ۶ پس بنا بر ۱۸ م ۵ نسبت ا ب به ب ز بترکیب مثل
نسبت ج ب است به ب ط و ب ز مثل ح د است بعمل و ب ط
مثل ح ه است بجهت تساوی مثلثین و اضلاع آنها بر تناظر پس
بنا بر ۹ م ۵ نسبت ا ب به د ح مثل نسبت ج ب است به ح ه و
اخراج میکنیم ط ک را موازی ب ا ۳۱ م ا و بشکل ۲ م ۶ بیان میکنیم
نسبت ج ب به ب ط اعنی ح ه مثل نسبت ج ا است به ا ک و ا ک
مساوی ز ط است ۳۴ م ا و ز ط مساوی د ه است بجهت تساوی
مثلثین پس نسبت ج ب به ح ه مثل نسبت ج ا است به د ه پس ثابت

شد که در دو مثلث ا ب ج د ح ه که زوایای نظایر انها متساویند
اضلاع انها نیز متناسبند یعنی نسبت ج ب به ح ه مثل نسبت
ا ب است به د ح و مثل نسبت ج ا است به د ه و بنا بر یا م ه
نسبت ا ب به د ح نیز مثل نسبت ج ا است به د ه و هو المراد ه
هر دو مثلث که اضلاع انها بر تناظر متناسب باشند زوایای انها
بر تناظر متساوی باشند مثلا در دو مثلث ا ب ج د ه ر نسبت ا ب
به د ه مثل نسبت ا ج است به د ر و مثل نسبت ب ج است به ه ر
و بجهت اثبات مطلوب بنا بر کج م ا عمل میکنیم بر ه از ه ر زاویه
ر ه ح را مثل زاویه ب و بر ر از ه ر زاویه ه ر ح را مثل زاویه ج
و اخراج میکنیم دو ضلع را تا ملاقات کنند بر ح زیرا که دو زاویه ه
ر اعنی ب ج کمتر از دو قائمه اند یز م ا پس زوایای دو مثلث



ا ب ج ح ه ر بر تناظر متساویند لب م ا و نسبت ب ج به
ه ر مثل نسبت ب ا است به ه ح د م و و بعض نسبة
ب ج به ه ر مثل نسبت ب ا است به ه د پس ه ح ه د
متساویند ط م ه و بمثل این بیان ثابت میکنیم که ر ح
ر د متساویند پس بنا بر ح م ا زوایای مثلث د ه ر مساویند با زوایای
مثلث ه ح ر بر تناظر و زوایای مثلث ح ه ر مساویند با زوایای
مثلث ا ب ج بعمل پس زوایای مثلث د ه ر مساویند با زوایای مثلث
ا ب ج بر تناظر و هو المطلوب و محرر گفته بوجه دیگر فرض میکنیم که
دو مثلث ا ب ج د ح ه است بنحویکه در شکل متقدم یعنی شکل
چهارم در وجه اخر رسم شده اند پس اگر این دو مثلث متساوی
الاضلاع باشند بر تناظر بشکل ح م ا مطلوب یعنی تساوی زوایای
مثلثین بر تناظر ثابت است و اگر مختلف باشند فرض میکنیم که اضلاع
مثلث ا ب ج اطولند از اضلاع مثلث د ح ه بر تناظر و اطولیت جمیع

اضلاع احد مثلثین

اضلاع احد مثلثین از جمیع اضلاع مثلث دیگر بر تناظر بجهت انست که
بر تقدیر تناسب اضلاع اگر یکضلع از احدهما اطول از یکضلع دیگر
باشد لازم است که دو ضلع دیگر از مثلث اول نیز اطول باشند
از دو ضلع دیگر از مثلث دوم بر تناظر پس بنا بر ج م ا جدا میکنیم ب ر
را مثل ح د و ا ک را مثل د ه و وصل میکنیم ر ط ط ک را و میگوییم بنا
بر ب م و نسبت ا ب به د ح اعنی به ر ب بعمل مثل نسبت ج ب است
به ح ه اعنی ب ط بعمل پس بنا بر یز م ه نسبت ا ر به ر ب بتفصیل
مثل نسبت ج ط است به ط ب پس بنا بر ب م و ر ط موازی ا ج است
و بمثل این بیان ثابت میکنیم که ط ک موازی ب ا است پس سطح
ا ر ط ک متساوی الاضلاع است و ا ک مساوی ر ط است لد
م ا پس اضلاع دو مثلث ب ر ط ح د ه بر تناظر مساوی باشند
و زوایای انها متساوی باشند بر تناظر ح م ا لیکن زوایای مثلث
ب ر ط مساوی زوایای مثلث ب ا ج اند بر تناظر زیرا که زاویه ب
مشترک است و دو زاویه خارجه ب ر ط ب ط ر مساوی دو زاویه
داخله ب ا ج ب ج ا اند و چون زوایای مثلث ب ا ج مساوی باشند
با زوایای مثلث ب ر ط که مساویند با زوایای مثلث ح د ه نظایر
پس زوایای مثلث ب ا ج نیز مساوی باشند با زوایای مثلث ح د ه
بر تناظر و هو المطلوب و هر گاه دو زاویه از دو مثلث متساوی
باشند و اضلاع محیط بانها متناسب باشند باقی زوایای دو مثلث
متساوی باشند مثلا در دو مثلث ا ب ج د ه ر دو زاویه ا د متساوی
و نسبت ا ب به د ه مثل نسبت ا ج است به د ر پس میگوییم دو

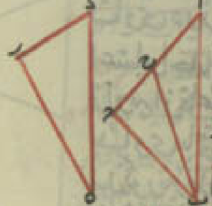
زاویه ب ج مساوی دو زاویه ه ر اند و بنا بر کج م ا عمل
میکنیم بر د از خط د ر زاویه ر د ح را مثل زاویه و بر ر از
خط ر د زاویه د ر ح را مثل زاویه ج و اخراج میکنیم دو ضلع را

تا بر ح ملاقی شوند بجهت خروج انها از د ز بر کمتر از دو قائمه همچنانکه
وجه ان ظاهر است پس بنا بر ۳۲ / ۱ زوایای دو مثلث ا ب ح
د ح ز متساوی باشند پس نسبت اح به د ز مثل نسبت اب است به
د ح ۴ / ۶ و نسبت اح به د ز بعرض مثل نسبت اب است به ده پس د ح
ده متساوی باشند ۹ / ۵ و دو زاویه د که بعرض و عمل مساوی زاویه
ا اند متساویند پس بنا بر ۴ / ۱ زوایای دو مثلث ه د ز ح د ز متسا
ویند و زوایای مثلث ح د ز بعمل مساوی زوایای مثلث ب ا ح اند
پس زوایای مثلث ه د ز نیز مساوی زوایای مثلث اند بر تناظر
وهو المطلوب و چون زوایای مثلثین بر تناظر متساوی باشند
جمیع اضلاع انها بر تناظر متناسب باشند و محرر گفته است بوجه
دیگر میگوییم اگر با وجود تساوی دو زاویه ا د ب ا اح مساوی ه د د ز
باشند مطلوب بملاحظه ۴ / ۱ ثابت میشود و اگر مساوی نباشند فرض
میکنیم که ب ا اح اطول اند از ه د د ز و ممکن نیست که احدهما اطول از
نظیر خود باشد و دیگری اطول از نظیر خود نباشد زیراکه بعرض این
چهار ضلع متناسبند پس هرگاه اول زاید بر ثانی باشد باید ثالث
نیز زاید بر رابع باشد پس جدا میکنیم اط را مثل ده و اک را مثل
د ز و وصل میکنیم ط ک را پس نسبت ب ا اط مثل نسبت ح ا اک است
زیراکه نسبت ب ا به ده مثل نسبت ح ا بود به د ز و ده د ز بعمل
مساوی اط اک اند پس نسبت ب ا به اط مثل نسبت ح ا است
به اک و بنا بر ۱۷ / ۵ بتفصیل نسبت ب ط ط ا چون نسبت
ح ک ک ا است پس ب ح ط ک متوازیند ۲ / ۶ پس
زوایای دو مثلث ب ا ح ط ا ک متساویند بر تناظر

زیراکه زاویه ا مشترک است و دو زاویه ط ک خارجه مثل دو زاویه
ب ح داخله است ۲۹ / ۱ و زوایای مثلث ط ا ک مساوی زوایای

مثلث ه د ز

مثلث ه د ز اند بر تناظر ۴ / ۱ نظیر با واو دو ضلع اط اک با دو ضلع
ده د ز بعمل و تساوی دو زاویه ا د بعرض پس زوایای مثلث ب ا ح
ه د ز نیز متساویند و هو المراد و مخفی نماناد که در اکثر نسخ دو شکل
سواد مرسوم است و با وجود اضافه خط ط ک بسواد در مثلث
ا ب ح که در اصل کتاب است احتیاج برسم این دو شکل نیست و در
نسخ قدیمه این دو شکل نیست و در بعضی نسخ منقوله از نسخه محرر
هیچیک از دو شکل و خط مضاف نیست ز هرگاه دو زاویه
از دو مثلث متساوی باشند و اضلاع محیط بدو زاویه دیگر
متناسب باشند و هریک از دو زاویه باقی یا اصغر از قائمه باشد
یا هیچیک اصغر نباشند زوایای باقیه بر تناظر متساوی باشند مثلا
در دو مثلث ا ب ح ده ز دو زاویه ا د متساویند و نسبت اب به ده
مثل نسبت ب ح است به ه ز و هریک از دو زاویه ح ز یا اصغرند از قائمه



یا اصغر نیستند پس میگوییم دو زاویه ب ه متساویند
و همچنین دو زاویه ح ز نیز متساویند زیراکه اگر دو زاویه
ب ه متساوی نباشند فرض میکنیم که ب اعظم است از
ه و عمل میکنیم ا ب ح را مثل ه ۲۳ / ۱ پس در دو مثلث ده ز
ا ب ح چون دو زاویه ا د مساویند بعرض و دو زاویه ب ه
متساویند بعمل پس باقی میماند زاویه ب ح ا مثل زاویه ز ۳۲ / ۱ پس بنا
بر ۴ / ۶ نسبت اب به ده مثل نسبت ب ح است به ه ز و نسبت اب
به ده بعرض مثل نسبت ب ح بود به ه ز پس ب ح ب ح متساویند ۹ / ۵ و
دو زاویه ب ح ح ب ح ح متساویند ۱ / ۵ پس اگر هیچیک از دو زاویه ح ز
اصغر از قائمه نباشند در مثلث ح ب ح دو زاویه واقع شود که با هم اصغر
از دو قائمه نباشند و ان دو زاویه ح است که بعرض اصغر از قائمه نیست
و ح است که مساوی ح است همچنانکه ثابت شد و وقوع دو زاویه که

بعضی

اصغر از دو قائمه نباشند در یک مثلث باطل است ۱۷ م ا واگر هر یک
از دو زاویه ح ز اصغر از قائمه باشد ب ح که مساوی د است ۵ م ا
نیز اصغر از قائمه باشد پس زاویه ا ح ب اعظم از قائمه باشد ۱۳ م ا
و همچنان که سابقا مذکور شد زاویه ا ح ب مساوی زاویه ز است
پس زاویه ز نیز اعظم است از قائمه باشد و حال آنکه فرض اینست که
زاویه ز اصغر از قائمه است و هذا خلف و این خلف ناشی است
از فرض عدم تساوی دو زاویه ب ه با وجود تساوی دو زاویه ا د
و تناسب اضلاع محیطه بدو زاویه ا ح د ه ز اعنی ا ب د ه ب ح
ه ز با شرط مذکور اعنی اصغر نبودن هیچیک از دو زاویه ح ز از قائمه
یا اصغر بودن هر یک از قائمه پس با وجود تساوی و تناسب مذکورین
و شرط مذکور باید دو زاویه ب ه متساوی باشند و از تساوی
انها با تساوی دو زاویه ا د همچنانکه مفروض است لازم می اید
تساوی دو زاویه ح ز ایضا ۳۲ م ا و هو المطلوب و مخفی نماند که
اعتبار احد شرطین مذکورین اعنی اصغر بودن هر یک از دو
زاویه از قائمه یا اصغر نبودن هیچیک از قائمه بجهت اینست که حکم
بتساوی باقی زوایا بدون یکی از این دو شرط باطل است و برهان
مذکور نیز بدون ان تمام نیست اما بطلان بجهت اینست که مراد از
شرط اول اینست که بدانیم که هر یک از دو زاویه حاده است و اگر چه
قبل از برهان علم بتساوی انها حاصل نباشد و مراد از شرط دوم
اینست که بدانیم که هیچیک از دو زاویه کمتر از قائمه نیست یعنی قبل از برهان
بدانیم که هیچیک حاده نیستند و محتمل باشد که هر دو قائمه باشند
یا هر دو منفرجه باشند یا احدهما قائمه و دیگری منفرجه باشد و اگر
چه به برهان معلوم شود غیر حاده متساویند یعنی یا هر یک قائمه اند
یا منفرجه و بالجمله با وجود تحقق یکی از این دو شرط به بیان مذکور ثابت

میشود که دو زاویه

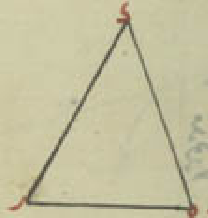
میشود که دو زاویه متساویند خواه حاده باشند یا قائمه یا منفرجه و تساوی
بودن انها مخالفتی با فرض ندارد زیرا که دو قائمه باید البته مساوی باشند
و دو حاده یا دو منفرجه میتوانند شد که متساوی باشند و احتمال قائمه بودن
احدهما و منفرجه بودن دیگری که داخل در عموم شرط دوم است اگر چه منافی
تساویست لکن این احتمال بمحض تقدیر است و بمجرد توهم داخل در عموم است
و در واقع تحقق ندارد و منافات در صورت تحقق واقعیت نه بمجرد احتمال
اما هر گاه هر دو شرط منتفی باشند باید احدهما حاده باشد و دیگری قائمه
یا منفرجه و در این صورت تساوی این دو زاویه ممکن نیست زیرا که تساوی منافی
فرض است که اختلاف نوعی باشد و اگر چه دو زاویه از زوایای دو مثلث
متساوی باشند و اضلاع دو زاویه هم متناسب باشند بلکه در این صورت
دو زاویه که اضلاع انها غیر متناسب نمیتواند شد متساوی باشند مثلا
هر گاه مثلث ا ب ح را متساوی الاضلاع رسم کنیم ا م ا و ضلع ب ح را
تا د اخراج کنیم و ا د را وصل کنیم بر دو مثلث ا ح د ا ب د صادق است که
دو زاویه د از انها متساویند و اضلاع محیط بدو زاویه د ا ب د ا ح
متناسبند چه نسبت د ا به ا ح مثل نسبت د ا است به ا ب ۷ م ۵
بجهت تساوی ا ح ا ب و صادق نیست که باقی زوایا متساویند زیرا که
دو زاویه ح ا د ب ا د جزء و کلند و تساوی انها محالست و دو زاویه
ا ح د ا ب ح متساوی نیستند باعتبار انکه زاویه ا ب ح حاده است
زیرا که چون سه زاویه مثلث ا ب ح متساویند پس هر یک دو ثلث
قائمه اند ۳۲ م ا پس ا ح د منفرجه است و مساوات حاده با منفرجه
محالست و ایضا زاویه ا ب ح داخله است و زاویه ا ح د خارجه است
و خارجه اعظم است از داخله ۱۶ م ا و اما عدم تمامیت برهان بدون
یکی از دو شرط مذکور بجهت انست که اگر دو زاویه ح ز از یکنوع نباشند
بلکه مختلف باشند یعنی احدهما حاده باشد و دیگری قائمه یا منفرجه

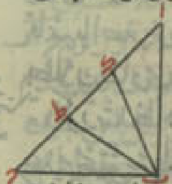
متساوی الاضلاع

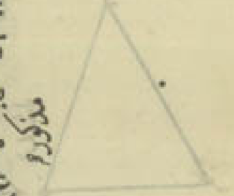
پس اگر ج اصغر و ز غیر اصغر باشد محال اول لازم نیاید و اگر بعکس باشد
محال دوم لازم نیاید و از انچه مذکور شد ظاهر میشود که انچه در تقریر
شرطین مذکور شد که هر یك یا اصغر باشد یا هیچیك اصغر نباشند
اولی است از انچه در اصل کتاب مذکور است که هر یك اصغر از قائمه
یا هر یك اصغر نباشند زیرا که صدق هر یك اصغر نباشند شاید این
نحو باشد که یکی اصغر باشد و یکی اصغر نباشد و حال انکه برهان
بر تساوی باقی زوایا درین نحو جاری نیست و ثابت باید تو گفته
که یا هر یك اصغر از قائمه باشد یا اکبر و این فاسد است زیرا که قائمه
ازین قسمت خارج میشود و بیان فایده شرط مذکور بنحویکه مذکور
شد توضیحی است از انچه علامه در ترجمه ایراد نموده است و محرر
در بیان فایده گفته است که از برای بیان فایده شرط مذکور فرض
میکنیم که هر یك از دو مثلث اب ج د ه ز که متشابه اند یعنی در هر
یك زاویه ایست که مثل زاویه ایست که در دیگریست و اضلاع محیط
بزوایای متساویه متناسبند و هر دو مثلث حاد الزوایا اند که
هر دو زاویه که از انها فرض شود هر یك اصغر از قائمه است و
اب اطول است از ب ج و اخراج میکنیم از ب عمود ب ط بر ا ج
۱۲ م ا پس ا ط اطول است از ط ج زیرا که چون زاویه ط قائمه است
پس بنا بر ۴۷ م ا مربع اب مساوی دو مربع ا ط ط ب است و مربع
ب ج مساویست با دو مربع ب ط ط ج پس هرگاه ط ب مشترك را
از اب ب ج بیندازیم از مربع اب بقدر مربع ا ط باقی بماند و از
مربع ب ج بقدر مربع ط ج باقی بماند لکن اب بفرض اطول است
از ب ج پس ا ط باقی از اب اطول است از ط ج باقی از ب ج و
بوجه دیگر اگر ا ط مساوی ط ج باشد ضلع ا ط از مثلث ا ط ب
مساوی ضلع ط ج از مثلث ط ج ب خواهد بود و ضلع ط ب مشترك است

و دو زاویه ط

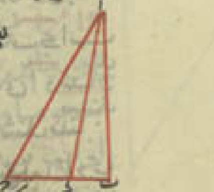
و دو زاویه ط قائمه است پس بنا بر ۴ م ا دو مثلث متساوی خواهند بود و ضلع
اب مساوی ب ج خواهد بود و این خلاف فرض است
و زاویه ا مساوی زاویه ج خواهد بود و حال انکه زاویه
ج اعظم است از زاویه ا ۱۸ م ا و هذا خلف و اگر ا ط
اصغر از ط ج باشد جدا میکنیم از ط ج ط ی را مثل ا ط
و وصل میکنیم ب ی را پس حاصل میشود مثلث ط ب ی مساوی مثلث
ا ب ط به بیان مذکور پس لازم می اید مساوات ط ب ی و ب ی اصغر است
از ب ج همچنانکه وجه ان ظاهر است پس اب نیز اصغر باشد از ب ج و حال
انکه اعظم از انست بفرض و هذا خلف و ایضا زاویه ط ی ب مساوی زاویه
ا باشد و حال انکه اعظم از انست ۱۸ م ا و چون ثابت شد که ا ط اطول از
ط ج است بنا بر ۳ م ا جدا میکنیم ط ك را مثل ط ج و وصل میکنیم ب ك را و ان
مثل ب ج است زیرا که در دو مثلث ب ط ج ب ط ك دو ضلع ط ك ط ج متساوی
و ضلع ب ط مشترك است و دو زاویه ط قائمه اند پس بنا بر ۴ م ا ب ك مثل ب ج
است و از دو مثلث اب ك د ه ز دو زاویه ا د متساویند بفرض و نسبت
اب به د ه مثل نسبت ب ك است به ه ز زیرا که در دو مثلث اب ج د ه ز
که بفرض متشابه اند نسبت اب به د ه مثل نسبت ب ج است به ه ز و ثابت شد
که ب ج مساوی ب ك است پس نسبت اب به د ه چون نسبت ب ك است
به ه ز پس درین دو مثلث اعنی اب ك د ه ز دو زاویه اعنی ا د متساوی
و اضلاع محیط بدو زاویه دیگر که دو زاویه اب ك د ه ز باشند متناسبند
و مع ذلك دو مثلث متشابه نیستند یعنی زوایای باقیه انها متساوی
نیستند زیرا که چون ب ك ط حاده است نظر بانکه ب ط ك قائمه است پس
ب ك ا منفرجه است و ه ز د بفرض حاده است و چون این دو زاویه متساوی
نباشند دو زاویه اب ك د ه ز نیز متساوی نباشند و عدم تساوی این
زوایا با وجود تساوی دو زاویه و تناسب اضلاع محیطه بزاویه دیگر عدم







تحقق شرط مذکور است اعنی اصغر بودن هریك از دو زاویه باقی از
قائمه یا اصغر نبودن هیچیك از قائمه و مخفی نیست که این بیان مختص است به
بطلان تساوی باقی زوایا بدون شرط و مغایرت آن با بیانی که اول
مذکور شد ظاهر است و متعرض ذکر عدم جریان برهان در صورت
عدم تحقق شرط نشده است زیرا که آن ظاهر است و نیز محرر گفته است
که صاحب کتاب در تقریر شرط مذکور گفته است که هریك اصغر باشد از قائمه
یا هریك اصغر نباشد و نگفته است که هریك اصغر باشد یا اکبر یا قائمه از
قسمت بیرون نرود و ثابت ازین غافل شده است بنحو ثانی گفته است و
مذکور شد که بنحو اول نیز خالی از فساد نیست و اصوب آنست که گفته شود
که هریك اصغر باشد یا هیچیك اصغر نباشد ح هرگاه عمودی از زاویه
قائمه مثلث بوتر آن اخراج شود قسمت کند مثلث را بدو مثلث متشابه
مثلث اعظم یعنی زوایای مثلث متساوی باشد و اضلاع محیط بانها
متناسب باشد مثلا در دو مثلث ابج از زاویه آ قائمه عمود آد بر بج
اخراج شده است پس میگوییم دو مثلث ابد جاد متشابه اند و متشابه
اند با مثلث بآج اما تشابه دو مثلث ابد جدب بجهت آنست که زاویه
ب در انها مشترك است و هریك از دو زاویه ادب جاب قائمه است
بعمل و فرض پس باقی میماند دو زاویه باد بجا متساوی



۳۲ م ا پس بنا بر ۴ م ۶ نسبت دب به با مثل نسبت اب است به
بج و مثل نسبت اد است به اج و بنا بر ۱۱ م ۵ نسبت اب به بج
نیز مثل نسبت اد است به اج پس مثلثین متشابه اند زیرا که
همچنانکه مذکور شد دو مثلث متشابه آنست که زوایای انها متساوی
باشد و اضلاع انها بر تناظر متناسب باشد و بمثل همین بیان ثابت میکنیم که
دو مثلث جاد جاب نیز متشابه اند و اما تشابه دو مثلث جاد ادب
بجهت آنست که دو زاویه د در انها قائمه اند بعمل و زاویه ج مثل زاویه

داب است زیرا که در مثلث اجد زاویه جدا قائمه است پس باقی
میماند دو زاویه اجد جاد معادل دو قائمه ۳۲ م ا و زاویه جاب
نیز قائمه است پس هرگاه زاویه جاد را از زاویه جاب بفکنیم
باقی میماند زاویه داب مساوی زاویه اجد و بمثل این بیان
زاویه ب مساوی زاویه جاد است و چون تساوی زوایای
مثلثین بر سبیل تناظر ثابت شد بنا بر ۴ م ۶ تشابه انها ثابت میشود
یعنی نسبت جد به اد مثل نسبت دا است به دب و مثل نسبت
جا است به اب و بنا بر ۱۱ م ۵ نسبت دا به دب نیز مثل نسبت جا
است به اب و هو المطلوب و ازین شکل ظاهر و مستبان شد عمود
وسط است در نسبت میان دو قسم وتر یعنی هر عمودی که از زاویه
اخراج بقاعده آن شود آن عمود وسط است در نسبت میان دو قسم
قاعده زیرا که در اینجا ثابت شد که نسبت جد که یکی از دو قسم وتر
است به اد عمود چون نسبت اد است به دب که قسم دیگر وتر است
و عکس نیز ثابت است یعنی نسبت بد به دا چون نسبت اد است به دج
و نیز ازین شکل مستبان شد که هریك از دو شکل ضلع مثلث اعظم
وسط است در نسبت میان قاعده آن مثلث و آن قسم از قاعده که
ملاقی آن ضلع است زیرا که در بیان تشابه دو مثلث ابد داب جاب ثابت
شد که نسبت دب که احد قسم قاعده است به با که یکی از ضلعین است
چون نسبت با است به بج قاعده و عکس نیز ظاهر است یعنی نسبت
جب به با مثل نسبت با است به بد که ملاقی با است و همچنین
میگوییم در قسم دیگر قاعده که ثابت شد که نسبت دج به جا مثل نسبت
جا است به جب و بالعکس یعنی نسبت جب به جا مثل نسبت جا است
به جد و سر این دو استنباط آنست که تناسب اضلاع دو مثلث اصغر بر تناظر
فرع آنست که وسط در نسبت باشد میان دو قسم وتر و تناسب اضلاع

هریك از دو مثلث اصغر با مثلث اعظم نزع انت هریك از دو ضلع مثلث
وسط در نسبت باشد میان قاعده وان قسم از ان که نزدیك ان ضلع است
ط میخواهیم خطی بیابیم که درمابین دو خط مفروض وسط در نسبت باشد
و فرض میکنیم که ان دو خط اب بج است که متصل اند بر استقامت و رسم
میکنیم بر مجموع دو خط متصل نصف دایره اده و بنا بر ۱۱ م ۱ اخراج میکنیم
از ب عمود بد را تا محیط و این عمود وسط در نسبت است

در میان اب بج که هرگاه وصل کنیم دا دج را زاویه
ادج قائمه خواهد بود ۳۰ م ۳ و دب عمودیست که خارج
است از این زاویه قائمه بر وتر ان و باستبانه ۸ م ۶ عمود خارج بر وتر وسط است
در نسبت میان دو قسم وتر پس عمود دب وسط است در میان دو قسم قاعده
که اب بج یعنی دو خط مفروض باشد وهو المراد و محرر گفته است بوجه دیگر
دو خط مفروض را بر یکدیگر منطبق میکنیم پس اگر با یکدیگر متساوی باشند وسط
در نسبت درمابین انها ظاهر است و در تحصیل ان احتیاج به بیان نیست
زیرا که وسط در میان دو متساوی نیست مگر مساوی و اگر با یکدیگر متفاوت
باشند بر اطول خطین نصف دایره رسم میکنیم از طرف خط اقصر عمودی به
محیط و وصل میکنیم مابین ان عمود و طرف مشترك خطین را بخطی و میگوییم این
خط واصل درمابین عمود و طرف مشترك وسط در نسبت است درمابین دو
خط مفروض و بیان این ظاهر است از انچه در اصل کتاب مذکور شد زیرا که
در شکل مرسوم در اصل فرض میکنیم که خط اقصر اب است و خط اطول اج است
و نصف دایره که بر اج اطول رسم شده است ادج است و عمودی که از طرف
خط اقصر بمحیط اخراج شده است دب است و خط واصل میان عمود
و طرف مشترك مابین خطین اعنی ا دا است پس میگوییم اد که خط واصل
است وسط در نسبت است میان خط اطول که اج باشد و خط اقصر که اب
باشد زیرا که اد ضلع مثلث ادج قائمة الزاویه است پس باستبانه ۸ م ۶ وسط است

درمابین اج

درمابین اج قاعده و اب که قسمیست از قاعده که ملاقی ضلع مذکور یعنی اد است
و اگر خط اقصر را دب فرض کنیم خط واصل دج خواهد شد
و بیان بنحو مذکور تمام خواهد شد و چونکه شکل مرسوم در اصل

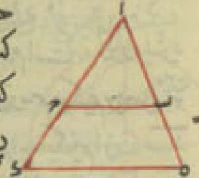
از برای صورت یعنی در صورتی که نصف دایره بر خط اطول رسم
شود کافی بود محرر باین اکتفا نمود و شکل علیحده رسم نکرد و
شکلی که محرر بسواد رسم نموده است از برای صورت دوم است که مذکور میشود
همچنانکه گفته است یا بر تقدیر انطباق و تفاوت خطین رسم میکنیم بر فصل مابین
خطین که اج باشد نصف دایره ادج و بنا بر ۱۶ م ۳ اخراج میکنیم از ب بد
بنحوی که مماس نصف دایره باشد و میگوییم بد وسط است در میان اب بج
زیرا که هرگاه وصل کنیم دا دج ده را زاویه ادج قائمه خواهد بود ۳۰ م ۳ و
زاویه بده نیز قائمه خواهد بود ۱۷ م ۳ و چون زاویه ه دج مشترك در
مابین دو قائمه مذکوره اسقاط کنیم باقی میماند زاویه جدب مساوی زاویه ه دا
اعنی ه اد ۵ م ۱ زیرا که اه ه د که دو ساق مثلث اده اند چون از مرکز بمحیط
اخراج شده اند متساویند پس در دو مثلث باد بدج دو زاویه باد جدب
متساویند و زاویه ب مشترك است پس دو زاویه بدا بجد نیز متساویند
۳۲ م ۱ پس بنا بر ۴ م ۶ نسبت اب به بد مثل نسبت بد است به بج پس
بد وسط در نسبت است میان اب اطول و بج اقصر وهو المطلوب و از انچه
در شکل اصل مذکور شد ظاهر و مبین شد که هرگاه عمود باشد بر دو خط متصل
وان عمود خارج از فصل مشترك میان خطین باشد و وسط باشد در نسبت میان
ان دو خط و تر ان خط متصل نصف دایره رسم شود باید ان نصف دایره بطرف
عمود بگذرد زیرا که اگر بطرف عمود نگذرد ان عمود وسط در نسبت میان خطین
نخواهد بود باعتبار انکه در ینصورت انعمود خارج از زاویه قائمه نخواهد بود
همچنانکه سر ان از انچه در مقاله ثالثه مذکور شد معلوم است و مخفی نماند که بیان
اصل کتاب موقوفست بر اتصال خطین و بیان محرر موقوفست بر انطباق انها

ب آ است بر ب ه باستقامة ۸ م ۶ یا میخواهیم خطی بیابیم که رابع
سه خط مفروض باشد در نسبت یعنی خط اول بثانی مثل نسبت ثالث
باشد برابع مثلا سه خط آ ب ح سه خطست که میخواهیم رابع انهارا
در نسبت پیدا کنیم پس رسم میکنیم دو خط را بنحویکه محیط بزاویه
باشند وان دو خط ده ذ راست پس زاویه که بان محیط شده اند زاویه
ذ است و بنا بر ۳ م ۱ از ده جدا میکنیم ذح را مثل آ
وه ح را مثل ب و از ذر جدا میکنیم ذط را مثل ح

و وصل میکنیم ح ط را و اخراج میکنیم از ه ور را
موازی ح ط ۳۱ م ۱ پس طر رابع سه خط مذکور
است زیرا که بنا بر ۲ م ۶ نسبت ذح اعنی آ بح ه اعنی ب مثل
نسبت ذ ط است اعنی ح به طر وهو المطلوب و محرر گفته است
بوجه اخر خط اول و ثانی که اب آح باشند محیط میکنیم بزاویه آ و
وصل میکنیم ب ح را و ثالث را که آد باشد منطبق بر آ ب

میکنیم و اخراج میکنیم ده را موازی ب ح و باین ده
منفصل میشود آه وان خط رابع است زیرا که بر ۲ م ۶
یا ۴ م ۶ نظر بتساوی زوایا نظایر دو مثلث اب ح اده
بر ۲۹ م ۱ نسبة آد به ذب چون نسبت آه است به ه ح و بترکیب نسبة
د آ بر آب چون نسبت ه آ است بر آح و بابدال نسبت آب اول بر آح
ثانی چون نسبت آد ثالث است بر آه پس آه رابع در نسبة است و
این شکل یعنی یازدهم از زیادات نسخه ثابت است و در نسخه حجاج
نیست یب میخواهیم از خطی مفروض چون آب جزئی جدا کنیم چون
ثلث مثلا پس اخراج میکنیم آح را بنحویکه محیط شود با آب بزاویه
و جدا میکنیم از آح آد ده ه ح بنحویکه متساوی باشند کیف اتفق
یعنی بر مقدار متساوی که اتفاق افتد در طول و قصر و مراد آنست که

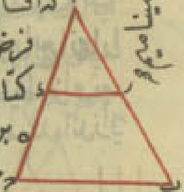
پس با وجود انفصال خطین بدون فرض اتصال یا انطباق هیچیک از دو بیان
جاری نیست پس اگر دو خط مفروض منفصل باشند و خواهیم وسط در نسبت
میان انها پیدا کنیم باید فرض اتصال یا انطباق انها بشود و وسط را تحصیل نمود
میخواهیم خطی بیابیم که ثالث دو خط مفروض باشد در نسبت یعنی نسبت احد
خطین بدیگری چون نسبة دیگر باشد بان ثالث و فرض میکنیم
که دو خط اب آح است و انها را محیط میکنیم بزاویه آ
کیف اتفق یعنی خواه زاویه قائمه باشد یا حاده یا منفرجه



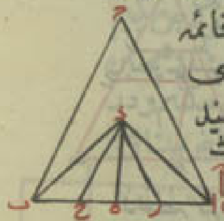
پس انها را اخراج میکنیم و ب ه را مثل آح میکنیم ۳ م ۱
و ب ح را وصل میکنیم و از ه ه ذ را موازی ب ح اخراج
میکنیم ۳۱ م ۱ و میگوییم ح ذ ثالث دو خط است در نسبة زیرا که بنا بر ۲ م ۶
نسبت اب به ب ه اعنی آح مثل نسبة آح است به ح ذ وهو المطلوب
و محرر گفته است بوجه دیگر دو خط مفروض را محیط میکنیم بزاویه قائمه که
زاویه آ باشد و وصل میکنیم ب ح را و بر ان نصف دایره ب آ ح رسم میکنیم
و از ح عمود ح ذ را بر ب ح اخراج میکنیم ۱۱ م ۱ و اخراج میکنیم ب آ را تا ملاقات
کند ح ذ بر ذ زیرا که خارج شد از خط ب ح بر کمتر از دو قائمه زیرا که زاویه
ح ب آ حاده است پس آذ ثالث خطین است در نسبت زیرا که ح آ عمودیست
که اخراج شده است از زاویه ح که قائمه بعمل بر وتر ان و چون بنا بر ۸ م ۶ عمود
وسط در نسبت است میان دو قسم وتر پس نسبت ب آ بر آح چون نسبت
آح است بر آذ و بوجه دیگر رسم میکنیم بر اطول خطین که درین شکل
ب ح فرض شده است نصف دایره ا ب ح و درین نصف دایره
رسم میکنیم و تر ب آ را مثل اقصر خطین که کمتر است از
قطر بعرض ۱ م ۴ و بنا بر ۱۲ م ۱ اخراج میکنیم از آ

عمود آه را بر ب ح و میگوییم ب ه ثالث خطین است
در نسبت یعنی نسبت ب ح بر ب آ مثل نسبت

ب آ بر ب ه

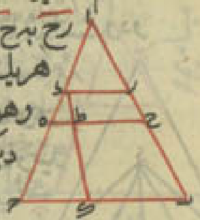


این خط را غیر محدود میکشیم و سه قسم مذکور را از ان جدا میکنیم و بهر نقطه
که اقسام منتهی شود انرا نقطه ح مینامیم نه انکه ابتداء اح را خط معین
فرض کنیم وانرا به سه قسم متساوی منقسم کنیم همچنانکه از ظاهر
کتاب مستفاد میشود زیراکه طریق این قسمت انست که ما اولا
بر خط مذکور نقطه د را تعیین میکنیم باصول موضوعه و بان
خط اد منفصل میشود پس جدا میکنیم هر یک از ده و هح را
مثل ان ۳ م ا و معلومست که قسمت باین طریق ممکن است در خط غیر محدود
نه خط معین پس مراد کتاب ظاهر ان مراد نیست بلکه تفسیریست که مذکور شد
و از انست که این عبارت از اموریست که مبتدیان بان امتحان میکنند و بهر
تقدیر بعد از جدا کردن اقسام ثلثه وصل میکنیم بح را و اخراج میکنیم از
د ز را بنحویکه موازی حب باشد ۳۱ م ا و میگوییم زد جدا میکند از
اب ثلث انرا که از باشد زیراکه بنابر ۲ م ۶ نسبت از به اب مثل نسبت اد
است به اح و اد ثلث اح است پس از نیز ثلث اب است و هو المراد و
میتوان مساواة نسبتین را بمجرد الدبر ۴ م ۶ اثبات نمود زیراکه زوایای نظایر
دو مثلث ازد اب ح متساویند بجهت انکه زاویه ا مشترکست و بنابر
۲۹ م ا ازد و ب خارجه و داخله متساویند و همچنین ادز و اح ب نیز
متساویند پس شکل مذکور اضلاع نظایر متناسبند و محرر گفته است
از برای تثلیث خط طریق خاص مشهوریست که توقف بما بعد شکل
اب از مقاله اول ندارد و ان طریق اینست که فرض میکنیم که اب است
و بران مثلث اح ب متساوی الاضلاع را رسم میکنیم ا م ا و بنابر
۹ م ا تنصیف میکنیم دو زاویه اب بدو خط که بر د ملاقات کنند
و تنصیف میکنیم زاویه ادب را به ده و تنصیف میکنیم هر یک از
دو زاویه اده ب ده به د ز د ح پس میگوییم خط اب بدو نقطه زح
مقسوم است به سه قسم متساوی زیراکه هر یک از زوایای مثلث متساوی



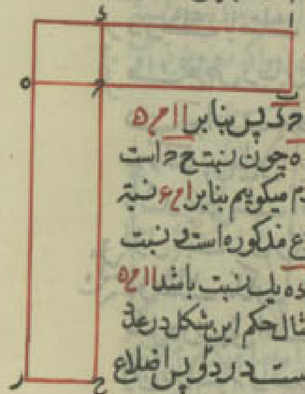
الاضلاع دو ثلث قائمه است ۵ م ا ۳۲ م ا پس در مثلث اح ب متساوی
الاضلاع هر یک از دو زاویه داب ح ب ا دو ثلث قائمه است و دو
زاویه داب د ب ا که بعینه نصف انهاست هر یک ثلث قائمه
است پس در مثلث داب باقی میماند زاویه ادب مساوی
قائمه و ثلث قائمه پس هر یک از چهار زاویه د که بعینه متساویند
ثلث قائمه است و چون از دو زاویه راد زدا که هر یک ثلث
قائمه است متساویند باید راد زد متساوی باشند ۶ م ا
و همچنین بجهت تساوی دو زاویه حب د ح د ب باید دو ضلع حب
ح د متساوی باشند و چونکه دو زاویه ادر ب د ح دو ثلث قائمه اند
باقی میماند زاویه زدح دو ثلث قائمه زیراکه ثابت شد که چهار زاویه
مساوی قائمه و ثلث قائمه اند و میتوانیم اولا بگوییم که هر یک از چهار زاویه
د ثلث قائمه است پس زاویه زدح که دو زاویه از ان چهار زاویه است
دو ثلث قائمه است از دو زاویه دزح دحز نیز دو ثلث قائمه است زیرا
که دزح مساوی دو زاویه د ا ز ز د ا است که هر یک ثلث قائمه است دحز
مساوی دو زاویه ح ب د ب د ح است که هر یک ثلث قائمه است
و چون ثابت شد که هر یک از سه زاویه زدح دزح دحز دو ثلث
قائمه است پس بنابر ۶ م ا سه ضلع دز زح ح د با یکدیگر متساویند
لیکن ثابت شد که از مساوی زد است و حب مساوی دح است پس
از زح حب که سه قسم خط اب اند متساویند و هر یک ثلث
خط اند و هو المطلوب ی میخواهیم قسمت کنیم خطی مفروض چون
اب بر نسبت اقسام خطی دیگر چون اح که مقسوم است بر د ه و انجمن
اثبات مطلوب اب اح را محیط کنیم بزاویه ا و ب ح را وصل کنیم و از دو نقطه
د ه د ز ه ح را موازی حب اخراج کنیم ۳۱ م ا و همچنین از د خط ک را
موازی اب اخراج کنیم پس میگوییم اب منقسم شود به زح بر نسبت

اقسام اح زیراکه نسبت از به رح مثل نسبت اى است به ده ۲ ح ۶ و نسبت
رح به حب اعنى نسبت ىط به طى ۴ ۳ ح ۱ نظر بتوازى اضلاع
هریك از دو سطح رط حى مثل نسبت ده است به ه ح ۲ ح ۱



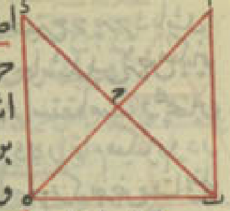
وهو المراد ومخفى نماند که اگر اح منقسم شود بزيادتى قسم
دیگر یعنی همچنانکه منقسم به سه قسم بود منقسم بچهار قسم
شود مثلا ه ح نیز منقسم شود بنقطه س درین صورت
از نقطه س نیز اخراج میکنیم خط س ص مثلا بخط اب بنحویکه موازی ب ح
باشد و از نقطه ه نیز خطی دیگر به ب ح اخراج میکنیم که موازی اب باشد
وبمثل بیان مذکور مطلوب را اثبات میکنیم و اگر منقسم شود بزيادتى دو قسم دیگر
یعنی به پنج قسم شود مثل آنکه ه ح منقسم بدو نقطه س ف شود در ینصورت
از نقطه ف نیز خطی دیگر موازی ب ح به اب میکشیم و از نقطه س خطی دیگر
موازی اب به ب ح میکشیم و همچنانکه مذکور شد مطلوب را اثبات میکنیم و بر
این قیاس عمل و بیان را تمام میکنیم اگر منقسم باقسام دیگر شود الى غیر النهایه
يد هرگاه دو زاویه از دو سطح متوازی الاضلاع متساوی باشند پس اگر
ان دو سطح متساوی باشند اضلاعی که محیط بان دو زاویه اند متکافی
باشند و اگر اضلاع محیط بانها متکافی باشند دو سطح متساوی باشند
و مراد از تکافی اضلاع انست که متناسب باشند بنحویکه در دو ضلع هریك
از دو زاویه مقدمی باشد در یك نسبت و تالی باشد در نسبت دیگر بامعنی که در
یك نسبت یکی از دو ضلع احد زاویتین مقدم باشد و یکی از دو ضلع زاویه
دیگر تالی باشد و در نسبت دیگر ضلع دیگر زاویه دوم مقدم باشد و ضلع دیگر
زاویه اول تالی باشد و حاصل انست که نسبت ضلعی از احد زاویتین بضلعی از زاویه
دیگر چون نسبت ضلع دیگر است از زاویه دوم بضلع دیگر از زاویه اول و مذکور شد
که هرگاه اضلاع چند سطح باین طریق متناسب باشند ان سطوح را متکافی
گویند و ان اضلاع را نیز متکافی گویند مثلا فرض میکنیم که دو زاویه ح از سطح

از دو سطح اح حر متوازی الاضلاع متوازنید پس میگوییم اگر این دو سطح
متساوی باشند باید نسبت ب ح به ح ه چون نسبت ح ح به ح ى باشد
و اگر نسبت چنین باشد باید این دو سطح متساوی باشند پس فرض میکنیم
هر دو سطح بر وجهی که ب ح ح ه متصل باشند بر استقامت و همچنین
ح ح ى نیز متصل باشند بر استقامت و سطح ده را تمام میکنیم و در
بیان مطلوب اول میگوییم چون نسبت دو سطح اح حر که بفرض متساویند



با سطح ده یك نسبت است ۷ ح ۵ و بنابر ۱ ح ۶
نسبت سطح اح بسطح ده مثل نسبت ب ح است به ح ه
و نسبت سطح حر بان چون نسبت ح ح است به ح ى پس بنابر ۱ ح ۵
اضلاع مذکوره متکافی اند در نسبت یعنی ب ح با ح ه چون نسبت ح ح است
به ح ى پس مطلوب اول ثابت شد و در بیان مطلوب دوم میگوییم بنابر ۱ ح ۶ نسبت
دو سطح مذکور را یعنی اح حر بسطح ده مثل نسبت اضلاع مذکوره است و نسبت
اضلاع بفرض یك نسبت است پس نسبت هر دو سطح بسطح ده یك نسبت باشد ۱۱ ح ۵
پس دو سطح متساوی باشند ۹ ح ۵ و هو المطلوب و مثال حکم این شکل در عدد
چنانست که سطح ۳ در ۴ مساوی سطح ۶ است در ۲ پس اضلاع
این سطح متساوی که ۱۲ باشد متکافی اند یعنی نسبت ۳ به ۶ چون
نسبت ۲ است به ۴ و لازم نسبت تکافی است که سطح اول در چهارم
چون سطح دوم در سیم باشد و حاصل ضرب احد سطحین در
دیگری مربع است زیرا که دو سطح مساوی یکدیگرند پس ضرب
احدهما در دیگری چون ضرب احدهما است در نفس خود يه
هرگاه دو زاویه از دو مثلث متساوی باشند پس اگر ان دو مثلث
متساوی باشند اضلاع محیط بان دو زاویه متکافی باشند و
اگر اضلاع محیط بان دو زاویه متکافی باشند ان دو مثلث
متساوی باشند مثلا دو زاویه ح از دو مثلث اح ب ح ى ه

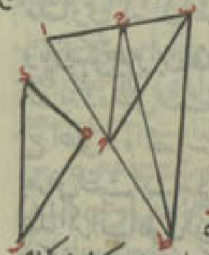
متساوی اند و اولا فرض میکنیم که دو مثلث متساویند پس میگوییم
اضلاع دو زاویه ح متکافی اند یعنی نسبة اح به
حه چون نسبة بح است به حب و از جهت
اثبات مطلوب فرض میکنیم اح را متصل به حه
بر استقامت و بح را متصل به حد بر استقامت
و به را وصل میکنیم و میگوییم چون نسبة هر



دو مثلث با مثلث بحه یک نسبة است ۷ م ۵ بجهت تساوی دو
مثلث بفرض و بنا بر ۱ م ۶ نسبت یکی از دو مثلث بمثلث بحه چون
نسبت اح است به حه و نسبة مثلث دیگر با بحه چون نسبت حد است
به حب پس بنا بر ۱۱ م ۵ که دو نسبت واقعه در میان اضلاع متساوی
باشد یعنی نسبت اح به حه مثل نسبت حد است به حب پس مطلوب
اول ثابت شد و ثانیا فرض که نسبت اضلاع بنحو مذکور است پس میگوییم
دو مثلث مذکور متساویند زیرا که نسبت دو مثلث بمثلث بحه
مثل دو نسبتی است که در ما بین اضلاع مذکوره است ۱ م ۶ و
این دو نسبة واقعه در میان اضلاع متساویست بفرض پس نسبت
دو مثلث بمثلث بحه یک نسبة باشد ۱۱ م ۵ پس دو مثلث متساوی
باشند ۹ م ۵ پس مطلوب دوم نیز ثابت شد و محرر گفته است بوجه
دیگر فرض میکنیم که دو مثلث ~~دو ضلع~~ ابح دهز راست و دو زاویه دو
زاویه ا د است پس میگوییم دو ضلع اب ده یا متساویند یا مختلف و
بنا بر تقدیر اول هرگاه دو مثلث متساوی باشند ثبوت حکم یعنی تکافی
اضلاع زاویه مفروضه ظاهر است زیرا که تساوی مثلثین با تساوی
دو زاویه ا د و دو ضلع اب ده موجب تساوی اح دز است بجهت
آنکه هرگاه انطباق کنیم اب را بر ده و زاویه را بر زاویه اگر اح بر دز
بر سبیل تساوی منطبق نشود و با آن مختلف باشد دو مثلث نیز مختلف

خواهند بود

خواهند بود و متساوی نخواهند بود و این خلاف مفروض است
پس اح مساوی دز است پس اب اح که دو ضلع زاویه ا اند مساوی
ده دز اند که دو ضلع زاویه د اند و ثبوت نسبت مذکوره یعنی
نسبت تکافؤ در مقادیر متساویه واضح است پس نسبت اب به
ده چون نسبت دز است به حا و هرگاه بر تقدیر مذکور یعنی تقدیر اول که
تساوی اب ده است نسبت اضلاع چنین باشد باید دو ضلع اح دز
متساوی باشند زیرا که چون در این صورت نسبت اب به ده چون نسبة
دز است به حا و نسبة اب به ده نسبة مساوات زیرا که مفروض تساوی
آنهاست پس باید نسبت دز به اح نیز مساوات باشد



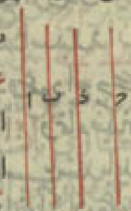
و دز مساوی حا باشد و چون زاویه ا و د و دو ضلع
اب اح از احد مثلثین مساوی باشد با زاویه د و
دو ضلع ده دز از مثلث دیگر پس بنا بر ۴ م ۱ آن دو مثلث
متساویند و هو المراد و اما بر تقدیر دوم یعنی اختلاف
دو ضلع اب ده فرض میکنیم که اب اطول است از ده
پس جدا میکنیم از آن اط را مثل ده ۳ م ۱ و طح را وصل میکنیم و میگوییم
هرگاه دو مثلث مفروض متساوی باشند باید ضلع دز اطول از ضلع
اح باشد زیرا که اگر مساوی آن باشد یا اقصر از آن باشد بجهت اطولیة
اب از ده لازم می آید مثلث ده ز را اصغر از مثلث ابح باشد زیرا که در
این صورت مثلث دهز مساوی مثلث اطح خواهد بود بجهت تساوی
دو زاویه ا د و تساوی اط ده و تساوی اح دز و مثلث اطح چون جزء
مثلث ابح است اصغر از آنست پس مثلث دهز نیز اصغر از آنست
و حال آنکه بفرض مساوی آنست و هذا خلف و هرگاه دز اطول از
اح باشد فرض میکنیم که اط مثل دز است و وصل میکنیم طح طب
را و میگوییم مثلث اطح مساوی مثلث ده ز است ۴ م ۱ و چون مثلث

اب ج نیز بعض مساوی ده ر است پس دو مثلث اطح اب ج متساوی‌اند
د م ۴ و مثلث اح ج مشترک است میان دو مثلث اطح اب ج متساوی
پس بعد از اسقاط این مشترک باقی میماند مثلث ح ب ج مساوی مثلث ح ط ج
د م ۴ پس ح ج موازی ب ط است ۳۹ م ا پس در مثلث اب ط خط ح ج
از یک ضلع ان بضلع دیگر اخراج شده است و موازیست با ضلع باقی پس
بنا بر ۲ م ۶ نسبت ب ح به ح ا چون نسبت ط ج است به ج ا پس بنا بر
۱۸ م ۵ بترکیب نسبت اب به اح اعنی ده چون نسبت اط است اعنی
ذ ر به اح پس ثابت شد که بر تقدیر اختلاف اب ده هرگاه دو مثلث
متساوی باشند اضلاع دو زاویه معروضه متکافی اند در نسبت وهو المطلوب
و نیز میگوییم بر این تقدیر هرگاه اضلاع متکافیه در نسبت باشد یعنی نسبت
اب به ده مثل نسبت ذ ر به اح باشد دو مثلث متساوی‌اند زیرا که چون
اح اعنی ده اقصر است از اب واجبست که اح اقصر از ذ ر باشد زیرا که
بفرض نسبت اب به ده چون نسبت ذ ر است به اح پس دو نسبت متساوی‌اند
لهذا اگر اب اطول از ده باشد باید ذ ر نیز اطول از اح باشد پس بنحو
مذکور شکل را تمام میکنیم و میگوییم مثلث اطح مساوی مثلث ده ر
است زیرا که دو ضلع و زاویه که میان انهاست از احدهما مساویست با
دو ضلع و زاویه که در میان انهاست از مثلث دیگر و نظر بفرض نسبت اه
به ده اعنی اح مثل نسبت ذ ر است اعنی اط به اح پس بتفصیل نسبت
اح به ح ب مثل نسبت اح است به ج ط پس ح ج موازی ب ط است
۲ م ۶ پس دو مثلث ح ب ج ط ج متساوی‌اند زیرا که واقع اند بر قاعده
واحده در جهت واحده و در ما بین دو خط متوازیند و مثلث ح ط ج با
مثلث اح ج مساوی بود با مثلث ده ر پس مثلث ح ب ج با مثلث
اح ج نیز مساوی ده ر است وهو المطلوب و محرر گفته است که اگر
این شکل را بر شکل سابق یعنی شکل چهاردهم مقدم داریم و هر یک از ان

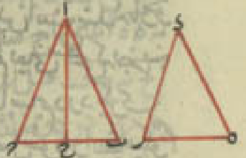
دو سطح متوازی

دو سطح متوازی الاضلاع را بدو مثلث منقسم کنیم و حکم را در مثلثات
ثابت کنیم در دو سطح نیز ثابت میشود و احتیاج به بیان علی‌حده در سطحین
نخواهد بود یو هر چهار خط چون اب ج د ه ر اگر متناسب باشند
سطح اول در اخیر یعنی رابع چون سطح یکی از دو خط باقیست در دیگری
یعنی چون سطح دوم در سیم است یا بالعکس و اگر سطح اول در اخیر
چون سطح احد باقیین باشد در دیگری انخطوط متناسبند از
جهت اثبات مطلوب اخراج میکنیم از دو نقطه اج دو عمود اح ج ک
۱۱ م ا بنحوی که اح مثل ر باشد و ج ک مثل ه باشد ۲ م ا و تمام میکنیم
دو سطح اط ج ل را ۳۱ م ا پس اگر خطوط معروضه متناسب باشند باید
بنا بر ۱۴ م ۶ اضلاع دو سطح با وجود تساوی زوایای انها که لازم عمود
بودن اح ج ک و توازی اضلاع انهاست متناسب باشند بر سبیل
تکافؤ یعنی نسبت اب به ج د مثل نسبت ج ک باشد اعنی ه به ح ا
اعنی ر و چون نسبت اضلاع چنین باشد دو سطح متساوی باشند
۱۴ م ۶ و سطح اط نیست مگر سطح اول اعنی اب در اح که مساوی ر
رابعست یعنی حاصل ضرب اب در اح سطح اط است همچنانکه توضیح
ان در بعضی مباحث سابقه مذکور شد و همچنین سطح ج ل نیست
مگر سطح ج د ثانی در ج ک که مساوی ه ثالث است پس ثابت شد که با وجود
تناسب چهار خط اب ج د ه ر سطح اول در چهارم یعنی سطحی که بضرب
اول در چهارم حاصل شود مساویست با سطح دوم با سیم در دیگری
یعنی سطحی که از ضرب اول دوم در سیم یا بالعکس حاصل شود و ایضا میگوییم
اگر دو سطح مذکور متساوی باشند باید با وجود تساوی زوایا همچنانکه
معروض است اضلاع متکافی باشند ۱۴ م ۶ و چون اضلاع متکافی باشند
خطوط اربعه معروضه متناسب باشند همچنانکه وجه ان مخفی نیست و هو
المراد یز هر سه خط چون اب ج اگر متناسب باشند سطح اول در اخیر

چون مربع اوسط باشد واگر سطح اول در اخیر چون مربع اوسط باشد آن خطوط
متناسب باشند واز جهت اثبات مطلوب رسم میکنیم د را مثل ب ج ٢٣ ام ا
تا خطوط چهار باشند پس میگوییم اگر این چهار خط متناسب باشند بنا بر
١٦ ام ٦ سطح آ در ج مثل ب در د باشد اعنی مثل سطح ب باشد در نفس
خود زیرا که بعل د مثل ب است واگر سطح آ در ج مثل مربع ب اعنی سطح
ب در د باشد نسبة آ به ب مثل نسبت د اعنی ب باشد به ج



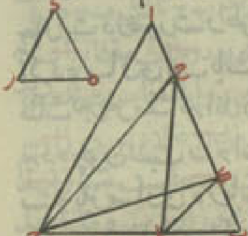
١٦ ام ٦ وهو المطلوب ح هر دو مثلث متشابه نسبت
احدهما بدیگری چون یکی از اضلاع ثلثه آن بنظیر آن ضلع
از مثلث دیگر مثناة بالتکریر مثلا نسبت دو مثلث ا ب ج
د ه ز متشابه چون نسبت ب ج است به ه ز مثناة یعنی
اگر ضلع ب ج مثلا نصف ضلع ه ز باشد مثلث ا ب ج نصف نصف مثلث
د ه ز باشد واز جهت اثبات مطلوب فرض کنیم که ب ح ثالث ب ج ه ز است
در نسبت ١١ ام ٦ و وصل میکنیم ا ح را و میگوییم چون دو مثلث متشابه اند که
زوایای متساویه در ان واقع شود واضلاع آن زوایا متناسب باشد پس در
دو مثلث ا ب ج د ه ز دو زاویه ب ه متساویند واضلاع این دو زاویه
متناسبند یعنی نسبت ا ب به د ه چون نسبت ب ج است به ه ز لهذا



در دو مثلث ا ب ح د ه ز دو زاویه ب ه متساویند
واضلاع این دو زاویه متکافی اند یعنی نسبة ا ب به د ه
چون نسبت ه ز است به ب ح زیرا که بجهت تشابه دو
دو مثلث ا ب ج د ه ز نسبت ا ب به د ه چون نسبة
ب ج به ه ز است و بجهت آنکه خط ب ح ثالث دو خط ب ج ه ز است
در نسبت پس نسبت ب ج به ه ز چون نسبت ه ز است به ب ح پس نسبت
ا ب به د ه چون نسبة ه ز است به ب ح وچون دو زاویه ب ه از دو مثلث
مذکور یعنی ا ب ح د ه ز متساوی باشند واضلاع انها متکافی باشد باید

این دو مثلث متساوی باشند ٥ ام ٦ وبنا بر ١ ام ٦ نسبت مثلث ا ب ج
بمثلث ا ب ح مثل نسبت ب ج است به ب ح ومثلث ا ب ح مثل مثلث د ه ز
است پس نسبة مثلث ا ب ج بمثلث د ه ز مثل نسبت ب ج است به ب ح وچون
ب ح ثالث ب ج ه ز است در نسبت پس بحکم مصادره که در صدر مقاله خامسه
مذکور شد که هر سه مقدار متناسب بر توالی نسبت اول به اخیر چون نسبة
اول بثانی است مثناة بالتکریر نسبت ب ج به ب ح مثل نسبت ب ج است به
ه ز مثناة بالتکریر ونسبت ب ج به ب ح مثل نسبة مثلث ا ب ج بود بمثلث د ه ز
پس نسبت مثلث بمثلث چون نسبة ب ج است به ه ز مثناة بالتکریر وهو المراد
ومحرر گفته است که بیان مختلف می شود بمساوی بودن ب ح با ب ج با اطول
بودن ب ح از ب ج یعنی چون بیان مذکور در کتاب در صورتی بود که ب ح
اقصر از ب ج باشد کسی توهم نکند که این بیان مختص این صورت است بلکه
جاریست در صورت واطولیة ب ح نیز وایضا محرر گفته است بوجه دیگر
اگر د ه مساوی ا ب باشد دو مثلث متساوی باشند زیرا که چون دو
مثلث بعض متشابه اند زاویه ب مساوی زاویه ه است ونسبة ا ب
به د ه چون نسبت ب ج است به ه ز پس هرگاه ا ب مساوی د ه باشد
ب ج نیز مساوی ه ز باشد پس بنا بر ٤ ام ١ دو مثلث متساوی باشند
وچون دو مثلث متساوی باشند ثبوت مطلوب واضح باشد زیرا
که نسبة تساوی هرگاه مثناة بتکریر شود حاصل آن تساوی است وچون نسبة
میان مثلثین نسبت مثلیه است یعنی احدهما مثل دیگریست ودر
میان ضلعین اعنی ب ج ه ز نیز مماثله است پس نسبت مثلیه که
نسبت مثلیت مثل نسبت ضلعین است که آن نیز نسبت مثلی است
لهذا صادق است که نسبت مثلث بمثلث چون ضلع بضلع است مثناة
بالتکریر زیرا که هرگاه نسبت مثلث بمثلث که نسبت مثلیت مثناة بتکریر
شود یعنی مثل بمثل اضافه شود وگفته شود چون مثل مثل حاصل باز مثل

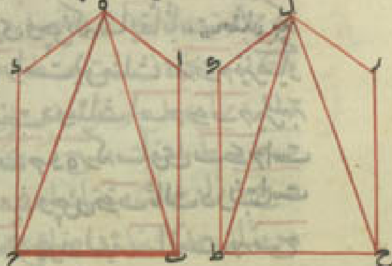
است پس هرگاه مثلث مثل مثلث باشد صادق است که مثل مثل انت
پس در دو مثلث متساوی در دو ضلع متساوی از انها صادق است که نسبة
مثلث بمثلث چون نسبت ضلع بضلع است مثناة بالتکریر یعنی ضلع مثل
ضلع است و مثلث مثل مثل مثلث است یعنی مثل انت و اگر د ه مساوی
ا ب نباشد فرض میکنیم که اقصر از انت و جدا میکنیم از ا ب ب ح را مثل
مثل د ه ۳ م ا و چون در این صورت ه ز نیز اقصر از ب ج است همچنانکه
وجه ان ظاهر است از ب ج نیز ب ط را مثل ه ز جدا میکنیم ۳ م ا و از تساوی
ب ح با د ه و ب ط با ه ز با مفروض بودن مساوات زاویه ب تا زاویه ه
لازم میاید مثلث ح ب ط د ه ز متساوی باشند ۴ م ا و ب ک را ثالث
ا ب ب ح در نسبت میکردانیم تا نسبت ا ب به ب ح چون نسبت ب ح به
ب ک باشد و وصل میکنیم ح ج ح ط ک ج ک ط و میکوییم ک ط موازی



ح ج است زیرا که بجهت تشابه دو مثلث دو
ا ب ج د ه ز نسبت ب ج به ه ز مثل نسبة ب ا
است به ه د و بعله ه ز مثل ب ط است و ه د
مثل ب ح است پس نسبة ب ج به ب ط مثل
نسبت ب ا است به ب ح و چون ب ک ثالث
در نسبة است میان ب ا ب ح پس نسبة ب ا
به ب ح مثل نسبت ب ح است به ب ک پس نسبت ب ج به ب ط مثل نسبت
ب ح است به ب ک پس بتفصیل نسبت ج ط به ب ط مثل نسبت ح ک است
به ک ب و بخلاف نسبت ب ط به ط ج چون نسبت ب ک است به ک ح پس
بنا بر ۲ م ا ک ط ح ج متوازیند و بوجه دیگر بعد از بیان تساوی نسبت
ب ج ب ط با نسبت ب ح ب ک میکوییم چون در دو مثلث ب ک ط
ب ح ج زاویه ب مشترک است پس صادق است که دو زاویه از این
دو مثلث متساویند و اضلاع محیط باین دو زاویه متناسبند پس

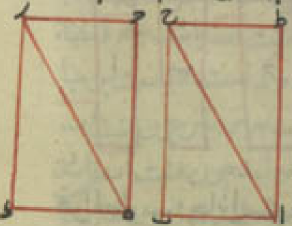
به ۶ م ۶ باقی زوایای این دو مثلث نیز متساویند لهذا زاویه ب ک ط
خارجه مساوی زاویه ب ح ج داخله است همچنانکه ب ط ک خارجه
نیز مساوی ب ج ح داخله است پس بنا بر ۲۸ م ا دو خط مذکور اعنی
ک ط ح ج متوازیند و از توازی این دو خط بیان میکنیم که دو مثلث
ب ح ط ب ک ج متساویند باینطریق که میکوییم دو مثلث ک ط ج
ک ح ط متساویند زیرا که در مابین دو متوازی ک ط ح ج اند و
بر قاعده واحده که ک ط باشد واقعند و چون مثلث ب ک ط را
مشترک بکردانیم در میان انها مثلث ب ح ط مساوی مثلث ب ک ج
خواهد بود و بوجه دیگر بعد از بیان تساوی دو مثلث ک ط ج ک ح ط
فرض میکنیم که نقطه تقاطع ک ج ح ط که هریک ضلعی از احد مثلثین
است نقطه س است پس میکوییم چون مثلث ک س ط که در میان
مثلثین مشترک است بیندازیم باقی میماند مثلث ط س ج مساوی
مثلث ک س ح و چون سطح ب ط س ک را مشترک کردانیم در مابین
این دو مثلث متساوی اعنی ط س ج ک س ح میکردد مثلث
ب ح ط مساوی مثلث ب ک ج و بوجه دیگر میکوییم چون دو مثلث
ط ح ج بر قاعده واحده که ح ج است واقعند و در مابین دو متوازی
ک ط ح ج اند متساویند پس هرگاه مثلث ح س ج مشترکرا از انها بیندازیم
سطح ک ب ط س را در میان انها مشترک نماییم حاصل خواهد شد
دو مثلث ب ح ط ب ک ج متساوی و چونکه سابقا ثابت شد که
مثلث ب ح ط مساوی مثلث د ه ز است پس مثلث ب ک ج نیز مساوی
مثلث د ه ز است و بنا بر ۱ م ۶ نسبت دو مثلث ا ب ج ک ب ج بر نسبة
ا ب ک ب اند پس نسبت دو مثلث ا ب ج د ه ز که مساوی ب ک ج است
نیز چون نسبت ا ب ک ب است ۲ م ۵ و چون ک ب ثالث در نسبة است
میان ب ا ب ح پس نسبت ب ا به ب ک چون نسبة ب ا است به ب ح

مثناة بالتکریر همچنانکه در صدر خامسه مذکور شد و ب ح بعینه
مساوی ده است پس نسبت ب ا به ب ک چون نسبت ب ا است به
ده مثناة بالتکریر پس نسبت مثلث ا ب ح به مثلث ده ز که مساوی
نسبت ب ا است به ب ک مثل نسبت ب ا است به ده مثناة بالتکریر
وهو المطلوب یط سطوح کثیرة الاضلاع که متشابه باشند چون
دو سطح ا ب ح د ه ز ح ط ک ل منقسم میشوند بمثلثات متشابه
متساوی العدد و نسبت سطح بسطح چون نسبت ضلع باشد بضلع نظیره
مثناة بالتکریر و از جهت اثبات مطلوب وصل میکنیم ب ه
ه ح ز ل ل ط و میکوییم این دو سطح باین خطوط منقسم میشوند
بمثلثات متشابه متساوی العدد زیرا که چون دو سطح متشابهند
زاویه آ مثل زاویه ز است و نسبت ا ب به ز ح چون نسبت ا ه است
به ز ک پس زوایای مثلث ا ب ه چون زوایای مثلث ز ح ل باشد
و م ۶ پس اضلاع این دو مثلث بر تناظر متناسب باشند و دو مثلث
متشابه باشند ۴ م ۶ و چون بجهت تشابه سطحین دو زاویه ا ب ح
ز ح ط نیز متساویند پس هرگاه دو زاویه ا ب ه ز ح ل متساوی که
بجهت تشابه مثلثین از انها بیندازیم باقی میماند دو زاویه ه ب ح
ل ح ط بر تساوی ع م آ و نسبت ب ه به ح ل اعنی ب ا به ح ز بجهة
تشابه مثلثین چون نسبت ب ح است به ح ط بجهت تشابه سطحین
پس بنا بر ۶ م ۴ ۶ دو مثلث ه ح ب
ح ط ل نیز متشابه اند و بمثل بیان
مذکور ثابت میکنیم که دو مثلث
ه ح د ل ط ک نیز متشابه اند بلکه
در بیان تشابه انها احتیاج به اکثر
مقدمات مذکوره نیست زیرا که

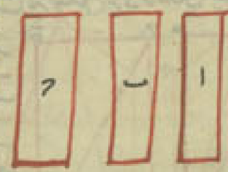


میکوئیم بعد از

میکوییم بعد از ثبوت تشابه چهار مثلث زوایای دو مثلث باقی بر
تناظر متساویند پس به ۴ م ۶ اضلاع انها بر تناظر متناسبند
و مثلثین متشابهند خواه دو مثلث باقی از طرفین باشند یا از
وسطین پس ثابت شد که هریک از دو سطح مذکور منقسم شده است
به مثلث و هریک از سه مثلث احد سطحین مشابه نظیر خود است
از سطح دیگر و چون دعوای اول ثابت شد در بیان دعوای دوم
میکوییم و چونکه نسبت جمیع اضلاع بنظائر یک نسبت است زیرا که
مذکور شد که نسبت ا ب به ز ح مثل نسبت ب ح است به ح ل و نسبة
ب ه به ح ل چون نسبت ب ح است به ح ط و همچنین تا اخر اضلاع
پس نسبت در جمیع اضلاع بنظائر یک نسبت و نسبت هر مثلثی از احد
سطحین بنظیر خود از مثلث سطح دیگر چون نسبت مثلث دیگر است
از سطح اول بنظیر خود از سطح دیگر پس بنا بر ۱۳ م ۵ نسبت جمیع مثلثات
احد سطحین بجمیع نظائر انها از سطح دیگر مثل نسبت مثلث واحد
است از احد سطحین بمثلث نظیر ان و بنا به ۱۹ م ۶ نسبت مثلث
واحد بنظیر ان چون متشابه اند مثل نسبت ضلع است بضلع مثناة
بالتکریر پس سطح بسطح چون نسبت ضلع است بضلع مثناة بالتکریر
وهو المطلوب ک میخواهیم بر خطی مفروض شکلی مستقیم الخطوط
از مثلث یا مربع یا غیر انها رسم کنیم که مشابه شکلی مفروض باشد مثلا
میخواهیم بر خط ا ب شکلی رسم کنیم که مشابه شکل ح د باشد پس
سطح ح د را بخط ه ز بدو مثلث منقسم
کنیم و بنا بر ۲۳ م ۱ بر نقطه آ از خط ا ب
زاویه ب ا ح رسم کنیم مثل زاویه د ه ز
و بر نقطه ب از خط ا ب زاویه ب را چون
زاویه د رسم کنیم و هر دو ضلع را تا نقطه



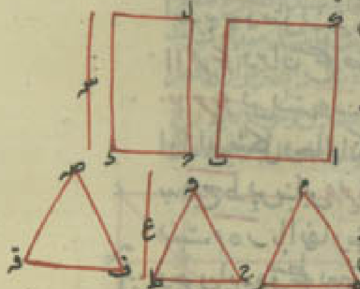
ح اخراج کنیم تا مثلث اح ب حاصل شود وچون دو زاویه اب ازان
مساوی دو زاویه ه د است از مثلث ره د پس باقی میماند زاویه
اح ب نیز مساوی زاویه ه رد پس زوایای این دو مثلث علی التناظر
متساویند پس بر ۴ م ۶ اضلاع این دو مثلث متناسب ودو مثلث
بایکدیگر متشابه اند پس بنا بر ۲۳ م ۷ عمل میکنیم بر دو نقطه اح دو زاویه
که مساوی دو زاویه حه ر ح ره باشند ودو ضلع ان دو زاویه را
اخراج میکنیم تا نقطه ط وبمثل انچه مذکور شد بیان میکنیم که مثلث
اطح متشابه مثلث ه ح ر است وهمچنین عمل میکنیم تا شکل تمام شود
وان شکلی خواهد بود متشابه شکل حد زیرا که مثلثات متناسبند
وزوایای انها متساویند پس اضلاع سطحین وزوایای انها
نیز چنین باشند همچنانکه در شکل سابق یعنی ۱۹ م ۵ مبین شد پس
شکل طب که بر خط مفروض اعنی اب رسم شده است شکلیست
که متشابه شکل مفروض اعنی حد است وهو المطلوب واگر شکل
مفروض مثلث باشد وخواهیم بر اب مثلثی متشابه ان رسم شود
طریق ان اوضح واحصر است همچنانکه از انچه مذکور شد ظاهر است
کا سطوحی که متشابه سطحی باشند متشابه اند مثلا دو سطح ا ح
متشابه سطح ب اند پس دو سطح ا ح نیز متشابه اند زیرا که چون
زوایای هریک از دو سطح ا وح مساوی زوایای سطح ب اند
پس زوایای دو سطح ا ح نیز متساوی
باشند ۱۱ م ۵ وچون اضلاع هریک از
از دو سطح ا ح با اضلاع سطح ب متناسب
اند پس اضلاع دو سطح ا ح نیز متناسبند
۱۱ م ۵ پس دو سطح ا ح متشابه اند و



هو المطلوب وجایز است بعد از ثبوت تناسب اضلاع اب و ح

تناسب اضلاع

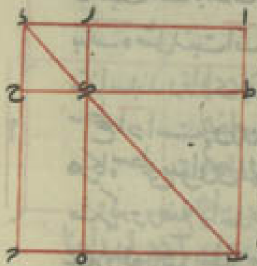
تناسب اضلاع آ د بمساواة منتظمه اثبات شود کب هرگاه سطوحی
متشابه بر خطوطی رسم شود که هر دو سطح ازان سطوح بیک عمل
باشند یعنی دو سطح ازان سطوح مثلا مربع باشند ودو مثلث
باشند وهکذا پس اگر این خطوط متناسب باشند یعنی نسبت
خطی که احد سطحین متشابهین بران رسم شده بخطی که متشابه دیگر بران
رسم شده چون نسبت خطی باشد که یکی از دو متشابه دیگر بران رسم شده
بخطی که متشابه دیگر ازین دو متشابه دیگر بران رسم شده درینصورت سطوح
نیز چنین باشند ونسبت یکی از دو سطح متشابه بدیگری چون نسبت یکی از دو
سطح متشابه اخر باشد بدیگری واگر سطوح باین طریق متناسب باشند
خطوط نیز بطریق مذکور متناسب باشند پس فرض
میکنیم که خطوط اب حد ه ر ح ط اند وسطوح
کب لد اند که بیک عمل اند یعنی هر دو مربع اند
م ه ر و ق ح ط اند که بیک عمل اند که غیر عمل دو سطح
اول است یعنی هر دو مثلث اند و فرض میکنیم که
س ثالث دو خط اب حد است در نسبت وع ثالث
دو خط ه ر ح ط است در نسبت ۱۰ م ۶ پس اگر چهار



خط مفروض متناسب باشند یعنی نسبت اب به حد چون نسبت ه ر باشد
به ح ط باید نسبت سطح ک ب بسطح ل د که متشابه انند چون نسبت سطح م ه ر
باشد بسطح ق ح ط که متشابه انند زیرا که هرگاه چهار خط بنحو مذکور متناسب
باشند نسبت ک ب به ل د متشابه خود چون نسبت اب باشد به حد مثناة
بالتکریر ۱۹ م ۶ وچون بفرض س ثالث اب حد است در نسبت پس بنا
بر انچه در صدر خامسه مذکور شد نسبت اب به س نیز چون نسبت اب
است به حد مثناة بالتکریر پس نسبت ک ب به ل د چون نسبت اب باشد
به س وبنا بر ۱۸ م ۶ نسبت سطح م ه ر بسطح ق ح ط متشابه خود چون نسبت ه ر

بح ط مثناة اعنی نسبة ه ر به ع بمصادره خامسه وهرگاه نسبت
ک ب به ل د مثل نسبة ا ب باشد به س ر و نسبت م ه ر به ف ح ط مثل
نسبت ه ر باشد به ع پس بمساواة نسبة ا ب به س ر مثل نسبت ه ر باشد
به ع ٢٢ م ٥ وچون نسبت ا ب به س ر مثل نسبت ک ب بود به ل د و نسبت
ه ر به ع مثل نسبة د ه ر بود به ف ح ط پس بنابر ١١ م ٥ نسبت ک ب به ل د
مثل نسبت م ه ر است به ف ح ط پس مدعای اول ثابت شد و در
بیان مدعای دوم یعنی تناسب خطوط مفروضه با وجود تناسب
سطوح بنحو مذکور میگوئیم اگر سطوح متناسب باشند بنحو مذکور و
نسبت ا ب به ح د مثل نسبت ه ر به ح ط نباشد فرض میکنیم که نسبت
ا ب به ح د مثل نسبة ه ر به ف ق یعنی ف ق را رابع خطوط میگردانیم
١١ م ٦ و بران سطح ص ر ف ق رسم میکنیم بنحوی که مشابه م ه ر باشد
٢٠ م ٦ پس نسبة ک ب به ل د مثل نسبت م ه ر است به ص ف ق بحکم
اول این شکل و حال انکه بفرض نسبت ک ب به ل د مثل نسبة م ه ر است
به ف ح ط پس بنابر ٩ م ٥ ص ف ق ف ح ط متساوی باشند بجهت تساوی
نسبت م ه ر با انها و بنابر ٢١ م ٦ متشابه باشند بجهت تشابه م ه ر با هر یک
وچون این دو سطح یعنی ص ر ف ق م ه ر متساوی باشند اضلاع هر یک
مساوی اضلاع دیگری باشد بر تناظر و ف ق مثل ح ط باشد زیرا که
بجهت تشابه انها نسبت ح ط با ح ف چون نسبت ف ق باشد به
ف ص پس اگر ح ط اطول از ف ق باشد ح ف اطول ف ص باشد
١٤ م ٥ پس چون توهم انطباق خط ف ق بر ح ط کنیم بر وجهی که
نقطه ف بر ح منطبق شود لا محاله بجهت تساوی زاویه ف و ح
ف ص بر ح ف منطبق شود وچون ف ق ف ص اقصرند از ح ط ح ف
بر بعضی از انها منطبق شوند و خط ص ق در داخل ف ح ط واقع شود
پس ص ر ف ق اصغر از ف ح ط باشد و هذا خلف و اگر ح ط اقصر از ف ق

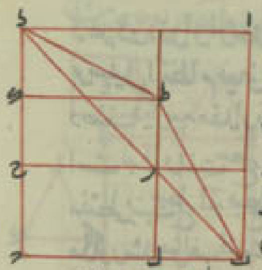
باشد ح ف نیز اقصر از ف ص باشد ١٤ م ٥ و بمثل بیان مذکور لازم اید
که ف ح ط اصغر از ص ر ف ق باشد و این نیز خلف است پس ح ط مساوی
ف ق باشد و بر این قیاس است بیان تساوی در باقی اضلاع نظایر
چون ح ط ف ق متساوی باشند پس نسبت ا ب به ح د چون مساوی
نسبت ه ر به ف ق است مساوی نسبت ه ر به ح ط نیز خواهد بود وهو
المطلوب کح سطوح متوازی الاضلاع که واقع باشند بر قطر سطحی متوازی
الاضلاع مشابه ان سطح باشند و با یکدیگر نیز متشابه باشند و همه سطوح
چه از سطح اعظم و چه از سطوحی که بر ضلع ان واقعند و جزء انند بر یک
وضع باشند یعنی اگر اضلاع سطح اعظم متساوی باشند اضلاع سطوحی
که بر ضلع ان واقعند نیز متساوی باشند و اگر متفاوت باشند متفاوت باشند
و در صورت تفاوت ضلع اطول موازی ضلع اطول باشد و اقصر موازی اقصر
مثلا دو سطح ه ط ر ح واقعند بر ب د که قطر سطح ا ح است پس میگوئیم ه ط ر ح
مشابه ا ح اند و با یکدیگر نیز متشابه اند و هر سه سطح بر یک وضعند بمعنیی که مذکور



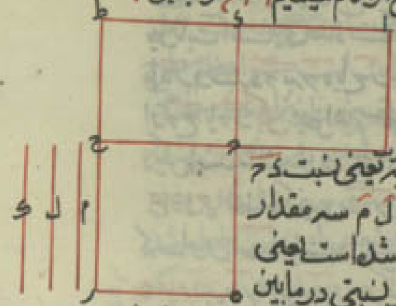
شد زیرا که در مثلث ب ح د بجهت توازی ه ک ح د
بعض نسبت ب ه به ه ح چون نسبت ب ک باشد به
ک د ٢ م ٦ پس بنابر ١٨ م ٥ بترکیب نسبت ب ح به ه ح
به ک ح ٣٤ م ١ چون نسبت ب د باشد به ک د و در مثلث
ب ا د بسبب توازی ط ک ا د بعض نسبت ب ک با ک د چون
نسبت ب ط است به ط ا ٢ م ٦ پس بنابر ١٨ م ٦ بعض
نسبة ب د با ک د چون نسبت ب ا است با ا ط اعنی ک ر ٣٤ م ١ پس بنابر
١١ م ٥ نسبت ب ح به ک ح مثل نسبت ب ا است به ک ر پس اضلاع سطح ا ح
اعظم با اضلاع سطح ر ح که یکی از دو سطح مفروض است متناسبند بر تناظر
زیرا که تناسب ح ب ا از سطح ا ح با ک ح ک ر از سطح ر ح مبین شد و چون
این سطوح متوازی الاضلاع‌اند و هر دو ضلع متقابل متوازیند پس تناسب د ب با قی

اضلاع نیز باشد تامل ظاهر میشود زیرا که نسبتی که در ما بین ب ح ک ح است
همین نسبت بعینه در ما بین ا د ر د است و نسبتی که در ما بین ب ا ک ر است
همین نسبت در ما بین ح د د ح است پس صادقست که نسبت ا د به ر د چون
نسبت ح د است به د ح و همچنین نسبت ب ح به ک ح مثل نسبت د ح است
به د ح و نسبت ا د به ر د چون نسبت ا ب است به ر ک و همچنانکه اضلاع
نظایر این دو سطح اعنی ا ح ر ح متناسبند زوایای انها نیز متساویند
و جایز است بعد از بیان تساوی دو زاویه از سطحین و تناسب اضلاع
ان دو زاویه تساوی باقی زوایا و تناسب اضلاع انها بحواله بر ع ۴ م ۶
اثبات شود و بالجمله چون زوایای این دو سطح متساوی باشند و اضلاع انها
متناسب باشند دو سطح متشابه باشند ص م ۶ و بمثل بیان مذکور ثابت میکنیم
که سطح ا ح اعظم با سطح ط ه که یکی دیگر از دو سطح مفروض است متشابه اند
یعنی میگوییم نسبت ح ب به ب ه بترکیب مثل نسبت ک ب است به ک ب
و نسبت ا ب به ط ب نیز مثل نسبت ک ب است به ک ب پس نسبت ح ب
به ب ه مثل نسبت ا ب است به ط ب پس اضلاع نظایر دو سطح ا ح و ط ه
متناسبند و زوایای انها متساویند و چون هر یک از دو سطح ر ح ط ه متشابه
سطح ا ح است پس این دو سطح با یکدیگر نیز متشابه اند ۲۱ م ۶ و هو المطلوب کد
هرگاه سطحی متوازی الاضلاع از سطحی که متشابه ان باشد نقل شود بر زاویه
مشترکه و وضع واحد یعنی که مذکور شد باید سطح موصول بر قطر سطح موصول
عنه واقع باشد مثلا سطح ه ح وصل شده است از سطح ا ح متشابه بر زاویه د
مشترکه پس میگوییم واجبست که قطر سطح ا ح خط د ب باشد که سطح ه ح بران
واقع است و الا فرض کنیم که قطر ان خط د ط ب است و اخراج میکنیم ط ک را
بحوی که موازی ا د باشد ۳۱ م ۱ و ه ر را اخراج میکنیم تا ل و میگوییم سطح ه ک
بر قطر سطح ا ح واقع است پس به ۲۴ م ۶ نسبت ا د به د ه مثل نسبت ح د است
به د ک و حال انکه بجهت تشابه دو سطح ا ح ه ح بفرض نظر به ص م ۶ نسبت ا د به د ه

مثل نسبت



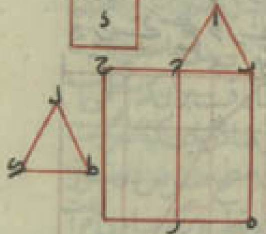
مثل نسبت ح د بود به د ح پس د ک د ح متساوی
باشند ۹ م ۵ و این باطلست زیرا که مستلزم تساوی
کل و جزو است پس قطر سطح ا ح خط د ر است
که سطح مفصول اعنی ه ح بران واقع است و
هو المطلوب که هر دو سطح متوازی الاضلاع که دو
زاویه از انها متساوی باشد نسبت یکی با دیگری
مؤلف باشد از دو نسبت اضلاع ان دو سطح مثلا دو سطح ا ح ح ر متوازی
الاضلاع اند و دو زاویه ح از انها متساویست پس میگوییم نسبت سطحین
مؤلف است از نسبت ب ح به ح ح و از نسبت د ح به ح ه و بجهت اثبات مطلوب
فرض میکنیم که ب ح متصل است به ح ح بر استقامت و همچنین ه ح
متصل است به ح د بر استقامت و سطح د ح را تمام میکنیم ۳۱ م ۱ و بنا بر ۱۱ م ۶



فرض میکنیم که خط ک رابع سه خط ب ح
ح ح ک است در نسبت یعنی نسبت ب ح
به ح ح مثل نسبت ک است به ل و خط
م رابع سه خط د ح ح ه ل است در نسبت یعنی نسبت د ح
به ح ه مثل نسبت ل است به م و چون ک ل م سه مقدار
است که در ما بین انها دو نسبت متحقق شده است یعنی
نسبتی در ما بین اول و دوم واقعست و نسبتی در ما بین
دوم و سیم واقع است پس این دو نسبت را حد مشترک باشد لهذا ابتدا
بر انچه در صدر مقاله سادسه مذکور شد نسبت اول بسیم یعنی نسبت ک
به م مؤلف باشد در نسبت اول بدوم یعنی ک به ل و نسبت دوم بسیم
اعنی ل به م و بنا بر ۱ م ۶ چونکه نسبت سطح ا ح بسطح ه ط مثل نسبت ب ح است
به ح ح اعنی ک به ل و نسبت سطح ه ط بسطح ح ر مثل نسبت د ح است به ح ه
اعنی ل به م پس دو صنف از مقادیر متساوی العدد متحقق میشود که

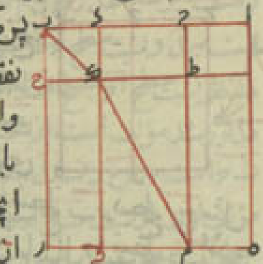
که هر دو مقدار از احد صنفین بر نسبت دو مقدار از صنف دیگر است
بر سبیل انتظام یعنی بر ترتیب واحد صنفین سه سطح اج جط جز است
وصنف دیگر سه مقدار ک ل م است و نسبت سطح اج بسطح جط مثل نسبة ک
است به ل و نسبت سطح جط بسطح جز چون نسبت ل است به م لیکن هما واقع
منتظم نسبت سطح اج بسطح جز مثل نسبت ک است ۵/۲۲ و نسبت ک همچنانکه
مذکور شد مؤلف است از نسبت ک به ل و نسبت ل به م و نسبت ک به ل مثل نسبة
بج است به جح و نسبة ل به م مثل نسبت دج است به جه پس نسبت ک به م
مؤلف است از نسبت بج به جح و نسبت دج به جه پس نسبت دو سطح یعنی
سطح اج و سطح جز که مثل نسبت ک است به م مؤلف است از دو نسبت اضلاع
انها که نسبت بج به جح و نسبة دج به جه باشد و چونکه دو سطح مذکور متوازی
الاضلاع اند و هر دو ضلع متقابل متساویند پس حکم مذکور در اضلاع دیگر
نیز ثابت است یعنی صادقست که نسبت سطحین مؤلف است از نسبت اد به جح
یا هز و نسبة دج به جه یا حز یا از نسبت اب به جه یا حز و نسبت اد یا بج
از جح یا هز کو میخواهیم سطحی بسازیم که مشابه سطحی باشد و مساوی سطحی
دیگر باشد مثلا مساوی سطح اب ج باشد و مساوی سطح د باشد پس بنا بر
۴۴/۱ اضافه کنیم بر بج یعنی بر ان رسم کنیم سطحی متوازی الاضلاع
که مساوی اب ج باشد و ان سطح بز است و بج را اخراج کنیم و بنا بر
۴۵/۱ بر جز سطح زح رسم کنیم مساوی سطح د بر وجهی که با سطح بز در
میان دو خط متوازی بح هز باشند پس عرض جح حاصل شود و در
میان بج جح خط وسط در نسبت استخراج کنیم ۹/۶ و ان خط طک است
و بران عمل کنیم سطح ط ل ک را بنحویکه مشابه سطح اب ج باشد ۲۰/۶ و این سطح
یعنی طلک سطح مطلوبست یعنی مشابه اب ج است و مساوی د است
زیرا که نسبت بج به جح اعنی نسبت سطح بز به سطح زح ۱/۶ مثل نسبة
بج است به طک مثناة بالتکریر بحکم مصادره مقاله خامسه و نسبت

بج به طک مثناة مثل نسبت سطح اب ج است بسطح ل ط ک ۱۸/۶ بحسب تشابه
این دو سطح بعمل پس نسبت سطح بز بسطح زح مثل
نسبت سطح اب ج است بسطح ل ط ک و سطح بز مساوی
سطح اب ج است بعمل پس بنا بر ۱۴/۵ سطح زح
اعنی سطح د بعمل مساوی سطح ل ط ک است که بعمل
شبیه اب ج است پس ثابت شد که سطح ل ط ک



سطحی است که مشابه سطح اب ج است و مساوی
سطح د است و بوجه دیگر میگوییم هرگاه نسبت سطح بز بسطح زح مثل
نسبت مثلث اب ج باشد بمثلث ل ط ک پس بابدال نسبت سطح بز بمثلث
اب ج مثل نسبت سطح زح است بمثلث ل ط ک لکن سطح بز مساوی
مثلث اب ج است پس سطح زح نیز مساوی مثلث ل ط ک است و سطح
زح مساوی سطح د است پس مثلث ل ط ک نیز مساوی سطح د است و بعمل
نیز مشابه مثلث اب ج است پس مطلوب ثابت است کز اعظم سطوح
متوازی الاضلاع که اضافه شود بخطی و ناقص شود از تمام خط سطوحی
که مشابه باشند بسطح متوازی الاضلاع که معمول بر نصف الخط باشد و
موضوع بر وضع ان باشند یعنی ان سطوح منقوصه مشابهه بر وضع
ان سطح متوازی الاضلاع باشند سطحی است که معمول بر نصف خط باشد
و مشابه سطوح نقصانات باشد مثلا سطح جز مضافست بر جب که
نصف اب است و تمام میکنیم سطح را که مضاف است بر اج که نصف دیگر
خط است ۳۱/۱ و اضافه میکنیم بر اب سطح اک را کیف اتفق یعنی خواه
مضاف باشد بر زیادتر از نصف خط یا کمتر یا مساوی بشرط انکه نقصان شود
از تمام خط اب سطح بک که به ۲۳/۶ مشابه است با سطح جز معمول
بر نصف خط و موضوع است بر وضع ان پس میگوییم سطح ام که معمولست
بر نصف خط و مضافست به اب که ناقص مثل است از ان سطح جز که بتغییر

بسطح ںک که سطح نقصانست اعظم است از سطح اک ومراد انست که
هر یک از دو سطح حرںک ناقص شده اند از اب وسطح ںک شبیه سطح
حر است وسطح حر شبیه سطح ام است پس ام مشابه دو سطح حر ک ںت
پس صادقست که ام معمول بر نصف خط مشابه سطح
نقصانانست همچنانکه در ابتداء ادعاء شده بود



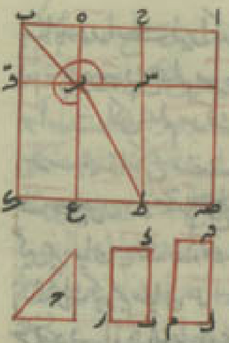
وانچه مذکور شد ترجمه عبارت اصل کتابست
با فی الجمله توضیحی ازان ومخفی نیست که تعبیر از
انچه مطلوب ازین دعویست باین عبارت خالی
از ابهام واغلاق نیست واولی انست که تقریر
دعوی باین عبارت باشد که هرگاه عمل شود سطحی متوازی الاضلاع بر نصف
خطی که انسطح اعظم است از هر سطح متوازی الاضلاع که مضاف شود
باین خط وناقص باشد از تمام این خط بسطحی که شبیه باشد بهمان سطح مذکور
معمول بر نصف خط وبر وضع ان باشد یعنی اگر اضلاع سطح معمول بر نصف
خط متساوی باشند اضلاع سطح منقوص نیز متساوی باشند واگر مختلف
باشند متفاوت باشند ونظیر اطول اطول ونظیر اقصر اقصر باشد وبالجمله
اضلاع نظایر در نسبت در یک جهت معین ممتد باشند یعنی طول در جهت
طول باشد وعرض در جهت عرض مثلا سطح ام سطحیست متوازی الاضلاع
که عمل شده است بر ام که نصف خط اب است وسطح اک سطحیست متوازی
الاضلاع که اضافه شده است بخط اب وناقص است از تمام این خط بسطح
ںک که مشابه سطح ام است زیرا که ںک چون بر قطر سطح حر واقع شده است
که ںکم باشد پس بنابر ۶ م ۲۳ مشابه سطح حر است وسطح حر چون
مثل ام بر نصف خط اب واقع شده لا محاله مشابه ام است پس ںک
مشابه ام است لهذا میگوییم سطح ام اعظم است از سطح اک ومخفی نماند که
سطح اط اصغر از اک اگرچه صادقست بران سطحیست متوازی الاضلاع

که بر نصف خط

که بر نصف خط اب معمولست لیکن ںک منقوص مشابه ان نیست زیرا که ںک
مشابه حرح که مثل اط است نیست تا مشابه اط نیز باشد بجهت انکه بر قطر حرح
واقع نیست پس سطح معمول بر نصف خط که اعظمیت ان مدعاست بر هیئت
اط نمیتواند باشد وسطح اه اعظم از ام اگرچه صادقست بران که سطحیست
متوازی الاضلاع که مضافست بخط اب لیکن بران صادق نیست که ناقص است
از تمام خط اب بسطحی که مشابه سطح ام باشد زیرا که سطح منقوص درینصورت
سطح در است وان مشابه ام نیست زیرا که واقع بر قطر حر که مساوی ام است
نیست وهمچنین باحر نمیتواند شد بر قطر سطحی دیگر واقع شوند تا باز نظر بشکل
۶ م ۲۳ مشابه باشد پس مدعی اعظمیت سطح انست یعنی سطح متوازی ناقص
از تمام خط بسطح شبیه بسطح معمول بر نصف خط بر هیئت اه نمیتواند
شد ومطلوب انست که در شکل بر هر سطح اصغر از ام واعظم از اک که متوازی
الاضلاع باشد ومضاف بخط اب باشد دعوای مذکور بران صادق نیست
تا نقضی بران لازم اید بلی صحیح است بجای ام فرض شود بشرطی که سطح اک
ںک نیز متبدل شوند واصغر شوند بنحویکه هیئت شکل مختلف شود ودعوای
مذکور بر انها صادق باشد لیکن امثال این اختلافات یعنی اختلاف معظم
واصغر در اکثر اشکال بلکه جمیع ان جاری است ودعوی شامل همه است
واز جمله اختلاف وقوع نیز محسوب نیست وهمچنین است حکم اگر بجای اک
اه فرض شود که درینصورت نیز صحیح است بشرطی که ام نیز اعظم فرض شود
وهیئت شکل متبدل شود بنحویکه دعوای مذکور بر انها صادق اید ومخفی
نیست که اگر بجای سطح معمول بر نصف خط سطح معمول بر اکثر نصف خط شود
مثل انکه بعوض ام اه فرض شود اگرچه درین صورت اعظمیت ان ظاهر است
لیکن داخل در تحت دعوی نیست بجهت انکه دعوای مذکور بران صادق
نمی اید زیرا که سطح منقوص مشابه ان نمیتواند شد وچونکه توضیح دعوی
معلوم شد بجهت اثبات ان یعنی اثبات اعظمیت سطح ام از سطح اک قطر

ب م را وصل کنیم وخطوط را تمام کنیم ۳۱ م ۱ وبجهة انکه سطح ه ط اعنی سطح
ط ر ۳۶ م ۱ اعظم است از ر ک اعنی د ک ۴۳ م ۱ پس هرگاه ا ط را مشترک
کردانیم میان ه ط اعظم و د ک اصغر جمیع د ه اعنی ا م اعظم باشد از جمیع
ا ک وهو المطلوب کح میخواهیم اضافه کنیم بخطی مفروض سطحی متوازی الاضلاع
مساوی سطحی مفروض مستقیم الخطوط بر وجهی که سطح مضاف ناقص باشد از تمام
خط بسطحی که شبیه باشد بشکلی مفروض متوازی الاضلاع وواجبست که
سطح مستقیم الخطوط اعظم نباشد از سطحی که مضاف باشد بنصف خط
وشبیه باشد بهمان شکل مفروض زیرا که اگر اعظم باشد لازم اید که سطح
معمول بر نصف خط اعظم نباشد از هر سطح مضاف بخط که ناقص باشد
از تمام خط بسطحی که شبیه باشد بسطح معمول بر نصف خط وحال انکه اعظمیة
ان در شکل متقدم ثابت شد پس فرض میکنیم که خط اب است وسطح
مستقیم الخطوط ح است وشکل مفروض متوازی الاضلاع د ر است و
مطلوب انست که بر اب اضافه کنیم سطحی متوازی الاضلاع که مساوی سطح
ح باشد بشرطی که سطح مضاف بر اب ناقص باشد از اب بسطحی که شبیه
سطح د ر باشد وواجبست که سطح ح اعظم نباشد از سطحی که معمول بر
نصف اب باشد وشبیه باشد بسطح د ر زیرا که سطح ح چون مساوی
سطحی است مضاف است بخط اب وناقص است از تمام خط بسطحی که
شبیه است بسطح د ر پس هرگاه سطح ح اعظم باشد از سطحی که معمول بر نصف
اب باشد وشبیه بسطح د ر باشد سطح معمول بر نصف خط اعظم نخواهد
بود از هر سطح مضاف بخط بشرط نقصان مذکور وحال انکه اعظمیة در
شکل سابق مبین شد وبهر تقدیر بجهة اثبات مطلوب تنصیف میکنیم
اب را بر ح ۱۰ م ۱ وبر ب ح رسم میکنیم سطح ح ک را بر وجهی که شبیه به
د ر باشد ۲۰ م ۶ وتمام میکنیم سطح ا ط را پس اگر ا ط مثل ح باشد سطح
مطلوب ب ت زیرا که سطحی است متوازی الاضلاع که مضاف است بخط اب

ومساویت با سطح



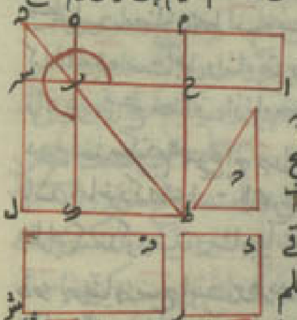
ومساویت باسطح ح مستقیم الخطوط
وناقص است از تمام خط بسطح ح ک که بعینه
مشابه است بشکل مفروض متوازی الاضلاع
که د ر باشد واگر ا ط مثل ح نباشد باید
اعظم ازان باشد وجایز نیست اصغر ازان
باشد زیرا که در دعوی مذکور شد که واجب
است که سطح ح مستقیم الخطوط اعظم از
سطح معمول بر نصف خط نباشد وچون
ا ط اعظم از ح باشد بنا بر ۲۶ م ۶ سطح ف م را رسم کنیم بر وجهی
که مساوی فضل ا ط بر ح باشد ومشابه د ر باشد پس دو سطح ح ک
ف م بجهة انکه مشابه د ر اند متشابه باشند ۲۱ م ۶ وفرض میکنیم
زاویه ل مساوی زاویه ط است و ف ل نظیر ح ط است یعنی چون
دو سطح ف م ح ک متشابه اند زوایای انها متساوی اند واضلاع
انها متناسبند بر تناظر لهذا فرض میکنیم که زاویه ل نظیر زاویه
ط است که مساوی انست وضلع ف ل نظیر ح ط است پس هر
ضلعی نظیر ان معین خواهد شد وچونکه سطح ا ط اعظم از ح بود
وسطح ف م مساوی فضل ا ط بود بر ح پس ا ط اعظم است از ف م
وچون ا ط اعظم ازان باشد سطح ح ک که مساوی ا ط است نیز
اعظم است از ف م پس ضلع ح ط اطول است از ضلع ف ل وضلع
ط ک اطول است از ضلع ل م لهذا بنا بر ۳ م ۱ جدا میکنیم از ح ط
ط س را مثل ل ف واز ط ک ط ع را مثل ل م وبنا بر ۳۱ م ۱ اخراج
میکنیم ع ه را موازی ط ح وس ف ق را تا برسد بخط ا ه موازی
اب ووصل میکنیم ب ط قطر را ومیکوییم سطح ا ف سطح مطلوب
است یعنی سطح ح است وناقص است از تمام خط اب بسطح ب ف که

مساوی

مشابه د ر است زیرا که س ع اعنی ه م بعمل فضل ا ط اعنی ح ک ۶
۳ م ۱ بر ح پس علم س ف ع که ما بقی فضل ح ک است بر ح مساوی
ح است لکن علم س ف ع مساوی ا ب است زیرا که دو سطح ا س
س ب بجهة انکه ح منصف خط ا ب است متساویند ۳۶ م ۱ و دو سطح ح ن
ف ک چون دو متمم سطح ح ک اند متساویند ۴۳ م ۱ و چون ف ب را مشترک
کیریم میان ح ف ن ک ه ک چون س ب بلکه س ا باشد و چون س ه را
مشترک کیریم میان س ا ه ک ا ف مثل علم س ف ع باشد و چون علم مساوی
ح بود پس ا ف نیز مساوی ح است پس ا ف سطحی است مضاف بخط ا ب
که مساوی سطح ح است و ناقص است از تمام خط ا ب بسطح ه ق که شبیه است
به د ر زیرا که ه ق چون بر قطر سطح ح ک واقع است پس شبیه ح ک است
۲۳ م ۶ و ح ک شبیه است به د ر بعمل پس بنابر ۲۱ م ۶ ه ق شبیه است به
د ر و هو المطلوب و مخفی نماند که انچه صاحب کتاب کفته است که ه م را رسم میکنیم
بنحویکه مساوی فضل ا ط بر ح باشد موقوف بر تحصیل و تعیین فضل مذکور
زیرا که عمل نمودن سطحی مساوی فضل مجهول معنی ندارد لهذا محرر کفته است که
طریق تحصیل فضل ا ط بر ح انست که بر ا ح سطح ا س را رسم کنیم مساوی ح ۴۴
م ۱ پس باقی میماند سطح س ص فضل ا ط بر ح کط میخواهیم اضافه کنیم بخطی مفروض
سطحی متوازی الاضلاع مساوی سطحی مفروض مستقیم الخطوط بروجهی که
سطح مضاف زاید باشد بر تمام خط بسطحی که شبیه باشد بشکلی متوازی الاضلاع
مفروض مثلا خط مفروض ا ب است و سطح مفروض مستقیم الخطوط ح است و
و شکل متوازی الاضلاع مفروض د ر است و مطلوب انست که اضافه کنیم بخط
ا ب سطحی متوازی الاضلاع که مساوی ح باشد بروجهی که سطح مضاف
زاید باشد بر تمام ا ب بسطحی که شبیه د ر باشد پس تنصیف میکنیم ا ب را بر ح
۱۰ م ۱ و عمل میکنیم بر ب ح ح ک را مشابه د ر ۲۲ م ۶ و سطح ه ن را رسم میکنیم
بنحویکه مساوی دو سطح ح ک ح باشد هم باشد و مشابه د ر باشد ۲۶ م ۶ یعنی

بنابر ۴۴ م ۱ ب ح ب سطحی متوازی الاضلاع مساوی سطح ح رسم میکنیم

بنابر ۴۴ م ۱ بر ح ب سطحی متوازی الاضلاع مساوی سطح ح رسم میکنیم
که جزء سطح ح ک باشد و با ان یک سطح شود پس شکل ۲۶ م ۶ ق ه
را رسم میکنیم بنحویکه مساوی ان باشد و مشابه د ر باشد زیرا که
مطلوب درین شکل بیان رسم شکلیست که مساوی شکلی و مشابه شکلی
دیکر باشد نه انکه مساوی دو شکل باشد پس دو سطح ف ش ح ک چون مشابه
د ر اند متشابه باشند ۲۱ م ۶ و چون متشابه باشند زوایای انها
متساوی و اضلاع انها متناسب باشند بر تناظر لهذا فرض میکنیم
دو زاویه ط ر متساویند و ضلع ط ح نظیر ضلع ر ق است در نسبت
و چون سطح ف ش مساوی دو سطح ح ک ح باهم است لهذا اعظم از
سطح ح ک تنها باشد و اضلاع ان اطول از اضلاع نظایر ح ک باشند
لهذا بنابر ۳ م ۱ ط ح را بکشیم تا ط م مثل ر ق شود و ط ک را بکشیم
تا ط ل مثل ر ش شود پس سطح م ل مساوی سطح ف ش باشد و بنا بر
۱۳ م ۱ از دو نقطه م ل اخراج کنیم م ق ل ق را بنحویکه م ق موازی
ا ب و ل ق موازی ک ب باشد و شکل را تمام کنیم پس میکوییم سطح



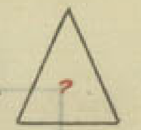
ا ق سطح مطلوبست یعنی سطحی است
مضاف بخط ا ب و مساوی ح بوجهی که
زاید است از تمام ا ب بسطح ب ق که شبیه
است بشکل د ر زیرا که سطح م ل اعنی سطح
ف ش بعمل مساوی مجموع دو سطح ح ک ح است
و چون سطح ح ک مشترک اسقاط شود باقی
میماند علم ح ق ک مساوی سطح ح لکن علم
ح ق ک مساوی سطح ا ق است زیرا که ا م مثل م ب است ۳۶ م ۱ و م ب مثل
ب ل است ۴۳ م ۱ پس ا م مثل ب ل است و چون ح ق را مشترک نماییم
میان ا م ب ل متساویین علم ح ق ک مساوی سطح ا ق باشد و چون علم

ساوی ح است سطح آه نیز مساوی ح باشد پس سطح آه سطحیست که مضاف است
بخط اب و مساوی ح است و زاید است بر تمام اب بسطح هس که شبیه است
بسطح د ر زیرا که هس شبیه بسح کـ ۲۳ م ۶ و ح کـ شبیه است بد ر بعلل
پس هس شبیه است بد ر ۲۱ م ۶ و هو المراد و محرر گفته است که هر گاه خواهیم
این دو شکل را یعنی شکل کح کط در یک شکل جمع کنیم و بیک عبارت تقریر
کنیم میگوییم میخواهیم اضافه کنیم بخط اب سطحی متوازی الاضلاع که مساوی
سطح ح باشد و بر فضل ما بین اب و ضلع ان سطح که منطبق بر اب است سطحی
حادث شود که شبیه باشد بسطح ده پس تنصیف میکنیم اب را بر ز ۱۰ م ۱
و عمل میکنیم بر ب ز سطح ب ح بنحوی که مشابه ده باشد ۳۱ م ۶ و سطح اح را تمام
میکنیم پس یا میخواهیم که سطح مضاف ناقص از خط باشد یا میخواهیم زاید بر ان
باشد و در صورت اول سطح ح که مفروض است مساوی ان است یا با سطح مضاف
ناقص از خط و شرط است در ان که اعظم نباشد از اح معمول بر نصف خط نباشد
۲۷ م ۶ یا مثل اح است یا اصغر از انست زیرا که اعظم از ان نمیتواند شد همچنانکه
مذکور شد و بر تقدیر اول یعنی مساواة ح و اح سطح اح سطح مطلوبست زیرا که
سطحی است مضاف بخط اب و مساوی ح است و ناقص است از اب بسطح بح
که مشابه ده است بعلل و اما بر تقدیر دوم یعنی اصغریة ح از اح و صورت دوم یعنی
زاید بودن سطح مضاف از تمام خط اب در اول اخذ میکنیم فضل اح بر ح و در
دوم اخذ میکنیم مجموع اح ح را و بنا بر ۲۶ م ۶ عمل میکنیم طک را بر وجهی که مساوی
باشد با ماخوذ که فضل است یا مجموع بعد از تحصیل فضل و گردانیدن مجموع یک سطح
بطریقی که مذکور شد و مشابه باشد با ده و چون ده بعلل مشابه بح است پس
طک نیز مشابه بح است بر هر دو احتمال ۲۱ م ۶ و چون متشابه باشند زوایای
انها متساوی و اضلاع متناسب باشند بر تناظر و فرض میکنیم که دو زاویه ل و ح
متساویند و ضلع طل نظیر ضلع زح است پس اخذ میکنیم ح م را قبل از اخراج
زح بنا بر اول و بعد از اخراج ان بنا بر ثانی مثل لط و همچنین اخذ میکنیم ح ن را

قبل از اخراج

قبل از اخراج یا بعد از ان مثل لک پس بر هر دو احتمال سطح م ن مساوی
سطح طک باشد و اخراج میکنیم م س و ن س را بر وجهی که موازی باشند

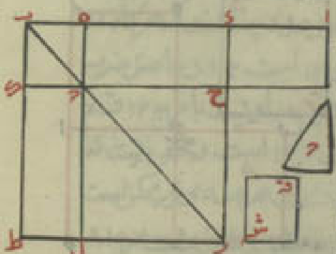
با دو ضلع سطح ب ح و میگوییم
اس سطح مطلوبست یعنی سطحی است
که مضاف است بخط اب و مساوی
ح است بر فضل میان اب و
ضلع ان که منطبق است بر اب
یعنی بر فضل اب بر ضلع بنا بر اول
و بر فضل ضلع بر اب بنا بر ثانی واقع شده است سطح ب س که شبیه است به
ده اما مشابهت ان به ده بجهة انست که ب س مشابه ب ح است ۲۳ م ۶
و ب ح مشابه ده است بعلل پس ب س مشابه ده است ۲۱ م ۶ و اما
مساواة ان با سطح ح بجهت انست که سطح م ن اعنی طک فضل اح
اعنی ب ح است بر ح در اول و مساوی مجموع ب ح ح است در ثانی
پس علم ب م ن اعنی سطح اس داخل همچنانکه وجه ان سابقا معلوم
مساوی ح است در اول و ب س ن اعنی سطح اس خارج مساوی ح است
در ثانی و اگر خواهیم سطح ناقص یا زاید مربع باشد نه انکه شبیه بسطح
دیگر باشد همچنانکه در اصل است تنصیف میکنیم اب را بر ز پس در
صورت نقصان با مساواة مربع نصف با سطح ح مربع نصف سطح
مطلوبست زیرا که در این صورت اضافه شده است بسطح متوازی الاضلاع
که در اینجا مربع است بخط اب و مساوی سطح مفروض است که ح باشد
و ناقص است از تمام خط اب بمربعی دیگر که واقع بر نصف دیگر خط است
و در صورت نقصان با عدم مساواة مربع نصف با سطح ح یعنی اعظمیة
مربع از ح زیرا که اصغریة مربع از ح متصور نیست همچنانکه سبب ان مذکور
شد و همچنین در صورت زیادتی یعنی زاید بودن سطح از تمام خط عمل



میکنیم مربعی راکه مساوی فضل مربع نصف اب بر سطح ج باشد
در صورت نقصان و مساوی مجموع
مربع نصف اب و سطح ج باشد در صورت
زیادتی و جدا میکنیم مثل ضلع مربع معمول را از نصف اب قبل از اخراج ان
اگر ضلع مربع معمول کمتر از نصف اب باشد و بعد از اخراج ان اگر ضلع اعظم
از نصف اب باشد و ان مثل ده است پس میگوییم اه در ه ب سطح مطلوبست
یعنی سطحی است که مضافست بخط اب و مساوی ج است و ناقص است از خط
اب بازاید است بر ان بمربع ب ه زیرا که فضل میان سطح اه در ه ب و میان
مربع دب در صورت نقصان مربع ده است ۲/۵ و فضل میان سطح اه
در ه ب و میان مربع ده در صورت زیادتی مربع دب است ۲/۶ و
چونکه ده بعمل ضلع مربعی است که مساویست با فضل مربع نصف خط بر ج
در صورت نقصان و مساویست با مجموع مربع نصف و سطح ج در صورت
زیادتی پس در صورت اول فضل مربع دب نصف بر ج مربع ده است
پس اه در ه ب مساوی ج است زیرا که بنا بر ۵/۲ مربع دب مساوی
مربع ده است و سطح اه در ه ب است و چون ده فضل که مشترکست
اسقاط شود باقی میماند سطح اه در ه ب مثل سطح ج و در صورت
دوم اعنی زیادتی مربع ده بعمل مثل مجموع مربع نصف خط و سطح ج
است و چون بر ۶/۲ مربع ده مساوی مربع دب نصف خط و سطح
اه در ه ب است پس چون مربع دب نصف خط که مشترک است
اسقاط شود باقی میماند سطح اه در ه ب مثل سطح ج و بوجه اوضح
در صورت اول خط اب تنصیف شده است بر د و قسمت شده
است بر ه بدو قسم مختلف پس بنا بر ه ۲/۵ سطح اه در ه ب با مربع ده
مساوی مربع دب است و مربع دب بعمل مثل سطح ج است با مربع ده که
فضل مربع نصف است بر ج پس چون مربع ده مشترک اسقاط شود باقی

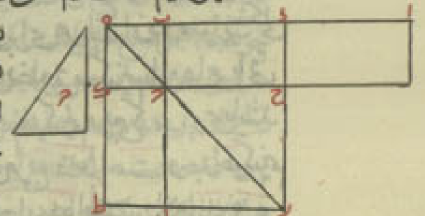
میماند سطح اه در ه

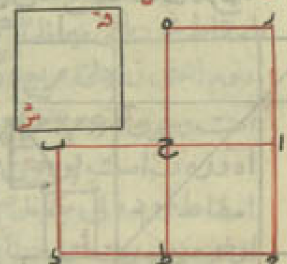
میماند سطح اه در ه ب مساوی سطح ج پس سطح اه در ه ب سطحیست که
مضافست بخط اب و مساوی ج است و ناقص است از سطح تمام
اب در ه ب بمربع ه ب و در صورت دوم خط اب تنصیف شده است
بر د و زیاده شده است بر ان ب ه بر استقامت پس بنا بر ۲/۶ سطح
خط بازیاده اعنی مجموع اه در زیاده اعنی ه ب با مربع نصف اعنی
مربع دب مساوی است با مربع نصف با زیاده اعنی مربع مجموع ده لکن
مربع ده که مربع نصف است با زیاده بنا بر عمل مساوی مجموع سطح ج است
و مربع نصف که دب است پس چون مربع دب مشترک اسقاط شود
باقی میماند سطح اه در ه ب مساوی سطح ج پس سطح اه در ه ب سطح
مضافست که مساوی ج است و زاید است بر سطح تمام اب در ه ب
بمربع ه ب و ما بجهة زیادتی توضیح از برای هر یک از دو صورت شکلی
ایراد میکنیم و مطلب مذکوره را بر ان تطبیق میکنیم تا ابهامی باقی
نماند پس میگوییم در صورت اول رسم میکنیم مربعی که مساوی باشد
با فضل مربع نصف اب بر سطح ج و ان مربع قس است و جدا میکنیم
مثل ضلع این مربع را از دب نصف خط و ان ده است و لا محاله ده
اقصر است از دب و میگوییم سطح اه در ه ب
با مربع ده مساوی مربع دب نصف



بشکل ۵/۲ پس هرگاه اسقاط کنیم مربع
حل اعنی مربع ده که فضل مربع نصف
اب است بر ج از مربع دط که مربع نصف
خط است باقی میماند علم ح ب ل مساوی
سطح ج لکن علم ح ب ل مساوی سطح اح است همچنانکه وجه ان ظاهر است پس
سطح اح که سطح اه در ه ب است سطحیست که اضافه شده است بخط
اب و مساوی سطح ج است و ناقص است از تمام خط بمربع ه ی و در

صورت دوم رسم میکنیم مربعی که مساوی باشد با مجموع مربع د ب نصف
خط و سطح ح و ان مربع ق س ر است وجدا میکنیم د ه را مثل ضلع این
مربع د ب بعد از اخراج ان زیرا که ضلع این مربع اطول است از نصف خط
پس میکوییم سطح اه در ه ب با مربع د ب مساویست مربع د ه است بشکل
۶ م ۲ پس هرگاه مربع ح ل اعنی مربع د ب نصف خط را از مربع د ط اعنی
مربع خط د ه اسقاط کنیم باقی میماند علم ح ه ل مساوی سطح ح لکن علم
ح ه ل مساویست با سطح ا ک که سطح اه در ه ب است پس سطح ا ک نیز مساوی
سطح ح است پس سطح ا ک یعنی اه در ه ب سطحی است مضاف بخط ا ب
و مساوی سطح ح است و زاید است بر تمام ا ب بمربع ه ح وهو المطلوب
ل میخواهیم قسمت کنیم خطی را چون ا ب بر نسبت ذات وسط و طرفین
یعنی از ابد و قسم مختلف قسمت کنیم که
نسبت الخط با عظم قسمین چون نسبت
اعظم قسمین باشد با صغر قسمین پس
عمل میکنیم بر ا ب مربع ا د را ۴۶ م ۱ و بنا
بر ۲۹ م ۶ اضافه میکنیم بخط ا ح سطح
ر ط متوازی الاضلاع بر وجهی که زاید باشد
بر تمام خط بمربع ر ح پس خط ا ب منقسم
شود بنقطه ح بقسمت مذکوره زیرا که
ر ط مثل ا د است بعمل و چون ا ط مشترک
اسقاط شود باقی میماند ر ح مثل ح د
و دو زاویه ح از انها یعنی از دو سطح ر ح





ح د متساویند ۱۵ م ۱ پس بنابر ۱۴ م ۶ اضلاع این دو زاویه یعنی دو زاویه
ح متکافی اند یعنی نسبت ط ح به ح ه مثل نسبت ا ح به ح ب و نسبة
ط ح به ح ه چون نسبت ا ب است به ا ح زیرا که ا ب مساوی ب د است

و ب د مساوی ح ط

و ب د مساوی ح ط است ۳۴ م ۱ و ا ح مساوی ح ه است زیرا که اه مربع
است پس نسبت ا ب خط به ا ح که اعظم قسمین است مثل نسبة ا ح
است به ح ب که اصغر قسمین است وهو المطلوب و مخفی نماند که این قسمت
که این قسمت همان قسمتیست که در شکل یازدهم از مقاله دوم مذکور
شد لیکن چون ممکن نبود که حال نسبت در انجا ذکر شود لهذا کیفیت
نسبت را در اینجا مذکور نمودند بر وجهی که لایق این مقام است از
تعبیر از دعوی و برهان عمل و توضیح این کلام انکه قسمت مذکوره
در شکل ۱۱ م ۲ قسمت خط است بدو قسم که سطح الخط در احد
قسمین مساوی مربع دیگری باشد و شکی نیست که ان قسمی که سطح
خط در ان مساوی مربع دیگریست قسم اصغر است پس سطح خط در
اصغر قسمین مساوی مربع اعظم قسمین است و شبهه نیست که نسبت
خط با این اعظم قسمین چون نسبت اعظم است با اصغر پس قسمت مذکوره
در ۱۱ م ۲ لازم دارد نسبت مذکوره را در اینجا و بالعکس لیکن چون در
انجا تصریح بنسبت مذکوره نشده بود بجهة عدم امکان اثبات ان در
اینجا بیان شد با انچه لایق بانست از تعبیر و برهان و عمل و کیفیت
جریان این قسمت و نسبت با تلازم انها در عدد چنانست که هرگاه ۱۸
را قسمت کنیم به ۱۲ و ۶ نسبت ۱۸ به ۱۲ چون ۱۲ است به ۶ و حاصل ضرب
۱۸ در قسم اصغر که ۶ است ۱۰۸ است و این مساویست با مربع ۱۲ قسم
اعظم زیرا که حاصل ضرب ان در نفس خود نیز ۱۴۴ است و مخفی نیست که
همچنانکه هر خطی ممکن است منقسم شود باین قسمت هر عددی نیز ممکن است
منقسم شود باین قسمت لکن بر سبیل تقریب نه تحقیق و طریق قسمت هر عدد
باین قسمت بر سبیل تقریب انست که ان عدد را که میخواهیم انرا باین قسمت منقسم
کنیم در ۲۱ ضرب کنیم و حاصل ضرب را بر ۳۴ قسمت کنیم خارج قسمت قسم
اعظم است و بعد از اسقاط ان از عدد مفروض انچه از ان باقی میماند قسم اصغر است

مثلا اگر خواهیم قسمت کنیم ۳۰ را بر قسمت ذات وسط وطرفین با نزاضرب میکنیم
در ۲۱ وحاصل ضرب را ۶۳۰ است قسمت میکنیم بر ۳۴ خارج قسمت که ۱۸
عدد وهیجده جزء از سی وچهار جزء از واحد است قسم اعظم است و
باقی تا تمام سی که ۱۱ عدد و ۱۶ اجزء از سی وچهار جزء از واحد است قسم
اصغر است لا هرگاه ترکیب شود دو مثلث بر زاویه که محیط باشند بان
زاویه دو ضلع از ان دو مثلث که موازی دو ضلع دیگر باشد ونسبت هر دو
موازی مثل نسبت دو متوازی دیگر باشد باید دو ضلع باقی متصل
باشند بر استقامت مثلا دو مثلث اب ح ب د ه ترکیب شد اند بر زاویه ب
ح ب ه واحاطه کرده اند باین دو زاویه دو ضلع ح ب ب ه از دو مثلث واین
ضلع متوازی دو ضلع دیگرند که ه د اح باشند ونسبت اح بموازی خود که
ب ه باشد مثل نسبت ح ب است بموازی خود که د ه باشد پس میگوییم دو ضلع
باقی اعنی اب ب د یک خط است زیرا که دو زاویه ح ه متساویند زیرا که هر
یک از انها مساوی زاویه مبادله ح ب ه است ۲۹ م ا واضلاع محیط باین دو
زاویه متناسبند زیرا که مذکور شد که نسبت اح
به ب ه مثل نسبت ب ح است به د ه پس باقی
زوایای این دو مثلث متساویند ودو مثلث
متشابه اند ۴ و ۶ م ۶ وجمیع دو زاویه اح متساویند
با زاویه ح ب د بانجواله بر شکل ۳۲ م ا ویا به

جهت انکه زاویه ح مساوی مبادله ح ب ه است ۲۹ م ا وزاویه آ مساوی
زاویه د ب ه است یا بنا بر ۲۹ م ا زیرا که داخله وخارجه اند یا بجهت انکه
چون مثلثین متشابه اند زاویه ا مساوی د ب ه است که نظیر انست وبهر
تقدیر چون زاویه ح مثل ح ب ه است وآ مثل د ب ه پس جمیع دو زاویه اح
مثل زاویه ح ب د است لکن جمیع دو زاویه آ ح با زاویه ح ب ا مساوی دو
قائمه است ۳۲ م ا پس دو زاویه ح ب د ح ب ا نیز معادل قائمه است پس

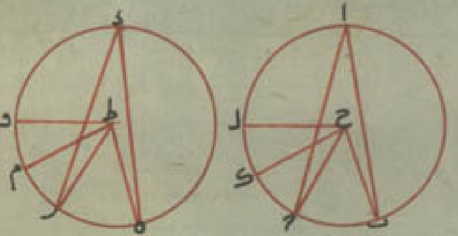
اب خط واحد است ۲ وبعبارت دیگر میگوییم هرگاه ترکیب شود دو مثلث متشابه
بر زاویه که محیط باشد بان زاویه دو ضلع از ان دو مثلث که موازی دو ضلع
دیگر نظیر خود باشند باید دو قاعده ان دو مثلث متصل باشند بر استقامت
وخط واحد باشند زیرا که زاویه ح مبادله ح ب ه است ۲۹ م ا وزاویه آ
مثل زاویه ب د است بانجواله شکل ۲۹ م ا یا بجهة انکه نظر بعرض تشابه
مثلثین متساویند پس هرگاه زاویه ح ب ا را مشترک بگیریم در میان دو
زاویه ح آ ودو زاویه ح ب ه ه ب د سه زاویه مثلث مساوی سه
زاویه ب خواهد بود وسه زاویه مثلث مساوی دو قائمه است
۳۲ م ا پس سه زاویه ب نیز مساوی دو قائمه است پس دو قاعده
خط واحد است ۱۴ م ا ومخفی نماند که اشتراط تشابه مثلثین و
مساواة زوایای انها با یکدیگر بر تناظر بجهة انست که همچنانکه اثبات
حکم بملاحظه زوایای مثلث اح ب وزاویه ح ب ه ممکن است باید
بملاحظه زوایای مثلث ه ب د وزاویه ح ب ه نیز ممکن باشد واین
فرع تشابه مثلثین است لب هر مثلثی قائم الزاویه هر شکلی مستقیم
الخطوط که مضاف باشد بوتر زاویه قائمه ان مساوی باشد با دو
شکلی که مضاف باشند بدو ضلع ان قائمه بشرطی که این دو شکل
شبیه باشند با ان شکل مضاف بوتر وبر وضع ان باشند یعنی قائمه
در شکل مضاف بوتر نظیر هر یک دو ضلع قائمه باشند در دو ضلع
شکل مذکور مثلا در دو مثلث اب ح زاویه آ قائمه است پس میگوییم
هر شکل مستقیم الخطوط که مضاف شود به ب ح
وتر قائمه مساویست با دو شکل که مضاف شوند

به اب واح که دو ضلع قائمه اند بشرطی که
این دو شکل متشابه ان شکل باشند وبر وضع ان نیز باشند یعنی ب ح
نظیر هر یک از اب اح باشد زیرا که نسبت مربع ب ح به مربع ب ا

مثل نسبت ب ح است به ب ا مثناة زیراکه صادق است بر مربع ب ح
و مربع ب ا که دو سطح کمتر ان اضلاع عند و متشابه اند پس بنابر ۱۹ م ۶ نسبت مربع
بمربع ضلعیشان احدهما یعنی ب ح بضلع نظیر از مربع دیگر اعنی ا ب مثناة
و همچنین نسبت هر شکل مضاف به ب ح بمشابه خود که مضاف باشد به ب ا
چون نسبت ب ح است به ب ا مثناة بجوالدین ۱۹ م ۶ اگر دو شکل مضاف مثلثی
بر چهار ضلع بابیشتر باشند و بجوالدین ۱۸ م ۶ اگر مثلث باشند پس بنابر ۱۱ م ۵
نسبت مربع ب ح بمربع ب ا مثل نسبت شکل مضاف به ب ح با شکل مضاف
به ب ا و همچنین نسبت مربع ب ح بمربع ح ا مثل نسبت شکل مضاف به ب ح
با شکل مضاف به ح ا پس نسبت مربع ب ح بدو مربع ب ا ح ا مثل نسبت شکل مضاف
به ب ح است بدو شکل مضاف به ب ا ح ا ۲۴ م ۵ لکن مربع ب ح مساوی دو
مربع ب ا ح ا است ۴۷ م ۱ پس شکل مضاف به ب ح نیز مساوی دو شکل مضاف
به ب ا ح ا باشد و هو المطلوب و بوجه دیگر اخراج میکنیم عمود ا د را ۱۲ م ۱
و میگوییم نسبت شکل مضاف ب ح بشکل مضاف به ب ا مثل نسبت ب ح است
به ب ا مثناة ۱۹ م ۶ یا ۱۸ م ۶ و نسبت ب ح به ب ا مثناة مثل نسبت ب ح است
به ب د زیراکه نسبت ب ح به ب ا مثل نسبت ب ا است به ب د ۸ م ۶ پس
نسبة ب ح به ب د مثل ب ح با ب ا است به ب ا مثناة بحکم مصادره خامسه
پس نسبت شکل مضاف به ب ح بشکل مضاف به ب ا مثل نسبت ب ح است
به ب د و بمثل این بیان تقریر میکنیم که نسبت شکل مضاف به ب ح بشکل مضاف
به ح ا مثل نسبت ب ح است به ح د پس بنابر ۲۴ م ۵ نسبت شکل مضاف به ب ح
بدو شکل مضاف به ب ا ح ا باهم مثل نسبت ب ح است به ب د ح د باهم
لکن ب ح مساویست با ب د ح د باهم پس شکل مضاف به ب ح نیز مساویست
با دو شکل مضاف به ب ا ح ا و هو المطلوب و مخفی نماند که این شکل اعم است
از شکل عروس زیراکه از صدق این صدق ان لازم اید بخلاف عکس پس
کویا شکل عروس داخل در اینست و باین سبب جمعی انرا ما در عروس نامند لج

هرگاه دو دایره

هرگاه در دو دایره متساوی دو زاویه باشند بر مرکز یا بر محیط نسبت
یکی از این دو زاویه با دیگری چون نسبت ان دو قوس باشد که بر ان دو
زاویه واقعند مثلا فرض میکنیم که دو دایره متساوی دو دایره ا ب ح
د ه ز اند و دو زاویه که بر محیط اند دو زاویه ا د است و دو زاویه که
بر مرکز اند دو زاویه ح ط است پس میکوییم نسبت قوس ب ح که بر زاویه محیط
و زاویه ح مرکز واقع است بقوس ه ز که بر زاویه محیط و ط مرکزیه واقع است
مثل نسبت زاویه ا محیط است به د محیطیه و همچنین مثل نسبت زاویه ح مرکزیه
است به ط مرکزیه و از جهت اثبات مطلوب جدا میکنیم در دایره ا ب ح
قسی ح ک ک ل مساوی قوس ب ح بهر قدر که ممکن باشد و در دایره د ه ز قسی
ز م م ف مساوی قوس ه ز بانقدر که ممکن باشد و وصل میکنیم ح ک ح ل
ط م ط ف پس ب ح ح ک ک ل اضعاف قوس ب ح اند یعنی هر یک مثل
ان اند و اگرچه یکی عین انست پس جمیع زاویه ب ح ل اضعاف زاویه
ب ح ح اند بعدد این اضعاف ۲۵ م ۳ و همچنین قسی ه ز ز م م ف اضعاف
قوس ه ز اند و زاویه ه ط ف اضعاف زاویه ه ط ز است باین یعنی بعدد
اضعاف پس بنابر ۲۵ م ۳ اگر قوس ب ل زاید بر قوس ه ف باشد زاویه
ب ح ل نیز زاید بر زاویه ه ط ف باشد و اگر قوس ب ل مساوی قوس ه ف



یا ناقص از ان باشد زاویه ب ح ل نیز
نسبت بزاویه ه ط ف چنین باشد زیراکه
قوس بقدر زاویه است پس ب ح و قوس
ه ز و زاویه ب ح ح و زاویه ه ط ز چهار
مقدارند که از برای اول و ثالث و از برای
ثانی و رابع اضعاف متناوبه اخذ شده
است و اضعاف اول و ثالث همیشه یا زایدند بر اضعاف ثانی و رابع یا
مساویند با انها یا ناقص اند از انها پس بحکم عکس مصادره خامسه نسبت

ب د به ه ز مثل نسبت زاویه ب ح د مرکزیه است بزاویه ه ط ز مرکزیه
وچون زاویه مرکزیه ضعف زاویه محیطیه است ١٩ / ٣ پس نسبت
زاویه ب ح د مرکزیه بزاویه ه ط ز مرکزیه مثل نسبت زاویه أ محیطیه
است بزاویه ک محیطیه پس قوس ب د بقوس ه ز نیز مثل نسبت
زاویهٔ أ است بزاویهٔ ک وهو المطلوب تمت المقالة السادس بعون الله